УДК 62-231 : 669.02/.09

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗОК В СИСТЕМАХ ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНО ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Дворников Леонид Трофимович,
докт. техн. наук, проф. E-mail: evf@zaoproxy.ru
Перетятько Владимир Николаевич,
-докт. техн. наук, проф. E-mail: evf@zaoproxy. ru.
Егоров Владимир Федорович,
канд. техн. наук, доцент, E-mail: evf@zaoproxy.ru

Сибирский государственный индустриальный университет 654007, Россия, Кемеровская область, г. Новокузнецк, ул. Кирова, 42

Аннотация: *Рассмотрено влияние допусков отклонения параметров от нормированных значений на распределение нагрузок элементов конструкций при параллельном их расположении. Установлено, что допустимые в практике отклонения параметров могут вызывать значительное увеличение действующих нагрузок и необходимость повышения запасов прочности.*

Ключевые слова: *распределение нагрузок, параллельное взаимодействие, отклонение параметров, жесткость, прочность.*

В практике машиностроения широкое применение находят системы параллельно взаимодействующих валов, балок, стержней. Так собственно ротор роторных вагоноопрокидывателей представляет собой кольцевую конструкцию с продольными трубчатыми связями. Мосты грузоподъемных машин, консоли стреловых кранов образованы параллельными балками, фермами. Многошпиндельные приводы применяют для вращения рабочих валков прокатных станов, роликов правильных машин, на ножницах горячей резки металла и многих других механизмов. Несмотря на богатый опыт, ни теория, ни практика не имеют достаточных сведений о распределении нагрузок в условиях совместной эксплуатации параллельно задействованных элементов. Принято считать, что нагрузки распределяются равномерно. В действительности каждый вал (стержень) воспринимает нагрузку соответственно его жесткости и углу закручивания.

Момент, передаваемый валом:

$$M_i = c_i\varphi_i, \qquad (1)$$

где $c = G(\pi d^4/32)/l = A\,d^4/l$ – жесткость вала;

$A = G(\pi/32)$

G – модуль сдвига;

d – диаметр вала;

l – длина рабочей части вала

φ – угол закручивания.

В расчетах на прочность, как правило, используются номинальные размеры конструкций.

Вместе с тем допуски на изготовление деталей, сборку узлов, зазоры в соединениях приводят к разбросу значений диаметров (d_i), длин рабочих участков валов (l_i) и углов их закручивания (φ_i). Соответственно этому передаваемая нагрузка распределяется между ними неравномерно. Даже относительно небольшие различия параметров могут вызвать существенную передислокацию моментов. На рисунке представлены результаты отклонения жесткостей круглых прокатываемых профилей согласно нормам допустимых отклонений диаметров.

Приведенные значения разброса параметров могут существенно возрасти с применением пустотелых валов.

При диаметре вала 60 мм, толщине стенки 10 мм, допустимом отклонении вала + 0,5… – 1,1 мм; толщины стенки + 0,4… – 1 мм, разброс жесткости составляет свыше 20 %.

Рассмотрим, как влияет перераспределение нагрузок, вызванное изменением жесткости валов на их прочность.

В соответствии с (1) при равных углах закручивания имеем:

$$\frac{M_1}{c_1} = \frac{M_2}{c_2} = \ldots = \frac{M_i}{c_i} = \ldots = \frac{M_n}{c_n}, \qquad (2)$$

где n – общее число валов.

Следовательно,

$$M_2 = M_1\frac{c_2}{c_1}, \ldots, \; M_n = M_1\frac{c_n}{c_1}; \qquad (3)$$

$$M_1 = M_{об}\Big/\left(1+\frac{1}{c_1}\sum_2^n c_i\right), \qquad (4)$$

где $M_{об}$ – общий передаваемый момент.

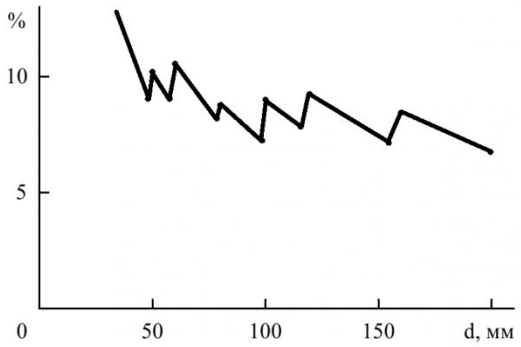
При равных длинах валов и модулях сдвига:

$$M_2 = M_1\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4, \ldots, M_n = M_1\left(\frac{d_n}{d_1}\right)^4 \qquad (5)$$

Критерии неравномерности нагрузки валов:

$$\lambda_i = \frac{M_i}{M_1} = \left(\frac{d_i}{d_1}\right)^4.$$

Напряжения кручения валов при отсутствии концентраторов напряжений с учетом значений моментов (5) будут равны:



Изменение жесткости круглого прокатываемого профиля с учетом норм допустимых отклонений диаметра

$$\tau_{кpi} = \frac{M_i}{W_{кpi}} = \frac{\lambda_i M_1}{W_{кpi}} = \frac{M_1}{W_{кp1}} \frac{d_i}{d_1} = \tau_{кp1} \frac{d_i}{d_1}, \quad (6)$$

где $W_{кp1} = \frac{\pi}{16} d_1^3$.

