УДК 004.02

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЯ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ В ЭКОНОМИКЕ

Прокопенко Евгения Викторовна[1],
кандидат физ.-мат. наук, доцент, e-mail: pev-05@mail.ru
Ли Сергей Робертович[2],
кандидат техн. наук, e-mail: sergejli@yandex.ru
Славолюбова Ярославна Викторовна[2],
кандидат физ.-мат. наук, e-mail: jar1984@mail.ru

[1]Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева, 650000, Россия, г. Кемерово, ул. Весенняя, 28
[2]Кемеровский институт (филиал) РЭУ имени Г.В. Плеханова, 650992, г. Кемерово, пр. Кузнецкий, 39

Аннотация.

Актуальность работы. *Разработка вычислительных моделей прогноза и применение их в компьютерных системах представляет в настоящее время одну из важнейших проблем науки. В целом алгоритмы, созданные на базе нечетких множеств, на практике применяются для самого разнообразного круга задач: при комплексном моделировании систем социального обеспечения и здравоохранения; для создания моделей политических, экономических и биржевых ситуаций.*

Цель работы: *рассмотреть применение интерполирования нечетких множеств к решению задачи оценки уровня безработицы в определенный период времени.*

Методы исследования*. Достижение поставленных целей в работе осуществляется на основе комплексного использования методов компьютерной алгебры, вычислительной математики и теории нечетких множеств.*

Результаты. *Разработаны алгоритм и комплекс программ в системе компьютерной математики Maple для моделирования изменения разноуровневых показателей безработицы, для их оценки в краткосрочный период времени. Данный алгоритм может быть использован для адекватной оценки других социально-экономических показателей, а также с помощью него можно определить степень принадлежности выбранного показателя заданному уровню не только в прогнозе на будущее, но и восстановить его неизвестное значение за прошедший период времени, что дает возможность в полной мере владеть необходимой недостающей информацией.*

Ключевые слова*: нечеткие множества, динамическая функция принадлежности, системы аналитических вычислений Maple.*

Моделирование – исследования объектов с помощью разработки и изучения их моделей – это один из основных способов научного познания. Данный способ еще называют вычислительным экспериментом и базируется он на трех понятиях, таких как модель-алгоритм-программа. Использование компьютера при моделировании возможно по трем направлениям:

1. Инструментальное – построение фундамента знаний с целью преобразования его в алгоритм и программу.

2. Вычислительное – проведение прямых расчетов по программе.

3. Диалоговое – непосредственное поддержание интерфейса между компьютером и пользователем.

Разработка моделей приближенных размышлений человека и применение их в компьютерных системах представляет в настоящее время одну из важнейших проблем науки. Четкость классических множеств состоит в строгой определенности значений характеристической функции: элемент или принадлежит множеству или не принадлежит ему, при этом характеристическая функция равна 0 или 1, соответственно. Такая определенность долгое время устраивала специалистов в области теоретической и прикладной математики. Нечеткое множество – понятие, расширяющее понятие классического множества и допускающее, что характеристическая функция (функция принадлежности элемента заданному множеству) может принимать любые значения в отрезке [0,1], а не только значения 0 или 1 [1, 2].

В целом алгоритмы, созданные на базе нечетких множеств, на практике применяются для самого разнообразного круга задач:

- при комплексном моделировании систем социального обеспечения и здравоохранения;
- при принятии правильных решений в сложных условиях непредвиденного рынка;
- для создания моделей политических, экономических и биржевых ситуаций.

На принципах нечеткой логики создан один из известных российских продуктов – пакет «Бизнес-прогноз», назначением которого является оценка рисков и потенциальной прибыльности различных инвестиционных проектов, бизнес-планов и просто идей относительно развития бизнеса.

В качестве вычислительной системы могут быть использованы такие популярные системы аналитических вычислений, как *Maple*, *MathCad*, *Mathematica*, *Derive*, *MatLab*. Перечисленные системы повсеместно используются в самых различных областях науки [3-6]. Как правило, эти системы содержат процедуры для аналитических и численных расчетов, средства для программирования, представления и визуализации результатов. Совмещая в одной оболочке многофункциональный набор инструментов, системы компьютерной математики позволяют решать масштабные научные задачи. Немаловажным фактором для успешного применения систем компьютерной алгебры остается правильный выбор модели соответствующей задачи. Вычислительная система при решении задачи служит экспериментальной базой, позволяет не только численно, но и визуально оценить исследуемые показатели, проверить возникающие гипотезы, а также выступать в качестве доказательства [7-14].

