

## МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

DOI: 10.26730/1999-4125-2017-4-117-120

УДК 621.833.6

### КИНЕТОСТАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ШЕСТИЗВЕННОЙ ГРУППЫ НУЛЕВОЙ ПОДВИЖНОСТИ, ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ТРЕХСАТЕЛЛИТНОЙ ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧЕ

### KINETOSTATICS ANALYSIS OF A SIX-MEMBERED GROUP OF ZERO MOBILITY IN RELATION TO THE THREE SATELLITE PLANETARY GEAR

Герасимов Семён Павлович,  
аспирант, e-mail: semyon05@bk.ru  
Gerasimov Semyon P., postgraduate  
Дворников Леонид Трофимович,  
доктор техн. наук, профессор, e-mail: tmmiok@yandex.ru  
Dvornikov Leonid T., Dr. Sc., Professor

Сибирский государственный индустриальный университет, 654000 Россия, г. Новокузнецк, ул. Кирова 42

Siberian State Industrial University, ul. Kirova 42, Novokuznetsk, 654000, Russian Federation

**Аннотация.** В статье приведен пример полного кинетостатического решения для самоустанавливающейся трехсателлитной планетарной передачи. В которой используется группа нулевой подвижности, соединяющая все три установленных сателлита между собой, самоустанавливая их, и передают нагрузку через все три установленных сателлита. Сделаны выводы о целесообразности использования таких группы в планетарных передачах. Тема статьи ранее практически не поднималась, и является малоизученной.

**Ключевые слова.** Планетарная передача, редуктор, сателлиты, водило, зубчатый механизм, группа Ассура, группа нулевой подвижности, самоустанавливание, зацепление.

**Abstract.** The article gives an example of a complete kinetostatic solution for a self-aligning three-satellite planetary gear, in which a group of zero mobility is used, connecting all three installed satellites to each other, self-setting them, and transferring the load through all three installed satellites. Conclusions are made about the expediency of using such a group in planetary gears. The topic of the article has not been raised before and is not studied sufficiently.

**Keywords.** Planetary gear, reduction gear, satellites, carrier, gear mechanism, Assur group, group of zero mobility, self-stabilization, engagement.

При исследовании планетарных зубчатых передач, в состав которых входит более одного сателлита, возникает проблема корректности проведения их силового (кинетостатического) расчёта. Дело в том, что при установлении всех сателлитов на единое звено – водило Н, система теряет статическую определенность. Так, если обратиться к обычной трехсателлитной передаче, показанной на рис. 1,

и определить ее подвижность  $W$ , как плоского механизма с кинематическими парами пятого ( $p_5$ ) и четвертого ( $p_4$ ) классов по формуле Чебышёва П.Л.[1]

$$W = 3n - 2p_5 - p_4,$$

то при пяти подвижных звеньях (1, 2, 3, 4 и Н), пяти одноподвижных кинематических парах ( $p_5$ ) -

(I, II, III, IV, V) и шести высших двухподвижных парах  $p_4$  в зацеплениях колес a, b, c, d, e, f получим подвижность  $W = -1$ . Этот результат означает, что рассматриваемая механическая система является не только не подвижной, но и дважды статически неопределимой. Реально это приводит к тому, что нагрузка от центрального колеса на водило передаётся лишь через один сателлит, а два других сателлита имеют зазоры в зацеплениях с центральными колесами 1 или 5.

В практике редукторостроения на это обстоятельство не обращается особого внимания и силовые расчеты проводят, считая, что нагружается всего один сателлит. Далее эта нагрузка делится между тремя сателлитами, хотя для этого нет доказательных оснований

