СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

УДК 624.121.54

Н. Т. Кузло

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ ГРУНТОВЫХ МАССИВОВ ПРИ ДЕЙСТВИИ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ПОТОКА В ВЕРТИКАЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ

Эксплуатацию гидротехнических и водозаборных сооружений очень часто приходиться проводить в условиях действия фильтрационного потока. Движение фильтрационного потока приводит к возникновению объемных сил и изменению напряженно-деформированного состояния (НДС) грунтовых массивов и оснований.

Анализ исследований с рассматриваемой проблемы показал, что существует ряд решений по оценке деформаций водонасыщенных грунтовых массивов и оснований, в которых действие объемных фильтрационных сил, как правило, определяется упрощенными способами или на основании экспериментальных данных [1,2]. Такой подход в некоторой степени упрощает задачу и требует трудоемких экспериментальных исследований.

Вопрос математического моделирования некоторых параметров фильтрации и их влияние на НДС требует дальнейшего изучения.

Математическое моделирование НДС грунтовых массивов при действии фильтрационного потока и есть основной задачей данной работы.

Исходя из сложности поставленной проблемы, рассматриваем одномерную задачу с определения смещений, деформации и напряжений слоя грунта с учетом действия фильтрационного потока в вертикальном направлении. Для этого рассмотрим водопроницаемый грунтовый массив (рис.1). Нижняя граница которого является водонепроницаемой. Пусть на нижней границе при x=0 , задан пезометрический напор H_1, а на глубине l_1 соответственно H_2 ($H_2 > H_1$). В связи с разностью

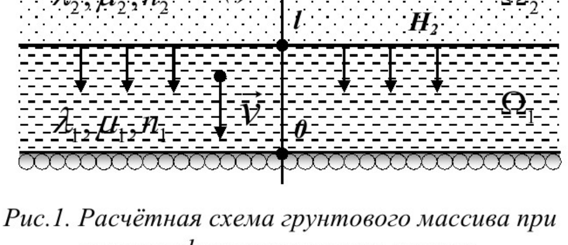

Рис.1. Расчётная схема грунтового массива при наличии фильтрационного потока

напоров происходит движение воды. При этом процесс фильтрации воды происходит в соответствии с законом Дарси.

Математическая модель поставленной задачи будет состоять с уравнений НДС грунта, записанных в перемещениях и уравнений фильтрации грунтовых вод. Уравнения НДС грунта в перемещениях записываются в виде:

$$(\lambda_1 + 2\mu_1)\frac{d^2u_1}{dx^2} = X_1, \ x \in (0, l_1), \qquad (1)$$

$$(\lambda_2 + 2\mu_2)\frac{d^2u_2}{dx^2} = X_2, \ x \in (l_1, l), \qquad (2)$$

где
$$X_2 = \gamma_{sb} + \frac{dp}{dx}, \ X_2 = \gamma_{пр.}$$

Здесь γ_{sb} – удельный вес грунта у взвешенном состоянии; $\gamma_{пр.}$ – удельный вес грунта в природном состоянии; p – фильтрационное давление

$$p = \gamma_w(h - x), \qquad (3)$$

где h - пезометрический напор; x - вертикальная координата; γ_w - удельный вес воды.

Фильтрация воды в грунте происходит в соответствии с законом Дарси:

$$V = -k(x)\frac{dh}{dx}, \ \frac{dV}{dx} = 0, \qquad (4)$$

$$h(0) = H_1, \qquad (5)$$

$$h(l_1) = H_2, \qquad (6)$$

где V - скорость фильтрации; $k(x)$ – коэффициент фильтрации.