В данной работе рассмотрим применение интерполирования нечетких множеств к решению задачи оценки уровня безработицы в определенный период времени на примере Российской Федерации.

Предварительные сведения. Приведем основные математические понятия, необходимые для постановки задачи и ее моделирования с помощью системы компьютерной математики *Maple*.

Определение 1 [1]**.** Нечетким множеством A называется совокупность пар $A=\{(x,\mu_A(x))/x\in U\}$, где $\mu_A : U \to [0,1]$ – функция принадлежности.

В теории нечетких множеств, помимо переменных цифрового типа, существуют лингвистические переменные с приписываемыми им значениями.

Лингвистическая переменная отличается от числовой переменной тем, что ее значениями являются не числа, а слова или предложения. Поскольку слова, в общем, менее точны, чем числа, понятие лингвистической переменной дает возможность приближенно описывать явления, которые настолько сложны, что не поддаются описанию в общепринятых количественных терминах. В частности нечеткое множество, которое представляет собой ограничение, связанное со значениями лингвистической переменной, можно рассматривать как совокупную характеристику различных подклассов элементов универсального множества. В этом смысле роль нечетких множеств аналогична той роли, которую играют слова или предложения в естественном языке.

Определение 2 [1]. Лингвистическая переменная – это набор $(x,\widetilde{T}(x),U,G,M)$, где x – название переменной, $\widetilde{T}(x)$ – терм-множество, т.е. множество названий переменной *x*, причем каждому из этих названий соответствует нечеткое подмножество *X*, заданное на универсальном множестве *U* с базовой переменной *u*, *G* – синтаксическое правило, порождающее названия *X* значений переменной *x*, *M* – семантическое правило, которое ставит в соответствие каждому элементу терм-множества нечеткое подмножество *X* универсального множества *U*.

Интерполяция нечетких множеств уровня безработицы. Рассмотрим лингвистическую переменную x – {уровень безработицы}. Оставшуюся четверку определим следующим образом: универсальное множество $U=[0,10]\times T$, где $T=[2003,2015]$, терм-множество $\widetilde{T}$ – {«низкий уровень безработицы», «уровень безработицы ниже среднего», «средний уровень безработицы», «уровень безработицы выше среднего», «высокий уровень безработицы»}.

Множества *A* – низкий уровень безработицы, *B* – высокий уровень безработицы, *C* – средний уровень безработицы, *D* – уровень безработицы выше среднего, *E* – уровень безработицы ниже среднего являются нечеткими.

Зададим обобщенную гауссовскую функцию принадлежности $\mu_X(u,t)$ в рациональной форме:

$$\mu_{\text{низкий уровень безработицы}}(u,t)=\frac{1}{1+\left(\dfrac{u-u_A(t)}{\sigma_{\mathrm{A}}}\right)^{2b_A}},$$

$$\mu_{\textit{средний уровень безработицы}}(u,t)=\frac{1}{1+\left(\dfrac{u-u_C(t)}{\sigma_C}\right)^{2b_C}},$$

$$\mu_{\textit{высокий уровень безработицы}}(u,t)=\frac{1}{1+\left(\dfrac{u-u_B(t)}{\sigma_B}\right)^{2b_B}},$$

$$\mu_{\textit{уровень безработицы ниже среднего}}(u,t)=\frac{1}{1+\left(\dfrac{u-u_E(t)}{\sigma_E}\right)^{2b_E}},$$

$$\mu_{\textit{уровень безработицы}\ \text{выше среднего}}(u,t)=\frac{1}{1+\left(\dfrac{u-u_D(t)}{\sigma_D}\right)^{2b_D}},$$

где переменная t обозначает год и принимает одно из следующих значений: t ={2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2014}, параметры σ_X, b_X могут принимать любые действительные значения, функции $u_A(t)$, $u_B(t)$, $u_C(t)$, $u_D(t)$, $u_E(t)$ при фиксированном значении t – центры нечетких подмножеств A, B, C, D, E соответственно.

Синтаксическое правило G порождает новые термы с использованием модификаторов «ниже», «выше».