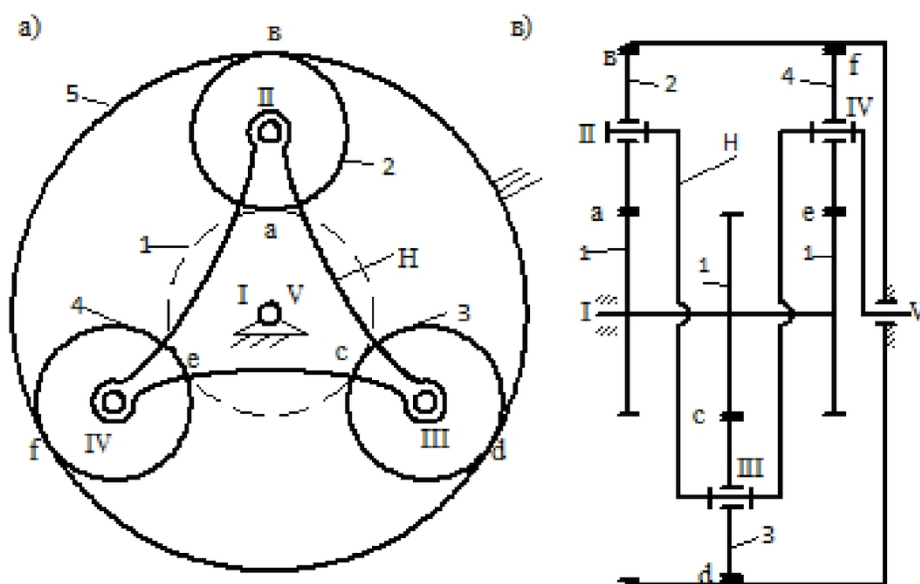


Рис. 1. Трехсателлитная планетарная передача

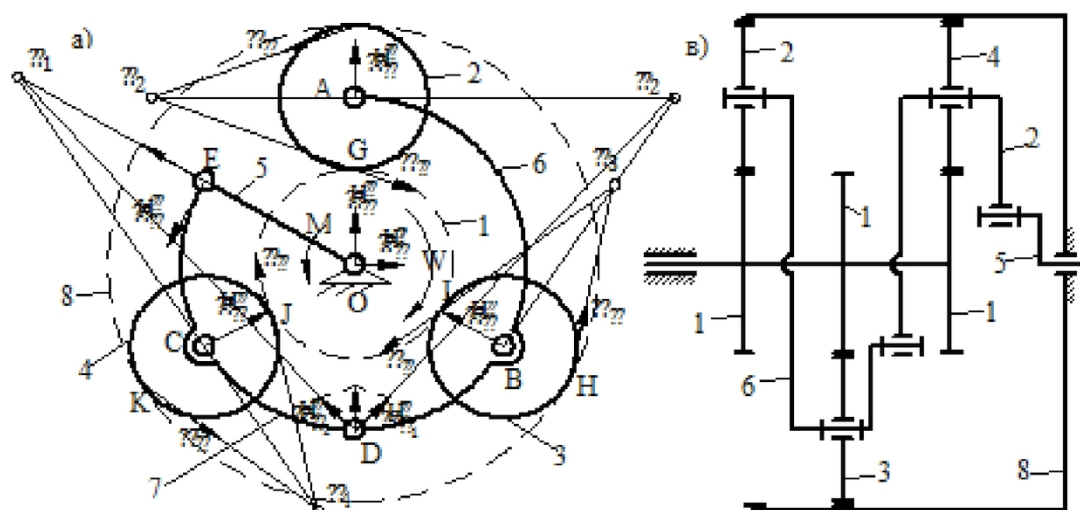


Рис. 2. Самоустанавливающаяся трехсателлитная планетарная передача

Авторами настоящей статьи было найдено иное техническое решение трехсателлитной передачи, по которому Роспатентом РФ выдан патент на изобретение 2013154381 от 24 декабря 2014[2]. Покажем сущность состоятельности предложенного устройства.

В отличие от кинематической схемы обычной трехсателлитной передачи, показанной на рисунке 1, новая самоустанавливающаяся передача, приведённая на рисунке 2, отличается тем, что в ней помимо ведущего звена 1, трех сателлитов 2,3,4 и выходного звена 5, установлены два трехпарных звена, одно из которых - звено 6 удерживает сателлиты 2 и 3, а второе - звено 7 соединяется с первым трехпарным звеном 6, удерживает третий

сателлит 4 и образует шарнир со звеном 5.

Отметим, что схемы передач на рисунках 1 и 2 показаны в двух проекциях - фасной (рисунки 1,а и 2,а) и профильной (рисунок 1,в и 2,в). Чтобы в профильной проекции цепи были отчетливо понятны, ведущее колесо 1 изображается в трех слоях, при этом вполне явным становится водило Н (рисунок 1) и звенья 6 и 7 (рисунок 2), соединяющие сателлиты между собой.