Найдем решение задачи фильтрации грунтовых вод. Используя формулы (4), имеем

$$\frac{d\left(k(x)\frac{dh}{dx}\right)}{dx} = 0 \ \Rightarrow$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{A}{k(x)}, \quad h(x) = A\int_0^x \frac{ds}{k(s)} + B. \qquad (7)$$

Неизвестные коэффициенты в (7) находим, используя граничные условия (5), (6). Из формулы

(5) получаем:

$$B = H_1 \qquad (8)$$

Из формулы (6) вытекает, что

$$A = \frac{H_2 - H_1}{\int\limits_0^{l_1} \frac{ds}{k(s)}}. \qquad (9)$$

Следовательно,

$$h(x) = \frac{H_2 - H_1}{\int\limits_0^{l_1} \frac{ds}{k(s)}} \int\limits_0^{x} \frac{ds}{k(s)} + H_1. \qquad (10)$$

Используя формулу (3), найдем

$$\frac{dp}{dx} = \gamma_{w.} \left(\frac{1}{k(x)} \cdot \frac{H_2 - H_1}{\int\limits_0^{l_1} \frac{ds}{k(s)}} - 1 \right).$$

Таким образом

$$X_1 = \gamma_{зв.} + \gamma_{w.} \left(\frac{1}{k(x)} \cdot \frac{H_2 - H_1}{\int\limits_0^{l_1} \frac{ds}{k(s)}} - 1 \right) \qquad (11)$$

Математическая модель НДС грунта в безразмерных переменных записывается в виде:

$$\frac{d^2 u_1}{dx^2} = a_1 + A_1 \cdot \frac{1}{k(x)},\ x \in (0, l_1) \qquad (12)$$

$$\frac{d^2 u_2}{dx^2} = a_2,\ x \in (l_1, l), \qquad (13)$$

где

$$a_1 = \frac{\gamma_{зв.} - \gamma_w}{\lambda_1 + 2\mu_1},\ A_1 = \frac{\gamma_w (H_2 - H_1)}{(\lambda_1 + 2\mu_1) \int\limits_0^{l_1} \frac{ds}{k(s)}},$$

$$a_2 = \frac{\gamma_{пр.}}{\lambda_2 + 2\mu_2}.$$

Граничные условия для перемещений имеют вид:

$$u_1(0) = 0, \qquad (14)$$

$$\frac{du_2(l)}{dx} = 0. \qquad (15)$$

Это означает наличие перемещений на верхней границы грунта.

Условия сопряжения на границе нахождения уровня грунтовых вод запишутся в виде:

$$u_1(l_1) = u_2(l_1) \qquad (16)$$

$$(\lambda_1 + 2\mu_1) \frac{du_1(l_1)}{dx} = (\lambda_2 + 2\mu_2) \frac{du_2(l_1)}{dx} \qquad (17)$$

При переходе к безразмерным величинам пользовались формулами:

$$\bar{x} = \frac{x}{l_0}, \bar{h} = \frac{h}{l_o}, \bar{p} = \frac{p}{l_0}, \bar{l_1} = \frac{l_1}{l_0},\ \bar{l} = \frac{l}{l_0},$$

$$\overline{A_1} = A_1 \cdot l_0, \overline{u_i} = \frac{u_i}{l_0},\ \overline{a_i} = a_i \cdot l_0,\ i = 1{,}2,$$

где $\bar{l} < 1$ для любого $t > 0$.

Учитывая, что $l(t) \le l_0$, $l(t) - l_0 = u_2(l(t))$, $l(0) = l_0$.

В данном случае решение задачи (12)-(17) задается формулами:

$$u_1(x) = \frac{a_1 x^2}{2} + A_1 \int\limits_0^{x} \left(\int\limits_0^{z} \frac{ds}{k(s)} \right) dz + c_1 x + c_2,$$