M – процедура, ставящая в соответствие каждому новому терму в соответствие нечеткое множество из $X \times T$ по правилу: если терм A имеет функцию принадлежности $\mu_A(u,t)$, то новые термы будут иметь функции принадлежности: $\mu_A(u-\alpha,t)$, $\mu_A(u+\alpha,t)$, где параметр α может принимать любые действительные значения из отрезка [0,1], для модификаторов «ниже», «выше», соответственно.

Графическое изображение лингвистической переменной x – {уровень безработицы} за последние 5 лет приведено на рис.1.

Данные относительно уровня безработицы за 2013 год не известны [15]. Требуется определить уровень безработицы за 2013 год и спрогнозировать его значение в 2015 году.

Математическая модель данной задачи состоит в следующем. Рассмотрим систему несовпадающих точек (u_i,t_j) $(i=1,\dots,m$, $j=1,\dots,n)$ в области $U\times T$. Значения функции принадлежности μ_X известны только в этих точках: $\mu_{X_{ij}}=\mu_X(u_i,t_j)$, $i=1,\dots,m$, j=1,..,n.

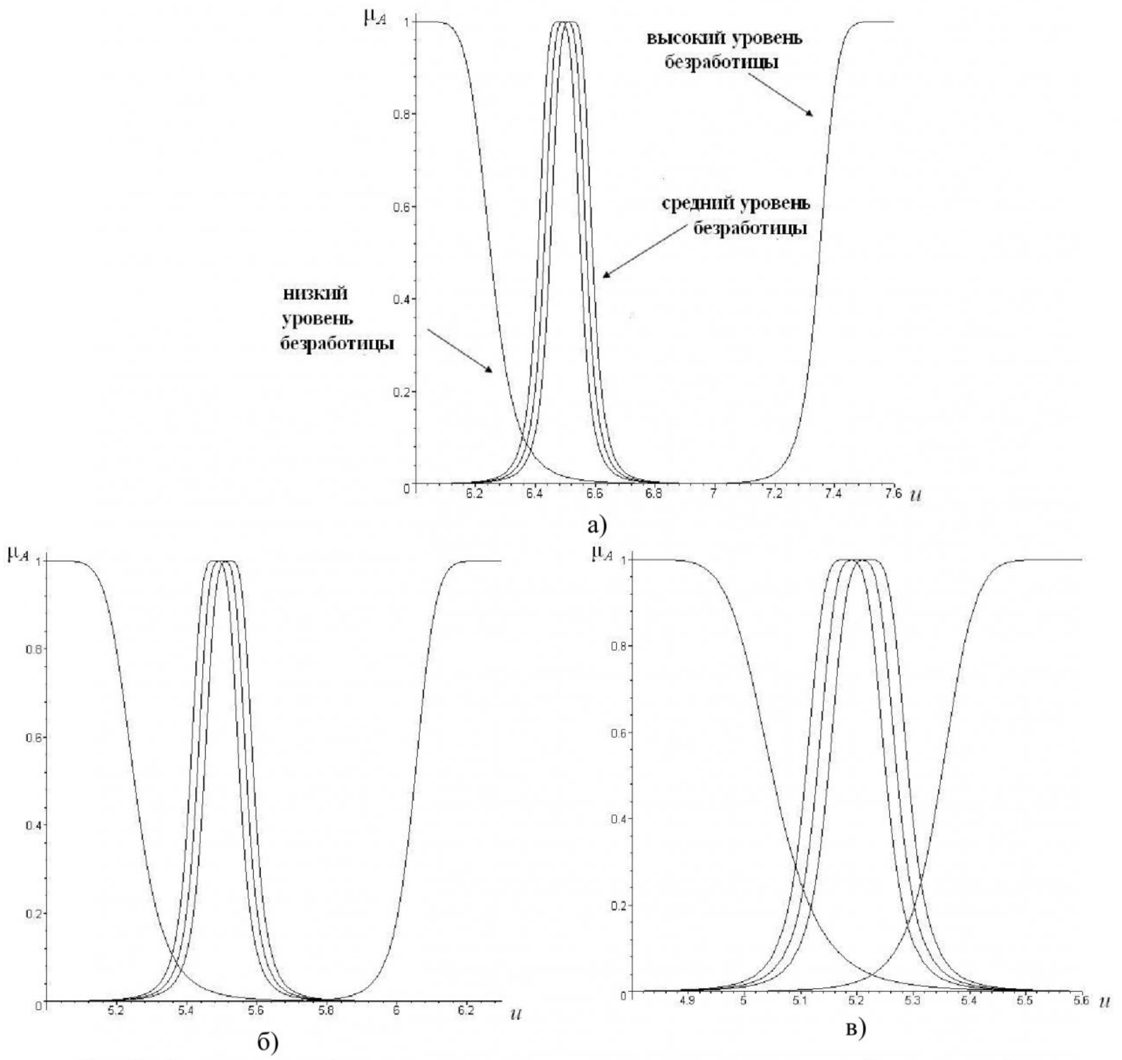

Рис. 1. Функция принадлежности терм-множества лингвистической переменной «уровень безработицы» за определенный год: а) 2011 год, б) 2012, в) 2014

Точки (u_i, t_j) назовем узлами интерполяции, а их совокупность – интерполяционной сеткой. Тройки $(u_i, t_j, \mu_{X\,ij})$ назовем точками данных или базовыми точками.

Задача интерполяции состоит в поиске такой функции $\widetilde{\mu}_X$ из данного класса функций, что

1) $\widetilde{\mu}_X(u_i, t_j) = \mu_{X\,ij}$,i=1,…,m,; j=1,..,n;

2) $\widetilde{\mu}_X(u,t)$ максимально приближает функцию $\mu_X(u,t)$ в произвольной точке (u,t) внутри интерполяционной сетки;

