## ГОРНЫЕ МАШИНЫ MINING MACHINES

### УДК 629.33

Карташов Александр Борисович<sup>1</sup>, к.т.н., Косицын Борис Борисович<sup>1</sup>, к.т.н., Котиев Георгий Олегович<sup>1</sup>, д.т.н., профессор, Дубинкин Дмитрий Михайлович<sup>2</sup>, к.т.н., доцент, Назаренко Сергей Владимирович<sup>3</sup>, главный конструктор инновационных автомобилей

<sup>1</sup>Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, кафедра СМ-10 «Колесные машины», 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1 <sup>2</sup>Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева, кафедра «Металлорежущих станков и инструментов», 650000, Российская Федерация, г. Кемерово, ул. Весенняя, 28 <sup>3</sup>ПАО «КАМАЗ» Российская Федерация, 423827, Республика Татарстан, г. Набережные Челны, Автозаводский пр-т, д. 2.

E-mail: kartashov@bmstu.ru

# МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОГО ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ КАРЬЕРНОГО АВТОСАМОСВАЛА

Аннотация: в статье описан эффективный способ уменьшения затрат энергии на циклическом маршруте карьерного автосамосвала. Способ заключается в реализации программного энергооптимального управления тяговыми электромашинами по пути следования. Разработан метод определения энергоэффективного закона движения карьерного автосамосвала на основе оптимизации функции «путь – скорость». Проведена оптимизация закона управления тяговыми электродвигателями карьерного автосамосвала при цикличном перемещении по заданной траектории с фиксированным временем прохождения маршрута для обеспечения энергоэффективности и безопасности движения с использованием метода динамического программирования Ричарда Беллмана. Выполнено сравнение результатом с экспериментальными данными, полученными при движении в карьере. Сделаны выводы о подтверждении достоверность полученного закона и эффективности разработанного метода определения энергооптимального движения карьерного автосамосвала.

**Ключевые слова:** энергооптимальный закон движения, накопитель электрической энергии, карьерный автосамосвал, принцип оптимальности, безопасность и энергоэффективность.

**Информация о статье:** принята 24 марта 2020 г. DOI: 10.26730/1816-4528-2020-3-11-24

#### Введение

Известно, что использование автотранспорта в карьере при перемещении горной массы характеризуется цикличностью и возможностью преодолевать на пути следования уклоны до 8-12 %, а также повороты с радиусами не менее 20-24 м. Однако, недостатком такого способа транспортировки карьерных грузов является относительно высокие затраты [1]. В связи с тем, что маршрут (траектория) машины известен заранее, алгоритм управления электродвигателями целесообразно построить таким образом, чтобы закон движения автосамосвала был оптимален с точки зрения минимизации затрат энергии, безопасен (по критериям управляемости и устойчивости, ограничению максимальной скорости на маршруте и по тормозным свойствам), а время движения было задано, исходя из организации транспортировки карьерных грузов.

Одним из путей снижения затрат является реализация программного движения карьерного автосамосвала с обеспечением энергоэффективности и безопасности. Такой способ предполагает следование по маршруту «забой – обогатительная фабрика» с горной массой и «обогатительная фабрика – забой» без груза по заданным траектории и скорости движения на пути следования с использованием информационно-управляющих систем в карьере и на борту автосамосвала, находящегося как под управлением водителя, так и в беспилотном варианте при автономном движении.

Таким образом, задача сводиться к поиску оптимального процесса перевода автосамосвала из начальной точки маршрута в конечную при условии ограничений на фазовые координаты и время движения. Для решения задачи оптимизации в такой постановке существует множество методов [2–13], одним из которых является метод динамического программирования, используемый в данной работе.



