ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 004.415.2

НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ В МОДЕЛИРОВАНИИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

NONLINEAR PROGRAMMING IN MODELLING INFORMATION SYSTEMS

Семахин Андрей Михайлович,
канд. техн.наук, доцент, e-mail: semakhinandrew@yandex.ru
Semakhin Andrey M., C. Sc. (Engineering), Associate Professor

Курганский государственный университет», кафедра программное обеспечение автоматизированных систем, 640669, Россия г. Курган, ул. Гоголя, 25
Kurgan State University, federal state budget professional higher educational institution, department software of the automated systems, 25, street Gogol, Kurgan, 640669, Russian Federation

Аннотация: *Повышение эффективности проектирования информационной системы организации в условиях неопределенности и риска является актуальной задачей. Для решения задачи применяются методы теории исследования операций.*

Разработан метод проектирования информационных систем в условиях риска. Метод проектирования основан на разработке нелинейной математической модели информационной системы. Формулируется задача условной оптимизации. Оптимальное решение задачи определяется методом Лагранжа. Сущность метода Лагранжа состоит в сведении задачи поиска условного экстремума целевой функции на множестве допустимых значений к задаче безусловной оптимизации функции. Алгоритм метода Лагранжа включает три этапа. На первом этапе составляется функция Лагранжа. На втором этапе определяются частные производные. На третьем этапе определяется условный экстремум функции.

Метод Лагранжа позволяет перейти от условной оптимизации к безусловной оптимизации и расширить средства решения задачи. Определение оптимального проекта информационной системы в условиях риска выполняется на примере главного управления социальной защиты населения по Курганской области. Формируется группа проектов информационной системы, включающая пять вариантов. Эффективности проектов информационных систем являются случайными величинами. Математическое ожидание и дисперсия проектов являются известными величинами. Значение средней эффективности группы проектов информационных систем задается лицом принимающим решение. Требуются определить доли финансирования проектов, минимизирующих дисперсию проектов информационной системы. Приводится нелинейная математическая модель и определяется оптимальное решение.

Применение разработанного метода позволяет сократить финансовые затраты и сроки проектирования информационных систем в условиях риска и повысить обоснованность принимаемых решений на этапе проектирования.

Abstract: *Increase of efficiency of designing of information system of the organization in conditions of uncertainty and risk is an actual problem. Methods of the theory of research of operations are applied to the decision of a problem.*

The method of designing of information systems in conditions of risk is developed. The method of designing is based on development of nonlinear mathematical model of information system. The problem of conditional optimization is formulated. The optimum decision of a problem is defined by method of Lagrange. The essence of method of Lagrange consists in data of a problem of search of a conditional extremum of criterion function on set of admissible values to a problem of unconditional optimization of function. The algorithm of method of Lagrange includes three stages. At the first stage function of Lagrange is made. At the second stage private derivatives are defined. At the third stage the conditional extremum of function is defined.

Method of Lagrange allows to pass from conditional optimization to unconditional optimization and to expand means of the decision of a problem. Definition of the optimum project of information system in conditions of risk is carried out on an example of central administrative board of social protection of the population on Kurgan region. The group of projects of the information system, including five variants is formed.

Efficiency of projects of information systems are random variables. The population mean and a dispersion of projects are known sizes. Value of average efficiency of group of projects of information systems is set by the person making a decision. The shares of financing of the projects are required to define. The shares of financing of the projects are minimized a dispersion of projects of information system. The nonlinear mathematical model is resulted and the optimum decision is defined.

Application of the developed method allows to reduce financial expenses and terms of designing of information systems in conditions of risk and to raise validity of accepted decisions at the design stage.

Ключевые слова: *Информационная система, нелинейное программирование, математическая модель, условный экстремум, метод Лагранжа, функция Лагранжа, алгоритм, оптимальный план, программа*

Keywords*: Information system, nonlinear programming, mathematical model, conditional extremum, method of Lagrange, function of Lagrange, algorithm, the optimum plan, the program*

Введение.

На современном этапе развития общество характеризуется высоким уровнем проникновения ПЭВМ и Internet. Для обмена информацией между пользователями применяются вычислительные сети. Системы коммуникаций и вычислительные сети обеспечивают пользователям широкий набор информационно-вычислительных услуг с доступом к локальным и удаленным машинным ресурсам, технологиям и базам данных [1] По данным ЮНЕСКО, в настоящее время более половины занятого населения развитых стран принимают участие в процессе производства и распространения информации [2].