3) $0 < \widetilde{\mu}_X(u,t) \le 1$.

Функцию $\widetilde{\mu}_X(u,t)$ назовем интерполирующей функцией.

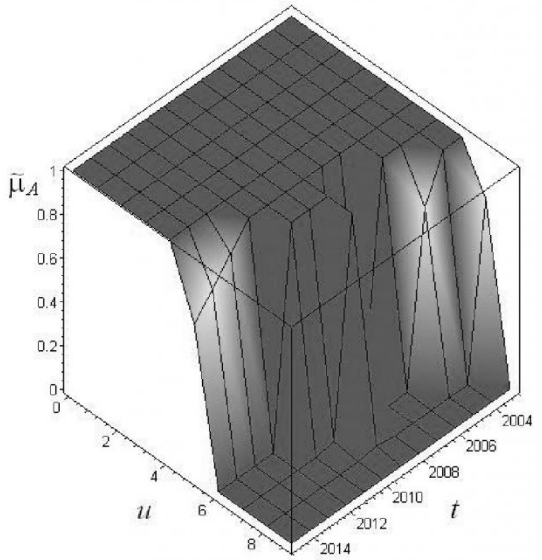

Рис. 2. Функция принадлежности нечеткому множеству «низкий уровень безработицы»

Опишем *метод решения* и *технику проведения вычислений*. Проведем двумерную интерполяцию для функции $\mu_X(u,t)$. Для этого сначала реализуем интерполяцию по t на каждой прямой $u = u_i$, $i = 1,...,m$. Затем при каждом значении $t = t_j$, $j = 1,...,n$, реализуется интерполяция по u с учетом значений функции, полученных на первом шаге.

Причем результат в случае проведения билинейной интерполяции не зависит от порядка шагов: можно сначала провести линейную интерполяцию вдоль оси t, так и наоборот, результат будет одним и тем же.

В качестве интерполяционной функции можно взять интерполяционный многочлен Лагранжа или интерполяционный сплайн.

Приведем *результаты расчетов* и *проведем их анализ*. Более подробно остановимся на изучении низкого уровня безработицы.

На основе проведенных вычислений с использованием системы аналитических вычислений *Maple* получили визуализацию функции принадлежности $\widetilde{\mu}_A(u,t)$ нечеткому множеству «низкий уровень безработицы», меняющейся с течением времени (рис. 2).

График данной функции представляет собой поверхность, проходящую в том числе и через восстановленные точки с координатами (u, 2013), а также через определенные точки (u, 2015), где $u \in [0,10]$.

Совокупность срезов построенной поверхности по времени t представлена на рис.3.

Срезы динамической функции $\widetilde{\mu}_A(u,t)$ при t=2013 и t=2015 имеют следующие графики (рис. 4, 5).