Нагрузки пустотелых валов:

$$M_2 = M_1 \left(\frac{d_{н2}}{d_{н1}} \right)^4 \frac{\left(1 - d_{вн2}^4 / d_{н2}^4\right)}{\left(1 - d_{вн1}^4 / d_{н1}^4\right)}, \ldots, \quad (7)$$

$$M_i = M_1 \left(\frac{d_{нi}}{d_{н1}} \right)^4 \frac{\left(1 - d_{внi}^4 / d_{нi}^4\right)}{\left(1 - d_{вн1}^4 / d_{н1}^4\right)}$$

Напряжения кручения имеют аналогичные (6) зависимости, но момент сопротивления принимается равным:

$$W_{кp1} = \frac{\pi}{16} d_{н1}^3 \left(1 - d_{вн1}^4 / d_{н1}^4\right), \quad (8)$$

где $d_{н1}$ – наружный диаметр вала;

$d_{вн1}$ – внутренний диаметр вала.

Проиллюстрируем вышеприведенные результаты на примерах.

Пример 1. Вычислить нагрузки в линиях трансмиссий с параллельным расположением валов.

1. Со сплошной сердцевиной. Номинальный диаметр валов $d_{ном}$ = 60 мм. Пределы отклонений: верхний (+ 0,5), нижний (– 1,1) мм. Все остальные параметры равнозначны.

2. С трубчатыми валами. Номинальные размеры валов $d_{ном}$ = 60 мм, толщина стенки 10 мм. Пределы отклонений: диаметров (+ 0,5), (– 1,1) мм, толщины стенок (+ 0,4), (– 1) мм.

Решение. 1. Объединим однотипные элементы в подсистемы. При отсутствии точных значений жесткостей валов будем рассматривать их как случайные величины, подчиняющиеся закону нормального распределения параметров. Полагая, что число валов с минимальным значением диаметров равно числу валов с максимальным диаметром, находим:

d_1 = 58,9 мм; d_2 = 60,5 мм.

$$M_2 = M_1 \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^4 = 1{,}113 M_1;$$

$$\tau_{кp2} = \tau_{кp1} \frac{d_2}{d_1} = 1{,}027 \tau_{кp1}.$$

Решение. 2. $d_{н1}$ = 58,9 мм; $d_{н2}$ = 60,5 мм, $d_{вн1}$ = 42 мм; $d_{н2}$ = 39,2 мм.

$$M_2 = M_1 \left(\frac{d_{н2}}{d_{н1}} \right)^4 \frac{\left(1 - d_{вн2}^4 / d_{н2}^4\right)}{\left(1 - d_{вн1}^4 / d_{н1}^4\right)} = 1{,}237 M_1$$

$$\tau_{кp2} = \tau_{кp1} \frac{d_{н2}}{d_{н1}} = 1{,}027 \tau_{кp1}$$

Как видно из представленных примеров, применяемые допуски на отклонение диаметров, несмотря на значительное перераспределение моментов между валами, не приводят к существенным изменениям нагрузок валов. Поэтому их расчеты на прочность могут выполняться по номинальным размерам.

Общий случай. Как отмечалось выше, наряду с размерами диаметра жесткость валов зависит от длины их рабочей части и модуля сдвига материала. Кроме того момент, передаваемый валом, пропорционален углу закручивания. Наличие зазоров в системе может вызывать отставание (опережение) закручивания отдельных валов и соответствующее увеличение (снижение) их нагрузок. С целью учета влияния изменения параметров на загрузку введем следующие отношения:

$k_{dнi} = d_{нi} / d_{н1}$ – коэффициент изменения внешних диаметров;

$k_{двнi} = d_{внi} / d_{нi}$ – отношение внутреннего диаметра вала к внешнему;

$k_{Gi} = G_i / G_1$ – коэффициент соответствия модулей сдвига;

$k_{Li} = L_i / L_1$ – коэффициент соответствия длин валов;

$k_{\varphi i} = \varphi_i / \varphi_1$ – коэффициент соответствия углов закручивания.

Преобразуем уравнения с учетом принятых обозначений:

$$M_i = M_1 k_{Gi} k_{\varphi i} k_{dнн}^4 \frac{\left(1 - k_{дввн}^4\right)}{\left(1 - k_{двв1}^4\right)} \frac{1}{k_{Li}} \quad (9)$$

$$\tau_{кpi} = \tau_{кp1} k_{Gi} k_{\varphi i} k_{dнн} \frac{1}{k_{Li}}. \quad (10)$$

Анализ представленных зависимостей показывает, что в целом, даже небольшие отклонения параметров, могут существенно влиять на передаваемые ими нагрузки и расчетные напряжения.