$$x \in (0, l_1), \qquad (18)$$

$$u_2(x) = \frac{a_2 x^2}{2} + c_3 x + c_4,\ x \in (l_1, l), \qquad (19)$$

где

$$c_2 = 0, \qquad (20)$$

$$c_3 = -a_2 l, \qquad (21)$$

Таблица. Значения перемещений, деформаций и напряжений

	x	$u(x)$, $\times 10^{-4}$	$\varepsilon(x)$, $\times 10^{-4}$	$\sigma(x)$
Ґрунт в природном состоянии	1	-2,21669	0,00094	0,00377
	0,9	-2,19553	-0,42406	-1,69623
	0,8	-2,13188	-0,84906	-3,39623
	0,7	-2,02572	-1,27406	-5,09623
	0,6	-1,87707	-1,69906	-6,79623
	0,5	-1,68591	-2,12406	-8,49623
Ґрунт в взвешенном состоянии	0,5	-1,68591	-2,69722	-8,49623
	0,4	-1,40270	-2,96706	-9,34623
	0,3	-1,09250	-3,23690	-10,19623
	0,2	-0,75531	-3,50674	-11,04623
	0,1	-0,39115	-3,77658	-11,89623
	0	0	-4,04642	-12,74623

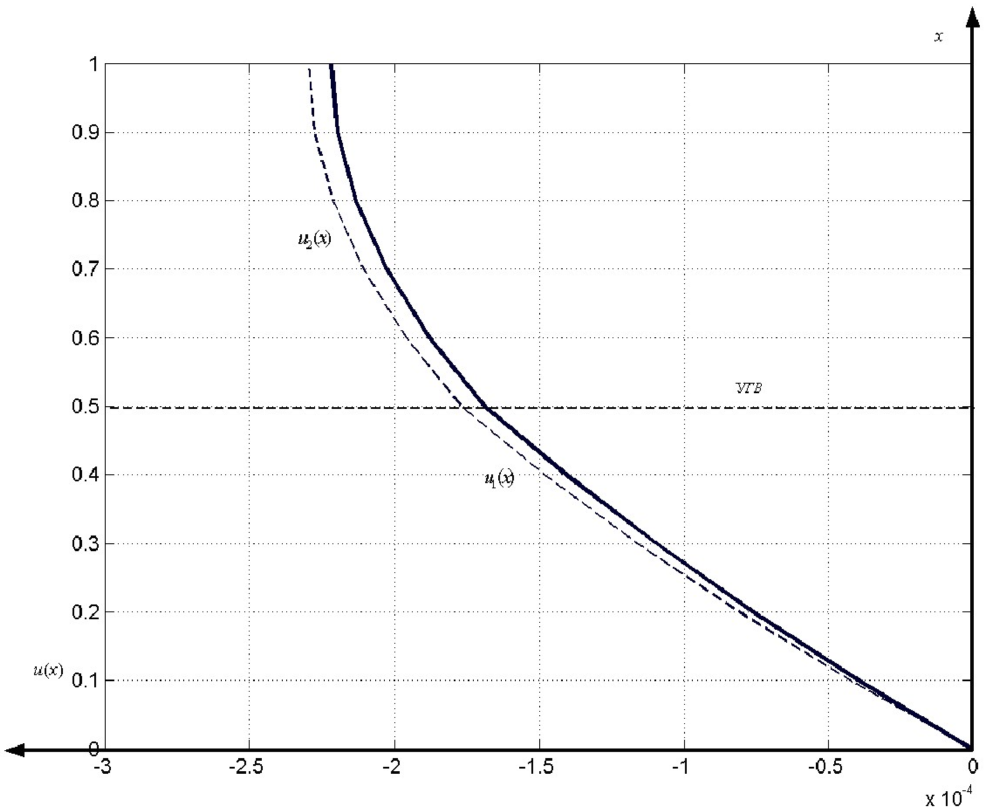

Рис. 2. График распределения смещений в грунтовому массиве

$$c_1 = \frac{\lambda_2 + 2\mu_2}{\lambda_1 + 2\mu_1}(a_2 l_1 - a_2 l) - a_1 l_1 - A_1 \int_0^{l_1} \frac{ds}{k(s)}, \quad (22)$$

$$c_4 = A_1 \int_0^{l_1} \left(\int_0^{z} \frac{ds}{k(s)} \right) dz - A_1 l_1 \int_0^{l_1} \frac{ds}{k(s)} - \frac{(a_1 + a_2) l_1^2}{2} +$$

$$+ a_2 l l_1 + \frac{\lambda_2 + 2\mu_2}{\lambda_1 + 2\mu_1}(a_2 l_1^2 - a_2 l l_1) \quad (23)$$