гон); б – накопление электрической энергии (для случаев торможения) Fig. 2 – Energy conversion during dump truck driving: a – consumed power (acceleration); b – accumulated power (for the cases of braking)

Анализ особенностей эксплуатации автосамосвалов в карьере

В общем случае процесс движения карьерного автосамосвала без вынужденного изменения скорости из-за встречающихся на пути препятствий (в случае нештатных ситуаций) можно представить совокупностью четырех этапов:

- разгон и/или поддержание скорости в случае необходимости, то есть плавное увеличение скорости движения до заданного значения при ограничениях на фазовые координаты и управление;

- выбег, то есть движение без подведения мощности к колесам машины;

- рекуперативное торможение, то есть торможение электродвигателем, работающим в генераторном режиме, для запасания части кинетической энергии движения машины в бортовой накопитель электроэнергии;

 торможение рабочей тормозной системой, то есть торможение фрикционными тормозами для остановки в заданном месте или при возникновении нештатных ситуаций (в процессе движения с целью снижения безвозвратных затрат энергии не используется).

На этапах разгона и поддержания скорости движения энергия, полученная от генераторной установки и/или из бортовых источников электроэнергии, расходуется на достижение и/или поддержание автосамосвалом расчетной скорости. Преобразование энергии при этом происходит следующим образом (рис. Рис. 1, а). Электрическая энергия, полученная от генераторной установки и/или из батарей (из накопителя энергии), за вычетом потерь в преобразователе (тяговом инверторе) расходуется на вращение ротора электромашины, то есть преобразуется в механическую, с коэффициентом полезного действия (КПД), зависящим от частоты вращения вала электромашины и величины создаваемого вращающего момента. Далее механическая энергия вращения ротора электромашины посредством механической части трансмиссии и движителя преобразуется в кинетическую энергию движения автосамосвала с потерями на сопротивление движению. В трансмиссии энергия расходуется на преодоление сил трения в зубчатых зацеплениях и подшипниках, а также на перемешивание трансмиссионного масла. В движителе энергия расходуется при скольжении в пятне контакта, а также на преодоление гистерезисных потерь при качении колес.

На этапе выбега электрическая энергия не расходуется и не восполняется посредством рекуперативного торможения, снижение или рост скорости происходит за счет изменения сопротивления движению.

При торможении автосамосвала часть энергии (за вычетом потерь на преобразование) может быть запасена в накопителе. При этом преобразование энергии происходит в обратной последовательности (рис. Рис.  $I, \delta$ ). Потери энергии в преобразователе и трансмиссии учитываются КПД узлов автосамосвала.

Таким образом, задачу определения закона энергоэффективного управления колесным карьерным автосамосвалом при движении по известному маршруту следует сформулировать как задачу оптимизации: определить закон изменения скорости от пройденного пути v(s) на маршруте

при движении из точки с фазовыми координатами  $s_1$ ,  $v_1 = 0$  в точку  $s_2$ ,  $v_2 = 0$  за время  $T = t_2 - t_1$  при минимизации потребляемой энергии на движение, определяемой целевой функцией:

$$J = \int_{t_1}^{t_2} (N_p - N_T) dt = \int_{t_1}^{t_2} N_{\Im,\pi} dt \Rightarrow min, \qquad (1)$$

где  $N_p$  – электрическая мощность, затрачиваемая из бортового накопителя энергии и/или от генераторной установки при разгоне (поддержании) скорости движения;  $N_T$  – электрическая мощность, возвращаемая в бортовой накопитель электроэнергии при рекуперативном торможении;  $N_{37}$  – общая электрическая мощность, потребляемая от бортового накопителя энергии и/или генераторной установки при разгоне или восполняемая при торможении.

Анализ особенностей эксплуатации карьерных автосамосвалов показал, что для оптимизации управления тяговыми электродвигателями (ТЭД) необходимо учитывать следующее:

- случайные факторы, возникающие в процессе движения, которые могут требовать экстренного вмешательства водителя (оператора) в процесс движения и принудительного изменения скорости машины. В связи с этим должна быть реализована возможность скорректировать энергооптимальную фазовую траекторию v(s) относительно текущего (измененного вмешательством оператора) состояния автосамосвала;

- на продольное ускорение (замедление) при разгоне и торможении, а также на боковое ускорение при поворотах автосамосвала накладываются ограничения для обеспечения безопасности. Кроме того, согласно правилам движения в карьере, максимальная скорость движения не должна превышать установленного значения.