Проектирование информационных систем является важной задачей на современном этапе развития общества. Проектирование информационных систем в условиях определенности рассматривалось в работах [3, 4]. Реальный процесс проектирования информационной системы происходит в условиях неопределенности и риска. Повышение эффективности проектирования информационной системы организации в условиях неопределенности и риска является актуальной задачей. Для решения задачи применяются методы теории исследования операций.

Постановка bзадачи

Задача формулируется следующим образом: из числа фирм, предоставляющих услуги спутникового Internet на территории РФ, в условиях риска требуется выбрать провайдера спутникового Internet с минимальной величиной дисперсии эффективности проектов информационных систем при выполнении ограничений.

Разработка математической модели

Для решения задачи применяются методы нелинейного математического программирования [4 - 6].

Пусть $P=\{p_1, p_2,..., p_n\}=\{p_i\}$ - множество проектов информационной системы, $R=\{r_1, r_2,..., r_n\}=\{r_i\}$ - множество эффективностей проектов информационной системы, $i=\overline{1,n}$. Эффективности r_i - случайные некоррелированные величины. Характеристики случайных величин r_i - математическое ожидание $MR=m_i$ и дисперсия $DR_i=\sigma_i^2$ эффективностей проектов информационных систем являются известными величинами. Значение средней эффективности группы проектов информационных систем m_p задается лицом принимающим решение.

Пусть X_i - доли финансирования проектов информационной системы p_i, $i=\overline{1,n}$ **:**

$$0 \le X_i \le 1,\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1.$$

Необходимо определить оптимальный проект информационной системы в условиях риска.

Математическая модель задачи нелинейного программирования имеет вид

$$min \qquad Z=\sum_{i=1}^{n} X_i^2 \cdot DR_i \tag{1}$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 1, \qquad \sum_{i=1}^{n} X_i \cdot MR_i = m_p,$$

$$X_i \ge 0, i=\overline{1,n}$$

где X_i - доля финансирования i проекта;

DR_i - дисперсия эффективности i проекта;

MR_i - математическое ожидание эффективности i проекта;

m_p - средняя эффективность группы проектов;

i - номер проекта, $i=\overline{1,n}$;

n - количество проектов.

Оптимальное решение (условный экстремум) определяется методом Лагранжа [7 - 9].

Необходимое условие экстремума сводится к существованию системы уравнений.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x_1} = \dfrac{\partial f}{\partial x_1} - \sum\limits_{j=1}^{k} \lambda_j \cdot \dfrac{\partial \varphi_j}{\partial x_1} = 0 \\ \ldots \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_n} = \dfrac{\partial f}{\partial x_n} - \sum\limits_{j=1}^{k} \lambda_j \cdot \dfrac{\partial \varphi_j}{\partial x_n} = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda_1} = b_1 - \varphi_1(x_1,...,x_n) = 0 \\ \ldots \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda_m} = b_m - \varphi_m(x_1,...,x_n) = 0 \end{cases} \qquad (2)$$

и позволяет определить неизвестные величины $x_1,...,x_n$, $\lambda_1,...,\lambda_k$ $i=\overline{1,n}$, , $k<n$ [10 - 12].

Достаточное условие экстремума позволяет определить стационарную точку в которой функция $f(x_1,...,x_n)$ достигает условного экстремума. Функция $f(x_1,...,x_n)$ имеет в стационарной точке $(x_1,...,x_n,\ \lambda_1,...,\lambda_k)$ условный максимум, если $d^2L<0$, и условный минимум, если $d^2L>0$ [13, 14. 15].

На примере главного управления социальной защиты населения по Курганской области определяется оптимальный проект информационной системы в условиях риска. Объявляем искомые переменные и определяем оптимальное решение математической модели информационной системы.

Пусть X_1 – доля финансирования проекта Skydsl, X_2 – доля финансирования проекта Триколор Интернет, X_3 – доля финансирования проекта Open Sky, X_4 – доля финансирования проекта LanSat, X_5– доля финансирования GxSAT.

Проекты информационной системы имеют эффективности $R=\{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}=\{r_i\}$. Эффективности проектов информационной системы r_i - случайные некоррелированные величины. Характеристики r_i приведены в табл. 1.

Таблица 1. Характеристики случайных величин r_i

	Проект	r_i	$M\ r_i$	σ_i
1	Skydsl	r_1	15	5
2	Триколор Интернет	r_2	10	3
3	Open Sky	r_3	20	8
4	LanSat	r_4	16	6
5	GxSAT	r_5	12	4

Значение средней эффективности группы проектов $m_p=11$.