Деформации грунтового массива определяются по формулах:

$$\varepsilon_1(x) = a_1 x + A_1 \int_0^{x} \frac{ds}{k(s)} + c_1, \; 0 \le x \le l_1, \quad (24)$$

$$\varepsilon_2(x) = a_2 x + c_3, \; l_1 \le x \le 1. \quad (25)$$

Зависимости по определению напряжений

$$\sigma_1(x) = (\lambda_1 + 2\mu_1)(a_1 x + A_1 \int_0^{x} \frac{ds}{k(s)} + c_1), \; 0 \le x \le l_1 \quad (26)$$

$$\sigma_2(x) = (\lambda_2 + 2\mu_2)(a_2 x + c_3), \; l_1 \le x \le 1 \, . \quad (27)$$

Таким образом, оценка НДС грунтового массива при наличии фильтрационного потока выполняется по формулам (18)-(27).

В связи с тем, что происходит перемещение верхней границы грунта, наблюдается его осадка, которая определяется по формуле:

$$l(t) - l_0 = u_2\big(l(t)\big). \quad (28)$$

Используя зависимость (19), имеем

$$u_2\big(l(t)\big) = \frac{a_2 l^2(t)}{2} + c_3 l(t) + c_4, \quad (29)$$

где коэффициенты c_3 и c_4 определяются по формуле (21) и (23).

Подставляя значения (21) и (23) в формулу (29), а (29) в (28) после некоторых преобразований получим

$$\frac{a_2}{2} l^2(t) + b_1 \cdot l(t) + b_2 = 0, \quad (30)$$

где

$$b_1 = \frac{\lambda_2 + 2\mu_2}{\lambda_1 + 2\mu_1} a_2 l_1 - a_2 l_1 + 1, \quad (31)$$

$$b_2 = \frac{a_1 + a_2}{2} l_1^2 - \frac{\lambda_2 + 2\mu_2}{\lambda_1 + 2\mu_1} a_2 l_1^2 -$$

$$- A_1 \int_0^{l_1} \left(\int_0^{z} \frac{ds}{k(s)} \right) dz + A_1 l_1 \int_0^{l_1} \frac{ds}{k(s)} - l_0 \quad (32)$$

Решая квадратное уравнение (30) относительно переменной $l(t)$, получим

$$l(t) = \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 2a_2 b_2}}{a_2}, \quad (33)$$

где b_1 и b_2 определяются по формулах (31), (32).