В основе используемого для оптимизации законов управления движением автосамосвала дискретного варианта метода динамического программирования лежит принцип оптимальности, сформулированный Ричардом Беллманом [5]: оптимальная стратегия управления обладает тем свойством, что, каково бы ни было первоначальное состояние и решение в начальный момент, последующие решения должны составлять оптимальную стратегию управления относительно состояния, полученного в результате первого решения [12].

Преимуществом указанного метода является отсутствие сложностей при учете различных ограничений, накладываемых на фазовые координаты, а также возможность использования сложных математических моделей для описания состояния системы. Кроме того, данный метод в результате работы дает не только оптимальный закон движения, но и полную «картину» вариантов, позволяющую проводить построение возможных оптимальных фазовых траекторий перехода из интересующего состояния системы в конечное [13]. Эта особенность позволяет находить оптимальные фазовые траектории из любого рассмотренного состояния системы в конечное, не проводя повторного поиска значений функции Беллмана для каждой точки фазового пространства.

#### Математическая модель динамики карьерного автосамосвала

Для решения поставленной задачи оптимизации требуется описать движение автосамосвала уравнением, связывающим текущее состояние системы и управляющее воздействие с последующим состоянием. Для этого будем использовать уравнение движения автосамосвала как твердого тела без продольного скольжения (буксования) колес и допущение об их «точечном» контакте с опорной поверхностью (с относительно малым размером площади контакта), выраженное через пройденный путь *s* и скорость v [13, 14, 15]:

$$(m\delta + J_z k^2(s)) \frac{dv}{ds} v + J_z \frac{dk(s)}{ds} v^2 \cdot k(s) =$$
  
=  $M_k / r_{k0} - mg(f^* \cdot \cos(\alpha) + \sin(\alpha))$   
 $- c_x F_{no6} \rho v^2 / 2,$ 

где m – масса машины;  $\delta$  – коэффициент учета вращающихся масс;  $J_z$  – момент инерции машины вокруг вертикальной оси, проходящей через центр масс; k(s) – кривизна траектории; v – скорость движения машины;  $M_k$  – суммарный вращающий момент, подведенный к ведущим колесам машины;  $r_{k0}$  – радиус качения колес в свободном режиме; g – ускорение свободного падения (9,8 м/c<sup>2</sup>);  $f^*$  – приведенный коэффициент сопротивления качению колес с учетом скорости движения и увода;  $\alpha$  – угол преодолеваемого подъема/спуска;  $c_x$  – коэффициент аэродинамического сопротивления;  $F_{ло6}$  – площадь лобовой проекции машины;  $\rho$  – плотность воздуха (1,25 кг/м<sup>3</sup>).

Коэффициент учета вращающихся масс определяется по формуле [16]:

$$\delta = 1 + \left( n_k J_k + \eta_{\rm TD} u_{\rm TD}^2 n_{\rm TD} J_d \right) / (m r_{k0}^2), \tag{3}$$

где  $n_k$  – число колес машины;  $J_k$  – момент инерции колеса вокруг оси вращения;  $\eta_{\rm Tp}$  – КПД трансмиссии;

 $u_{\rm Tp}$  – передаточное число трансмиссии;  $n_{\rm T3d}$  – количество тяговых электродвигателей, обеспечивающих движение машины;  $J_d$  – момент инерции вращающихся частей двигателя.

Зависимость коэффициента сопротивления качению от скорости движения и увода может быть учтена согласно следующей формуле [13, 16-19]:

$$f^* = f_{\rm rp} (1 + k_{\nu} \nu^2) + \nu^4 k^2 (s) / (g^2 \zeta_{\nu}), \qquad (4)$$

где  $f_{\rm rp}$  – коэффициент сопротивления качению при малой скорости движения без увода;  $k_v$  – коэффициент учета скоростных потерь;  $\zeta_y$ – удельный коэффициент сопротивления боковому уводу.