Математическая модель выбора оптимального проекта информационной системы запишется в виде:

минимизировать

$$Z=25X_1^2+9X_2^2+64X_3^2+36X_4^2+16X_5^2 \qquad (3)$$

при ограничениях

$$\begin{cases} X_1+X_2+X_3+X_4+X_5=1 \\ 15X_1+10X_2+20X_3+16X_4+12X_5=11 \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \ge 0 \end{cases}$$

Решение задачи

Алгоритм решения задачи оптимизации методом множителей Лагранжа включает этапы.

Этап 1. Определяется функция Лагранжа:

$$L(x_1,...,x_n,\lambda_1,...,\lambda_k) = f(x_1,...,x_n) + \\ + \sum_{j=2}^{k} \lambda_j [b_j - \varphi_j(x_1,...,x_n)]$$

Этап 2. Определяются стационарные точки функции Лагранжа. из системы уравнений.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x_i} = \dfrac{\partial}{\partial x_i} - \sum\limits_{j=1}^{k} \lambda_j \dfrac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} = 0, \mathrm{i}=\overline{1,\mathrm{n}} \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda_j} = b_j - \varphi_j(x_1,...,x_n) = 0,\ j=\overline{1,k} \end{cases}$$

Этап 3. Определяются условные экстремумы функции. - стационарные точки функции Лагранжа, в которых функция f имеет условные экстремумы [4, 5, 16].

Преобразуем (3) к виду

минимизировать

$$Z=25X_1^2+9X_2^2+64X_3^2+36X_4^2+16X_5^2 \qquad (4)$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 1-(X_1, X_2, X_3.X_4, X_5)=0 \\ 11-(15X_1-10X_2-20X_3-16X_4-12X_5)=0 \end{cases}$$

Составляем функцию Лагранжа и находим необходимое условие экстремума, представимое системой уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial X_1} &= 50X_1-\lambda_1-15\lambda_2=0 \\ \frac{\partial L}{\partial X_2} &= 18X_2-\lambda_1-10\lambda_2=0 \\ \frac{\partial L}{\partial X_3} &= 128X_3-\lambda_1-20\lambda_2=0 \\ \frac{\partial L}{\partial X_4} &= 72X_4-\lambda_1-16\lambda_2=0 \\ \frac{\partial L}{\partial X_5} &= 32X_5-\lambda_1-12\lambda_2=0 \end{aligned} \qquad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = -(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 - 1) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = -(15X_1 + 10X_2 + 20X_3 + +16X_4 + 12X_5 - 11) = 0 \quad (6)$$

Отсюда

$$X_1 = \frac{\lambda_1 + 15\lambda_2}{50}, X_2 = \frac{\lambda_1 + 10\lambda_2}{18}$$

$$X_3 = \frac{\lambda + 20\lambda_3}{128}, X_4 = \frac{\lambda_1 + 16\lambda_2}{72} \quad (7)$$

$$X_5 = \frac{\lambda_1 + 12\lambda_2}{32}$$

Подставив выражения X_i в (6), получаем систему уравнений

$$\begin{cases} 0.2570\lambda_1 + 3.0618\lambda_2 = 2 \\ 3.2181\lambda_1 + 33.5622\lambda_2 = 22 \end{cases}$$

Откуда $\lambda_1 = 0.1918$, $\lambda_2 = 0.6371$ и из (7)

$$X_1 \approx 0.18, X_2 \approx 0.35, X_3 \approx 0.10$$

$$X_4 \approx 0.13, X_5 \approx 0.24$$

Искомый минимум (4) Z=4.0825.

Проект Триколор Интернет имеет максимальную долю финансирования X_2 =0.35 . Проект Open Sky имеет минимальную долю финансирования X_3 =0.10 . Дисперсия проектов информационной системы Z=4.0825.

Результаты исследования

Результаты проведенных исследований позволили сделать следующие выводы.

1. Разработана нелинейная математическая модель выбора оптимального проекта информационной системы в условиях риска.

2. Оптимальное решение нелинейной математической модели определяется методом Лагранжа.

3. Разработанный метод определения эффективного проекта информационной системы в условиях риска, позволяет снизить финансовые издержки и временные затраты на этапе проектирования информационных систем и повысить обоснованность принимаемых решений.

4. Результаты работы могут быть использованы в проектировании информационных систем и дальнейших исследованиях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пятибратов А.П., Гудыно Л.П., Звездин А.А. Вычислительные системы, сети и телекоммуникации. М.: Финансы и статистика, 2002. – 512 с.