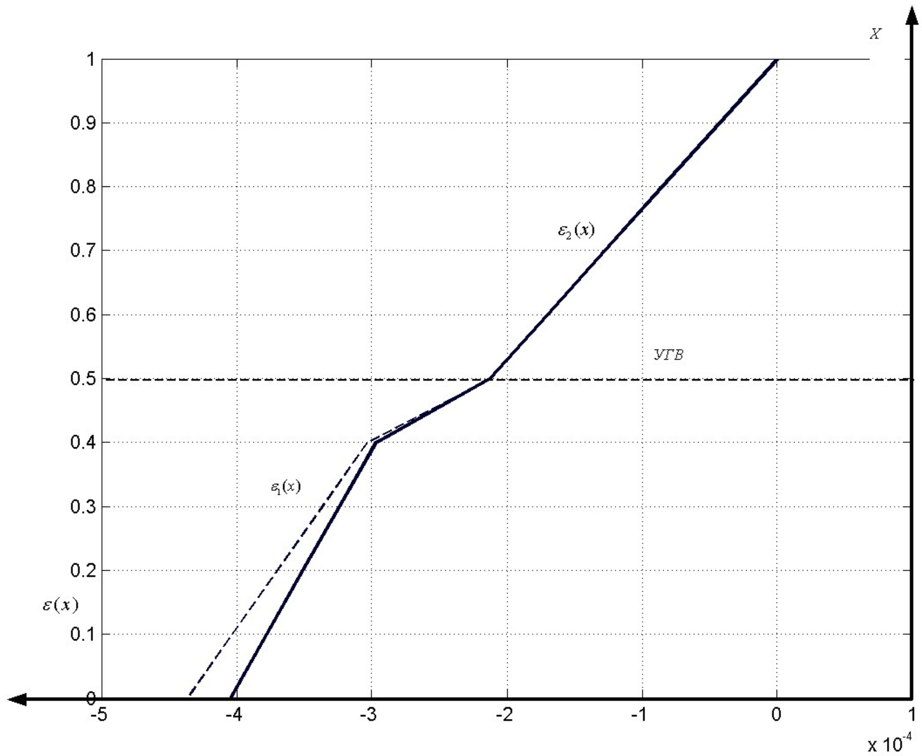

Рис. 3. График распределения деформаций в грунтовому массиве

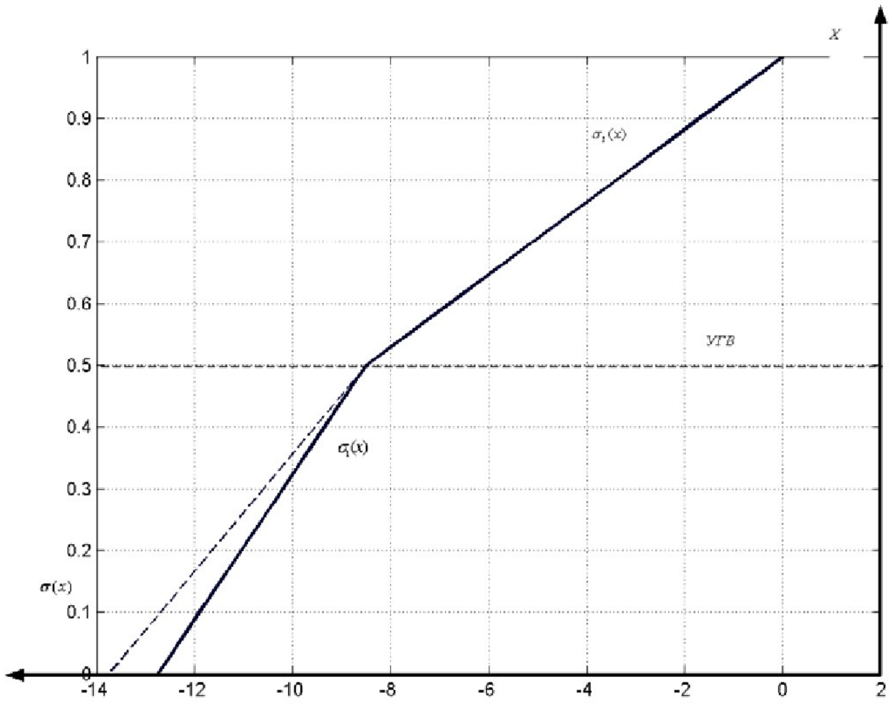

Рис. 4. График распределения напряжений в грунтовому массиве

В качестве примера выполнены численные расчеты при $\lambda_1 = 13500$ кг/м^2; $\lambda_2 = 17000$ кг/м^2; $\mu_1 = 9000$ кг/м^2; $\mu_2 = 11500$ кг/м^2; $\gamma_{зв.} =$ 10,5 кг/м^3; $\gamma_{пр.} = 17{,}0$ кг/м^3; $\gamma_{р.} =$ 10,0 кг/м^3; $H_1 = 0{,}1$ м; $H_2 = 0{,}5$ м; $l_1 = 0{,}5$ м; $l_0 = 1$ м.