Система управления должна обеспечить расчетную скорость автосамосвала посредством вращающего тягового/тормозного момента, создаваемого электромашинами и подводимого к колесам через механическую часть трансмиссии







*Puc. 3. Изменение вертикальной координаты опорной поверхности при движении по траектории Fig. 3. Variation of the vertical coordinate of the reference surface when moving along the trajectory* 



Рис. 4. Зависимости кривизны траектории и угла наклона опорной поверхности от пройденного пути при движении по марируту





Puc. 5. Зависимость скорости движения автосамосвала от пройденного пути, полученная по записанной реализации Fig. 5.Dependence of the dump truck driving speed on the distance travelled obtained

based on the recorded implementation



где  $M_{_{
m TЭД}}$  – вращающий момент, создаваемый электромашинами;  $k_{cN}$  – коэффициент свободной мощности.

При этом учет мощности, потребляемой на движение автосамосвала, следует проводить с использованием КПД электромашины и преобразователя:

$$N_{\rm BH} = n_{\rm TBH} \frac{M_{\rm TBH} \omega_{\rm TBH}}{\left(\eta_{\rm np} \eta_{\rm TBH}\right)^{sign(M_k \omega_k)'}}$$
(6)

где  $\omega_{\text{тэд}}$  – среднее арифметическое частот вращения роторов электромашин ( $\omega_{\text{тэд}} = v \cdot u_{\text{тр}}/r_{k0}$ );  $\eta_{\text{пр}}$  – КПД преобразователя;  $\eta_{\text{тэд}}$  – КПД электромашины.

Таким образом, получено требуемое для оптимизации уравнение связи текущего состояния автосамосвала v(s) и управления  $M_{\text{тэд}}$  со следующим состоянием (2), а также зависимость для определения электрической мощности, необходимой при переходе из текущего состояния автосамосвала в следующее (6).

#### Математическое описание маршрута движения

Для примера рассмотрим математическое описание типового циклического маршрута движения карьерного автосамосвала, который за время эксплуатации повторяется несколько десятков раз в сутки.

Так, при помощи GPS приемника и программного обеспечения «Навител Навигатор 9.12» были получены GPS-треки, которые представляют собой массивы координат точек в пространстве и времени. Записи образуют кривую линия, показывающую на карте траекторию реального движения автосамосвала на маршруте «забой обогатительная фабрика» с учетом перепадов высот. Информация о времени записи точек позволяет определить скорость движения автосамосвала на маршруте в заданный момент времени и на любом участке пути.

Проекция маршрута, записанного с помощью GPS, на плоскость была получена с использованием системы координат универсальной поперечной проекции Меркатора (UTM) (рис. Рис., рис. 3).

Для синтеза оптимального закона управления тяговыми электродвигателями необходимо представить маршрут в виде протяженной реализации кривизны траектории и угла преодолеваемого подъема/спуска от пройденного пути (рис. 4).

Для проведения сравнительной оценки электрической энергии, затраченной при движении по оптимальному закону, с энергией, затраченной при движении по записанной при помощи GPS реализации, получена зависимость скорости движении автосамосвала от пройденного пути при движении по маршруту (рис. 5).

Время движения машины по рассматриваемому маршруту между забоем и обогатительной фабрикой составило 1295 с. Рассматривая изменение параметров движения в «прямом направлении», то есть из от точки с путевой координатой 0 (забой) до конечной (обогатительная фабрика) и в «обратном» – из точки с путевой координатой, соответствующей длине траектории до точки с нулевой координатой, получим два варианта маршрутов для проведения исследования: движение машины максимальной массы (с полной загрузкой) из забоя до обогатительной фабрики и движение машины минимальной массы (порожней) от обогатительной фабрики в забой.

Очевидно, что меньшая масса автосамосвала при порожнем перегоне потенциально позволит обеспечить более высокую скорость движения машины. Тем не менее, ограничение на время при движении из забоя до обогатительной фабрики и от обогатительной фабрики в забой выбраны одинаковыми для предотвращения скопления машин перед пунктами загрузки и выгрузки.