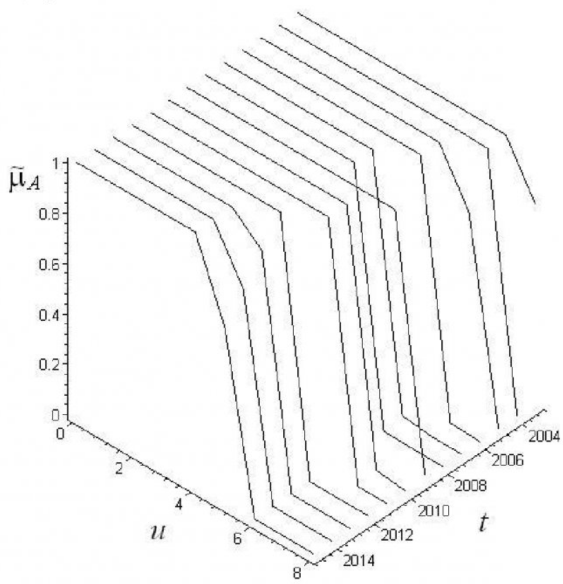

Рис. 3. Срезы функции принадлежности нечеткому множеству «низкий уровень безработицы»

Аналогично были рассмотрены высокий и средний уровень безработицы. Графики динамических функций $\widetilde{\mu}_B(u,t)$, $\widetilde{\mu}_C(u,t)$ и их срезов представлены на рис. 6, 7 и 8, 9 соответственно.

Как видно из рисунков среднее значение показателя уровня безработицы имеет тенденцию к небольшому снижению в краткосрочный период, несмотря на то, что его наибольшее значение имеет тенденцию увеличения. При этом имеем следующие значения функций принадлежности: $\widetilde{\mu}_C(u, 2015) = 1$ при $u \approx 5{,}1$, $\widetilde{\mu}_B(u, 2015) = 1$ при $u \approx 5{,}9$ и $\widetilde{\mu}_A(u, 2015) = 1$ при $u \approx 4$. Полученные значения можно интерпретировать следующим образом: средний уровень безработицы за 2015 год приближается к значению 5,1, низкий уровень безработицы за 2015 год приближается к значению 4, а высокий уровень – к значению 5,9.

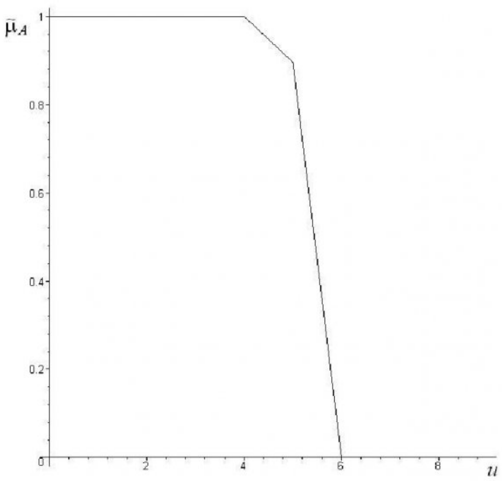

Рис. 4. Восстановленная функция принадлежности нечеткому множеству «низкий уровень безработицы» за 2013 год

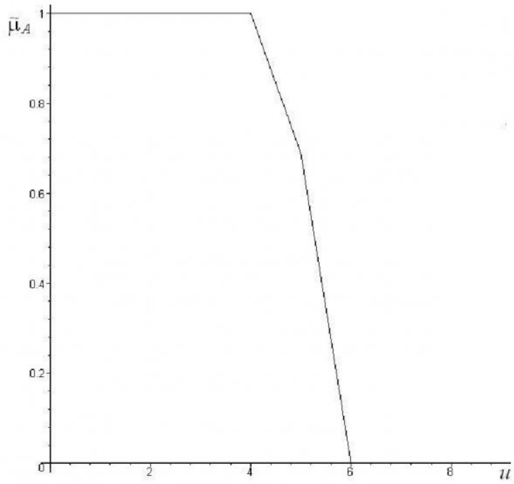

Рис. 5. Прогнозируемая функция принадлежности нечеткому множеству «низкий уровень безработицы» за 2015 год