По формуле (33) определяем значения $l \approx 0{,}98$м.

Результаты расчета по определению значений смещений, деформаций и напряжений приведены в таблице.

Графики распределения смещений, деформаций и напряжений по глубине массива приведены соответственно на рис. 2 – 4.

Сплошной линией построен график НДС

грунта при действии фильтрационного потока воды, пунктиром – без учета действия фильтрационного потока воды.

Выводы. Полученные решения дают возможность выполнить оценку напряженно-деформированного состояния грунтовых массивов при действии фильтрационного потока. Они могут быть использованы для оценки деформаций прилегающей территории при устройстве водозаборных скважин. Дальнейшими исследованиями в данном направлении может быть получение решений поставленной задачи для двухмерной математической модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Соболевский Ю. А.* Водонасыщенные откосы и основания – Минск: "Вышэйш. школа", 1975. – 400с.

2. *Иванов П. Л.* Грунты и основания гидротехнических сооружений. Механика грунтов – М.: Высш. шк., 1991. – 447с.

Автор статьи:

Кузло
НиколайТрофимович,
канд. техн. наук, доцент (Национальныйуниверситет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно, Украина)
Email: Kuzlo-@ukr.net

УДК 624. 131

Н. Т. Кузло

ОЦЕНКА ДЕФОРМАЦИЙ ГРУНТОВЫХ МАССИВОВ ПРИ РАБОТЕ ВОДОЗАБОРНЫХ СКВАЖИН

Для водоснабжения населенных пунктов часто приходится устраивать водозаборные скважины. Приих интенсивной работе возникают значительные гидродинамические силы от фильтрационного потока, которые приводят к деформациям прилегающей территории. Эта проблема требует решения задач с определения гидродинамических сил от фильтрационного потока и соответствующих им вертикальных смещений поверхности земли.

Анализ исследований с рассматриваемой проблемы показал, что существует ряд решений с определения параметров фильтрационного потока в водонасыщенных грунтовых массивах с разнообразными граничными условиями [1,2]. Однако, вопрос с определения вертикальных смещений при работе водозаборных скважин недостаточно изучен.

Для решения поставленной проблемы рассмотрим водонасыщенный грунтовый массив, ограниченный снизу горизонтальным водонепроницаемым основанием. В некоторой точке массива устроена водозаборная скважина. Необходимо рассчитать вертикальные смещения поверхности земли при действии гидродинамических сил от фильтрационного потока.

При проведении математического моделирования данных процессов сделаны следующие допущения:

1) рассматривается двухмерная задача, то есть вертикальное сечение грунта;

2) нагрузка на поверхность грунта отсутствует;

3) грунт рассматривается как двухфазная среда;

4) грунт принимается упругой средой и его деформации можно рассматривать с применением теории линейной упругости.

Пусть насосное оборудование расположено на расстоянии d от водопроницаемого основания. Вводим систему координат: ось Oz направлена вертикально вверх, Ox – перпендикулярно к ней. Начало координат выбираем так, чтобы $z=0$ на водонепроницаемом основании, $x = 0$ в сечении скважины. Введем радиус влияния $x = r$ равный достаточно большому расстоянию, на котором скважина уже не влияет на процессы фильтрации в грунтовом массиве. Динамический уровень воды описывается известной функцией $h(x)$. До начала откачивания воды уровень грунтовых вод равный $h_{0.}$. Известные также напоры воды при $x = r$, которые равны $h_r(z)$. В точке размещения насосного оборудования на левой границе при $z \in (d - \Delta, d + \Delta)$ известный напор h_b. В других точках по левой границе задаются условия непроницаемости.

Чтобы определить вертикальные смещения грунтовой поверхности при работе насосного обо-