Пример 2. Вычислить нагрузки трансмиссий с параллельными валами при значениях коэффициентов: k_{Gi} = 1,05, $k_{\varphi i}$ = 1,1, k_{Li} = 0,95. Размеры валов и пределы их отклонений принять соответственно примеру 1.

Решение. При сплошной сердцевине:

$$M_2 = 1{,}113 M_1 k_{G2} k_{\varphi 2} \frac{1}{k_{L2}} = 1{,}353 M_1;$$

при пустотелых валах:

$$M_2 = 1{,}237 M_1 k_{G2} k_{\varphi 2} \frac{1}{k_{L2}} = 1{,}504 M_1$$

.Напряжения кручения

$$\tau_{кр2} = 1{,}027 \tau_{кр1} k_{G2} k_{\varphi 2} \frac{1}{k_{L2}} = 1{,}25 \tau_{кр1}.$$

Таким образом, ввиду разброса параметров условия эксплуатации элементов могут иметь существенные различия.

Действие изгибающих усилий

При действии изгибающих усилий нагрузки между параллельными стержнями распределяются пропорционально жесткостям и прогибу их свободного конца:

$$\lambda_i = \frac{P_i}{P_1} = \frac{c_i y_i}{c_1 y_1}, \quad P_i = c_i y_i = \frac{3EJ_x}{L^3} y_i, \quad (11)$$

где E – модуль упругости первого рода;

J_x – момент инерции стержня относительно центральной оси x;

L – длина стержня;

y_i – прогиб свободного конца.

Выразим усилия в стержнях через усилие P_1 наименее загруженного из них:

$$P_i = P_1 k_{Ei} k_{yi} k_{di}^4 \frac{1}{k_{Li}^3}, \quad (12)$$

где $k_{Ei} - E_i / E_1$ – коэффициент соответствия модулей упругости;

$k_{yi} - y_i / y_1$ – коэффициент соответствия прогиба свободного конца стержня.

Напряжение изгиба стержней:

$$\sigma_{ui} = \sigma_{u1} k_{Ei} k_{yi} k_{di} \frac{1}{k_{Li}^2}. \quad (13)$$

Пример 3. Вычислить нагрузки от изгибающих усилий между параллельными стержнями при значениях коэффициентов: $k_{Ei} = 1{,}05$, $k_{yi} = 1{,}1$, $k_{Li} = 0{,}95$. Размеры стержней и пределы их отклонений принять соответственно примеру 1.

Решение. При наличии сплошной сердцевиной:

$$P_2 = 1{,}113 P_1 k_{E2} k_{y2} \frac{1}{k_{L2}^3} = 1{,}5 P_1;$$

при пустотелых стержнях:

$$P_2 = 1{,}237 P_1 k_{E2} k_{y2} \frac{1}{k_{L2}^3} = 1{,}67 P_1.$$

Напряжения изгиба:

$$\sigma_{u2} = 1{,}027 \sigma_{u1} k_{E2} k_{y2} \frac{1}{k_{L2}^2} = 1{,}31 \sigma_{u1}.$$

Таким образом, допустимые в практике отклонения параметров могут вызывать значительное увеличение действующих нагрузок и необходимость повышения запасов прочности. При отсутствии точных сведений следует коэффициенты запаса при расчетах по номинальным параметрам принимать на 25 – 30 % выше.

Основными факторами, влияющими на неравномерность нагрузок, являются неравенство упругих деформаций, различие длин элементов и модулей их жесткости. Для обеспечения допустимого распределения нагрузок разброс параметров системы не должен превышать 1 – 2 % .

Поступило в редакцию 26.06.2015

UDC 62-231 : 669.02/.09

THE DISTRIBUTION OF LOADS IN SYSTEMS WITH PARALLEL INTERACTIVE ELEMENTS

Dvornikov Leonig T.,
D.Sc. (Engineering),, Professor e-mail: evf@zaoproxy.ru
Peretyatko Vladimir N.,
D.Sc. (Engineering), Professor e-mail: evf@zaoproxy.ru
Egorov Vladimir F.,
C.Sc. in Engineering, Associate Professor e-mail: evf@zaoproxy.ru

Siberian State industrial University. 42 street Kirov, Novokuznetsk, Kemerovo region, 653033, , Russian Federation

Abstract.

The influence of tolerances, deviations of the parameters from the normalized values of the load distribution of structure elements at their parallel arrangement. Established that are acceptable in practice, deviations of the parameters can cause a significant increase to the existing loads and the need to increase reserves of strength.

Keywords*: load balancing, parallel interaction, the deviation of the parameters, stiffness, strength*

Received: 26.06.2015