2. Бройдо В.Л. Вычислительные системы, сети и телекоммуникации.- СПб.: Питер, 2005. – 703 с.

3. Семахин А.М. Метод Гаусса-Жордана в моделировании информационной системы.// Естественные и технические науки. – 2014. – №5(73) С. 153 – 163.

4. Semakhin A.M. The Gauss-Jordan's Method In Modelling Of Information System.// Young Scientist USA. – 2014 – Vol. 1, – C. 133 – 142.

4. Кузнецов А.В., Холод Н.И. Математическое программирование. – Минск: Вышая школа.1984 – 221 с.

5. Таха Хемди А. Введение в исследование операций. 7-е изд. М.: Издательский дом "Вильямс", 2005. – 912 с.

6. Колемаев В.А. Математическая экономика.- М.: .ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 399 с.

7. Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. – М.: Мир, 1982. – 345 с.

8. Зангвилл У.И. Нелинейное программирование. Единый подход – М.: Советское радио, 1973. – 312 с

9. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1975. – 534 с.

10. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование. Пер. с англ. – Мир, 1967. – 356 с.

11. Beightler C., Philips D., Wilde D. Foundations of Optimization,2nd ed., Prentitice Hall, Upper Saddle River, N.J., 1979. – 245 с.

12. Rardin D. Optimization in Operations Research, Prentice Hall,Upper Saddle River, N.J., 1998. –285 с.

13. Кюнце Г.П., Крелле В. Нелинейное программирование. М.: Мир, 1965. – 325 с.

14. Эльстер К.Х., Рейнгардт Р., Шойбле М., Донат Г. Введение в нелинейное программирование.- М.: Наука, 1985. – 264 с.

15. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс. – М.: Радио и связь, 1988. –265 с.

16. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. – М.: Мир, 1985. –345 с.

REFERENCES

1. Pjatibratov A.P., Gudyno L.P., Zvezdin A.A. Vychislitel'nye sistemy, seti i telekommuni-kacii. M.:

Finansy i statistika, 2002. – 512 s.
2. Brojdo V.L. Vychislitel'nye sistemy, seti i telekommunikacii.- SPb.: Piter, 2005. – 703 s.
3. Semahin A.M. Metod Gaussa-Zhordana v modelirovanii informacionnoj sistemy.// Estest-vennye i tehnicheskie nauki. – 2014. – №5(73) S. 153 – 163.
4. Semakhin A.M. The Gauss-Jordan's Method In Modelling Of Information System.// Young Scientist USA. – 2014 – Vol. 1, – S. 133 – 142.
4. Kuznecov A.V., Holod N.I. Matematicheskoe programmirovanie. – Minsk: Vyshaja shkola.1984 – 221 c.
5. Taha Hemdi A. Vvedenie v issledovanie operacij. 7-e izd. M.: Izdatel'skij dom "Vil'jams", 2005. – 912 s.
6. Kolemaev V.A. Matematicheskaja jekonomika.- M.: .JuNITI-DANA, 2005. – 399 s.
7. Bazara M., Shetti K. Nelinejnoe programmirovanie. Teorija i algoritmy. – M.: Mir, 1982. – 345 s.
8. Zangvill U.I. Nelinejnoe programmirovanie. Edinyj podhod – M.: Sovetskoe radio, 1973. – 312 s
9. Himmel'blau D. Prikladnoe nelinejnoe programmirovanie. – M.: Mir, 1975. – 534 s.
10. Hedli Dzh. Nelinejnoe i dinamicheskoe programmirovanie. Per. s angl. – Mir, 1967. – 356 s.
11. Beightler C., Philips D., Wilde D. Foundations of Optimization,2nd ed., Prentitice Hall, Upper Saddle River, N.J., 1979. – 245 s.
12. Rardin D. Optimization in Operations Research, Prentice Hall,Upper Saddle River, N.J., 1998. –285 s.
13. Kjunce G.P., Krelle V. Nelinejnoe programmirovanie. M.: Mir, 1965. – 325 s.
14. Jel'ster K.H., Rejngardt R., Shojble M., Donat G. Vvedenie v nelinejnoe programmirovanie.- M.: Nauka, 1985. – 264 s.
15. Bandi B. Metody optimizacii. Vvodnyj kurs. – M.: Radio i svjaz', 1988. –265 s.
16. Gill F., Mjurrej U., Rajt M. Prakticheskaja optimizacija. – M.: Mir, 1985. –345s.

Поступило в редакцию 3. 11. 2015
Received 3 November 2015