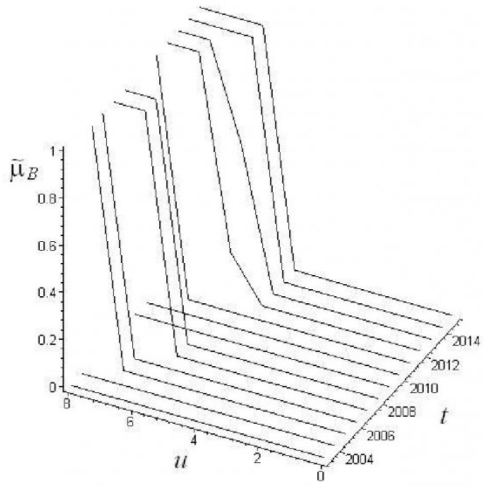

Рис. 6. Срезы функция принадлежности нечеткому множеству «высокий уровень безработицы»

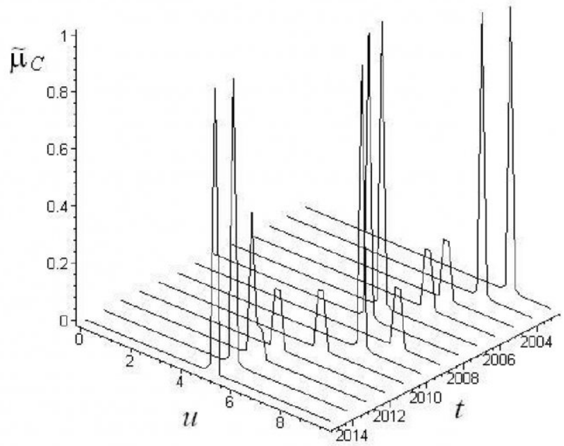

Рис. 7. Срезы функции принадлежности нечеткому множеству «средний уровень безработицы»

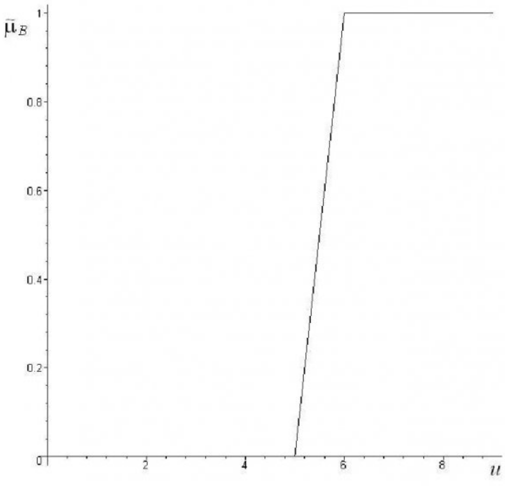

Рис. 8. Прогнозируемая функция принадлежности нечеткому множеству «высокий уровень безработицы» за 2015 год

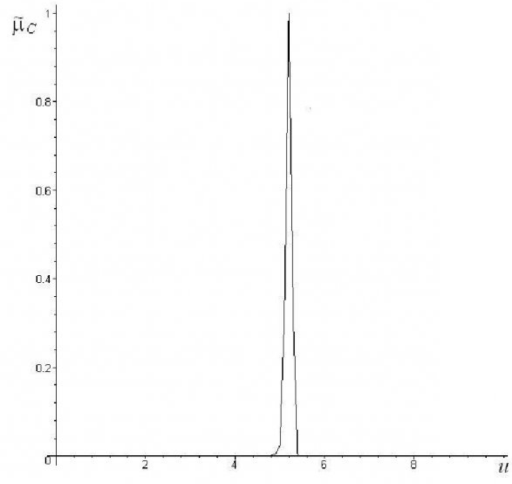

Рис. 9. Прогнозируемая функция принадлежности нечеткому множеству «средний уровень безработицы» за 2015 год