В соответствии с описанной сборкой кинематической цепи (рисунок 2), передача, содержащая семь звеньев ( $n=7$ ), соединенных в семь шарниров-кинематических пар  $p_5$  ( $p_5 = 7$ ) и в шесть высших пар  $p_4$  – зацеплений колес ( $p_4 = 6$ ), оказывается вполне работоспособной, ее подвижность по

той же формуле (1) даёт  $W=1$  и все три сателлита гарантированно участвуют в передаче мощности от центрального колеса к выходному звену.

Описанная планетарная передача (рисунок 2) вполне кинетостатически разрешима. Она состоит из ведущего звена 1 и присоединенной к нему шестизвеной группы (2,3,4,5,6,7), являющейся группой Ассура, т.е. группой звеньев, не распадающейся на более простые группы.

Прежде всего, покажем все реакции, которые возникают в соединениях звеньев группы при преодолении момента сопротивления  $M$ , приложенного к выходному кривошипу 5. Всего в этой группе одиннадцать реакций, соответственно в шарнирах А,В,С,Д,Е и в зацеплениях колес F, G, H, I, K и J.

Из уравнения суммы моментов сил, действующих на звено 5 относительно опоры О

$$\sum_{зв5} m(O) = 0,$$

Может быть найдена тангенциальная составляющая реакции в шарнире Е -  $\bar{R}_E^t$ .

Рассмотрим далее равновесие звена 7, соединённого в шарнир с сателлитом 4, на который приложены реакции  $R_J$  и  $R_K$ , направленные под углом эвольвентного зацепления в  $20^\circ$  к касательным начального диаметра сателлитов в точках зацепления колес 1-4 и 8-4, а также со звеном 6 в шарнире D.

Если учесть, что пока еще неизвестные реакции в зацеплениях K и J пересекаются в точке  $S_4$ , то из уравнения равенства нулю суммы моментов сил, приложенных к сателлиту 4, становится возможным определить тангенциальную составляющую реакции в шарнире С -  $\bar{R}_C^t$  из уравнения

$$\sum_{зв4} m(S_4) = 0.$$

После этого, зная направления тангенциальных составляющих реакций в шарнирах Е и С и проведя к ним перпендикуляры, становится возможным найти точку их пересечения  $\xi_1$ , относительно которой из уравнения

$$\sum_{зв7} m(\xi_1) = 0$$

легко определяется тангенциальная составляющая реакции в шарнире D -  $\bar{R}_D^t$ .

Найти полные реакции в шарнирах Е, С и D звена 7 пока возможности нет, однако, зная реакцию  $\bar{R}_D^t$  можно приступить к силовому разрешению звена 6. Прежде всего, аналогично тому, как это было показано выше при рассмотрении сателлита 4, проведем для сателлита 3 через точки его за-

цепления с колесами 1 и 8 линии под углом  $20^\circ$  к его – начальной окружности, которые пересекутся в точке  $S_3$  и, составив относительно этой точки уравнение суммы моментов для звена 3

$$\sum_{зв3} m(S_3) = 0,$$

найдем реакцию  $\bar{R}_B^t$ .

Точно также относительно  $S_2$  – точки пересечения реакций в зацеплениях сателлита 2 можно из уравнения

$$\sum_{зв2} m(S_2) = 0$$

найти тангенциальную реакцию  $\bar{R}_A^t$  в шарнире А.

Обратимся теперь к рассмотрению звена 6. В нем уже оказываются известными реакции  $\bar{R}_A^t$ ,  $\bar{R}_B^t$  и  $\bar{R}_{D_1}^t$ . Если провести перпендикуляры к реакциям  $\bar{R}_A^t$  и  $\bar{R}_B^t$ , которые пересекутся в точке  $\xi_2$ , то сумма моментов сил реакций для звена 6 относительно  $\xi_2$

$$\sum_{зв6} m(\xi_2) = 0$$

позволит найти вторую составляющую реакции в точке D -  $\bar{R}_{D_2}^t$ . Эти реакции в общем случае не перпендикулярны друг другу и полная реакция  $\bar{R}_D^t$  в шарнире D найдется как геометрическая сумма  $\bar{R}_{D_1}^t$  и  $\bar{R}_{D_2}^t$ ,

$$\bar{R}_{D_1}^t + \bar{R}_{D_2}^t = R_D.$$

После того как полная реакция в шарнире D стала известной, становится возможным найти полные реакции в шарнирах А и В из векторного уравнения суммы сил, действующих на звено 6

$$\sum_{зв6} \bar{F} = 0,$$

в которое войдут неизвестные реакции  $\bar{R}_{D_1}^n$  и  $\bar{R}_{D_2}^n$ .