Разработанный алгоритм и созданный комплекс программ в системе компьютерной математики *Maple* позволили смоделировать изменение разноуровневых показателей безработицы, провести их оценку в краткосрочный период времени, а также могут быть использованы для адекватной оценки других социально-экономических показателей. Кроме того, мы можем определить степень принадлежности выбранного показателя заданному уровню не только в прогнозе на будущее, но и восстановить его неизвестное значение за прошедший период времени, что позволит нам в полной мере владеть необходимой недостающей информацией.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Осовский, С. Нейронные сети для обработки информации // Пер. с польского И.Д. Рудинского. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 345 с.
2. Назаров, А. В. Нейросетевые алгоритмы прогнозирования и оптимизации систем / А. В. Назаров, А. И. Лоскутов. – СПб.: Наука и Техника, 2003. – 384 с.
3. Дьяконов, В. Maple 9 в математике, физике и образовании – М.: Изд-во СОЛОН Пресс, 2004. – 688 с.
4. Аладьев, В. З. Программирование и разработка приложений в Maple / В. З. Аладьев, В. К. Бойко, Е. А. Ровба. – Гродно: ГрГУ, 2007. – 458 с.
5. Алексеев, Е. Р. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9. Серия: Самоучитель / Е. Р. Алексеев, О. В. Чеснокова. – НТ Пресс, 2006. – 496 с.
6. Гандер, В. Решение задач в научных вычислениях с применением Maple и MATLAB / В. Гандер, И. Гржебичек. – Изд-во “Вассамедина” 2005 г. – 520 с.
7. Багина, О. Г. Покрытие плоскости равносторонними пятиугольниками / О. Г. Багина, М. И. Кабенюк // Вестник КемГУ. – 2001. – № 3. – с. 162-166.
8. Appel, K. Every Planar Map is Four Colorable / K. Appel, W. Haken // Bulletin of the American Mathematical Society. – 1976. – Vol. 82, № 5. – P. 711–712.
9. Appel, K. The Solution of the Four-Color-Map Problem / K. Appel, W. Haken // Scientific American. – 1977. –V. 237, № 4. – P. 108–121.
10. Кремлев, А. Г. Сигнатура кривизны Риччи левоинвариантных римановых метрик на четырехмерных группах Ли. Неунимодулярный случай / А. Г. Кремлев, Ю. Г. Никоноров // Мат. труды. – 2009. – Т. 12, № 1. – С. 40–116.
11. Rodionov, E. D. Curvature estimations of left invariant Riemannian metrics on three dimensional Lie groups / E. D. Rodionov, V. V. Slavskii // Differential Geometry and Applicaion Proceeding of the 7th International Conference. Brno, August 10 – 14, 1998. – Masaryk University, Brno, Czech Republic, 1999.
12. Rodionov, E. D. Conformal deformations of the Riemannian metrics and homogeneous Riemannian spaces / E. D. Rodionov, V. V. Slavskii // Comm. Math. Univ. Carol. – 2002. – V. 43, No 2. – P. 271 – 282.
13. Прокопенко, Е. В. Применение компьютерной математики для решения многомерных задач / Е. В. Прокопенко, Я. В. Славолюбова, С. Р. Ли // Вестник КузГТУ, 2014, № 5(105), с. 121-123.
14. Прокопенко, Е. В. Применение системы Maple для исследования почти контактных структур на прямом произведении аффинной алгебры Ли и унимодулярной алгебры Ли / Е. В. Прокопенко, Я. В. Славолюбова, А. С. Березина // Вестник КузГТУ, 2015, № 1(107), с. 102-107.
15. Федеральная служба государственной статистики [Электронный ресурс]. – Режим доступа: – http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/wages/ labour_ force. – [18.07.2015].

UDC 004.02

APPLICATION OF INTERPOLATING FUZZY SETS IN ECONOMICS

Prokopenko Evgenia V. [1],
C. Phys.-Math. sciences,, Associate Professor, e-mail: pev-05@mail.ru
Lie Sergey R. [2],
Ph. D. Sc. in Engineering, Associate Professor, e-mail: sergejli@yandex.ru
Slavolyubova Yaroslavna V.[2],
C. Phys.-Math. sciences,, Associate Professor, e-mail: jar1984@mail.ru

[1]T.F. Gorbachev Kuzbass State Technical University, 28 street Vesennyaya, Kemerovo, 650000, Russian Federation
[2]Kemerovo Institute (branch) of Plekhanov Russian University of Economics, 39 avenue Kuznetsk, Kemerovo, 650992, Russian Federation

Abstract

The urgency of the discussed issue. *Development of models of approximate human thought and their application in computer systems is currently one of the most important problems of science. In general, the algorithms that are based on fuzzy sets, in practice used for the most diverse range of applications: for complex simulation of social welfare and health care; to create a model of political, economic and stock situations.*

The main aim of the study: *to consider the use of interpolation fuzzy sets to solve the problem estimate the unemployment rate in a fixed time by the example of the Russian Federation.*