Кроме того, при известной полной реакции в шарнире D стало возможным найти полные реакции также в шарнирах С и Е звена 7, решив векторное уравнение

$$\sum_{зв7} \bar{F} = 0,$$

относительно реакций  $\bar{R}_C^n$  и  $\bar{R}_E^n$ .

Отметим здесь наиболее важное обстоятельство, заключающееся в том, что, так как группа звеньев 2-7, есть группа самоустанавливающаяся, то заданными могут быть приняты  $\bar{R}_G$ ,  $\bar{R}_I$ ,  $\bar{R}_J$ , которые обеспечивают равновесие всей системы и являются одинаковыми по величине. Это условие принимается за целевое при проведении всего силового исследования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чебышев П.Л. Т. 4 : Теория механизмов. — 1948. — 255 с.
2. Патент №2013154381, РФ, МПК F16H 1/48 Самоустанавливающейся трехсателлитный планетарный редуктор / Герасимов С.П. Дворников Л.Т. – Опубликовано: 10.02.2015 Бюл. №4.
3. Руденко Н.Ф. Планетарные передачи. Теория, расчет, применение и проектирование. 3-е изд. испр. и доп. М.; Л.: Машгиз, 1947. – 756 с.

4. Теория механизмов и механика машин: Учеб. для вузов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др. М.: Высш. школа, 1998. –496 с.
5. Шеломов В.Б. Структурный синтез кинематических схем планетарных коробок передач // Теория механизмов и машин – 2010. – No 15, Т.8.–С. 52 -61.
6. Алюшин Ю.А., Вержанский П.М. Кинематика планетарных передач // Горный информационно - аналитический бюллетень – 2009. – No12. – С. 463 - 473.
7. Дворников Л.Т., Дмитриев В.В. Проблема избыточных связей в планетарных зубчатых механизмах и ее разрешение // Известия Томского политехнического университета. – 2010. – Т. 316. – No 2. – С. 13 - 15.
8. Андреева, Я.А. Проблемы совершенствования трехсателлитных планетарных механизмов / Я.А. Андреева, И.А. Жуков // Вестник СибГИУ. – 2012. - №1. – С. 23-26.

## REFERENCES

1. Chebyshev PL T. 4: Theory of mechanisms. - 1948. – p.255.
2. Patent №2013154381, RF, IPC F16H 1/48 Self-adjusting three-satellite planetary gear reducer / Gerashimov SP Dvornikov L.T. - Published: 02.02.2015 Bull. №4.
3. Rudenko N.F. Planetary gear. Theory, calculation, application and design. 3rd ed. Correction. And additional. М .; L .: Mashgiz, 1947. – p.756.
4. Theory of Mechanisms and Mechanics of Machines: Proc. For higher technical schools / K.V. Frolov, S.A. Popov, A.K. Musatov and others. М .: Higher School, 1998. – p.496.
5. Shelomov V.B. Structural synthesis of kinematic schemes of planetary gearboxes // Theory of mechanisms and machines - 2010. - No 15, T.8.- pp. 52 -61.
6. Alyushin Yu.A., Verzhansky PM Kinematics of planetary gears // Mining Information and Analytical Bulletin - 2009. - No12. - pp. 463 - 473.
7. Dvornikov LT, Dmitriev V.V. The problem of excessive connections in planetary gears and its resolution // Bulletin of Tomsk Polytechnic University. - 2010. - T. 316. - No 2. - pp. 13 - 15.
8. Andreeva, Ya.A. Problems of improving three-satellite planetary mechanisms / Ya. A. Andreeva, I.A. Zhukov // Bulletin of Siberian State University of Economics and Finance. - 2012. - №1. - pp. 23-26.

*Поступило в редакцию 29 мая 2017  
Received 29 May 2017*