The methods used in the study. *Achievement of goals in work is carried out on the basis of complex use of methods of computer algebra, calculus mathematics and the theory of fuzzy sets.*

The results. *The algorithm and complex of program in system of computer mathematics Maple created to simulate changes of multi-level the indicators of unemployment, to evaluate them in a short period of time. This algorithm can be used for an adequate estimating of other social and economic indicators, as well as with it you can determine the degree of membership of indicator to the selected level not only in the forecast for the future, but also to restore its unknown value in the past period of time, that allows you to restore the complete necessary missing information.*

Key words: *fuzzy sets, dynamic function membership, the system of analytical calculations Maple.*

REFERENCES

1. Osovsky, S. Neyronnye seti dlya obrabotki informatsii // Per. s polskogo I.D. Rudinskogo. – M.: Finansy i statistika, 2004. – 345 s.

2. Nazarov, A. V. Neyrosetevye algoritmy prognozirovaniya i optimizatsii sistem / A. V. Nazarov, A. I. Loskutov. – SPb.: Nauka i Tekhnika, 2003. – 384 s.

3. Dyakonov, V. Maple 9 v matematike, fizike i obrazovanii – M.: Izd-vo SOLON Press, 2004. – 688 s.

4. Aladyev, V. Z. Programmirovaniye i razrabotka prilozheny v Maple / V. Z. Aladyev, V. K. Boyko, Ye. A. Rovba. – Grodno: GrGU, 2007. – 458 s.

5. Alekseyev, Ye. R. Resheniye zadach vychislitelnoy matematiki v paketakh Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9. Seriya: Samouchitel / Ye. R. Alekseyev, O. V. Chesnokova. – NT Press, 2006. – 496 s.

6. Gander, V. Resheniye zadach v nauchnykh vychisleniyakh s primeneniyem Maple i MATLAB / V. Gander, I. Grzhebichek. – Izd-vo “Vassamedina” 2005 g. – 520 s.

7. Bagina, O. G. Pokrytiye ploskosti ravnostoronnimi pyatiugolnikami / O. G. Bagina, M. I. Kabenyuk // Vestnik KemGU. – 2001. – № 3. – s. 162-166.

8. Appel, K. Every Planar Map is Four Colorable / K. Appel, W. Haken // Bulletin of the American Mathematical Society. – 1976. – Vol. 82, № 5. – P. 711–712.

9. Appel, K. The Solution of the Four-Color-Map Problem / K. Appel, W. Haken // Scientific American. – 1977. –V. 237, № 4. – P. 108–121.

10. Kremlev, A. G. Signatura krivizny Richchi levoinvariantnykh rimanovykh metrik na chetyrekhmernykh gruppakh Li. Neunimodulyarny sluchay / A. G. Kremlev, Yu. G. Nikonorov // Mat. trudy. – 2009. – T. 12, № 1. – S. 40–116.

11. Rodionov, E. D. Curvature estimations of left invariant Riemannian metrics on three dimensional Lie groups / E. D. Rodionov, V. V. Slavskii // Differential Geometry and Applicaion Proceeding of the 7th International Conference. Brno, August 10 – 14, 1998. – Masaryk University, Brno, Czech Republic, 1999.

12. Rodionov, E. D. Conformal deformations of the Riemannian metrics and homogeneous Riemannian spaces / E. D. Rodionov, V. V. Slavskii // Comm. Math. Univ. Carol. – 2002. – V. 43, No 2. – P. 271 – 282.

13. Prokopenko, Ye. V. Primeneniye kompyuternoy matematiki dlya resheniya mnogomernykh zadach / Ye. V. Prokopenko, Ya. V. Slavolyubova, S. R. Li // Vestnik KuzGTU, 2014, № 5(105), s. 121-123.

14. Prokopenko, Ye. V. Primeneniye sistemy Maple dlya issledovaniya pochti kontaktnykh struktur na pryamom proizvedenii affinnoy algebry Li i unimodulyarnoy algebry Li / Ye. V. Prokopenko, Ya. V. Slavolyubova, A. S. Berezina // Vestnik KuzGTU, 2015, № 1(107), s. 102-107.

15. Federalnaya sluzhba gosudarstvennoy statistiki [Elektronny resurs]. – Rezhim dostupa: – http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/wages/ labour_ force. – [18.07.2015].

Поступило в редакцию 20.09.2015
Received 20 September2015