# Метод синтеза закона энергоэффективного движения автосамосвала

Полученное уравнение состояния автосамосвала, зависимость для вычисления функционала (затрат энергии на движения), а также описание маршрута, в формате необходимом для проведения исследования (зависимость угла наклона опорной поверхности и кривизны траектории от пройденного пути), позволяют перейти непосредственно к применению метода динамического программирования.

На первом этапе необходимо определить фазовое пространство, то есть пространство состояний автосамосвала (комбинации величин *v* и *s*), в которых он может физически находиться при условии выполнения граничных условий.

Для этого необходимо интегрировать полученное уравнение движения (2) при фиксации начальных граничных условий  $(s_1, v_1 = 0)$  и подачи на ведущие колеса тягового момента согласно внешней характеристике электродвигателя при движении от начального состояния к конечному. То есть определить максимальную скорость движения на маршруте, ограниченную тяговыми возможностями автосамосвала  $v_{\text{тяг}}$ .

Помимо ограничений, накладываемых механической характеристикой электродвигателей, при интегрировании необходимо дополнительно учитывать ограничение скорости движения машины, обусловленное правилами эксплуатации автосамосвалов в карьере (максимальная скорость движения ограничена величиной  $v_{max} =$ 42 км/ч), и безопасностью движения. Примем, что величина боковых ускорений безопасного движения составляет  $a_{ymax} = 0,07g$ . Тогда, исходя из величины  $a_{ymax}$ , предельная скорость движения автосамосвала в i-ой точке маршрута может быть найдена как:

$$v_{ay\,i} = \sqrt{\frac{a_{y\,max}}{k_i}},\tag{7}$$

где  $v_{ayi}$  – предельная скорость движения автосамосвала в і-ой точке маршрута, исходя из ограничения на боковое ускорение.



Таким образом, получены кривые, ограничивающие фазовое пространство, в котором может находиться автосамосвал при условии, что управляющий тяговый/тормозной момент (ограниченный внешней механической характеристикой электромашины в тяговом/генераторном режиме) позволит обеспечить заданные граничные условия. Окончательное значение скорости в

ностями

граничных условий ( $s_2$ ,  $v_2 = 0$ ) и подачи на веду-

щие колеса тормозного момента согласно внеш-

ней механической характеристике электродвига-

теля (в генераторном режиме) при движении от

конечного состояния к начальному. То есть опре-

делить максимальную скорость движения на

маршруте, ограниченную тормозными возмож-

(без

экстренного

автосамосвала



каждой точке маршрута, ограничивающее фазовое пространство сверху, определяется как:

 $v_i = \min(v_{\text{тяг}\,i}, v_{\text{торм}\,i}).$  (8) Снизу фазовое пространство ограничивает линия нулевой скорости. Условная графическая иллюстрация полученного фазового пространства представлена на рис. 6.

Следующим этапом является дискретизация полученного пространства, то есть разбиение фазовой поверхности на сетку рассматриваемых состояний. Разобьем рассматриваемый участок пути на N точек, а определенные границы скорости на L точек. Так как для каждой точки рассматриваемого маршрута диапазон допустимых скоростей может быть различен, то количество точек разбиения скорости в рассматриваемой точке пути будет равно  $L_i$ , где i – номер точки по пути в исследуемом маршруте (рис. 7).

От частоты разбиения напрямую зависит длительность расчета и точность получаемого закона управления. Величину шага необходимо варьировать в зависимости от длины исследуемого маршрута: чем большей протяженности маршрут, тем более крупный шаг можно выбирать, получая при этом удовлетворительный результат [13, 14].

Шаг интегрирования уравнения движения для получения линий ограничения скорости, формирующих фазовое пространство, целесообразно выбирать равным шагу дискретизации (более мелкий шаг не даст увеличение точности расчета).

На следующем этапе необходимо составить функцию Беллмана. Для рассматриваемой системы функционалом выбрана величина электрической энергии, затрачиваемая автосамосвалом при движении по маршруту. Тогда значение функции Беллмана в каждой расчетной точке фазового пространства должно представлять собой минимальную величину электрической энергии, которую необходимо затратить для перевода автосамосвала из рассматриваемого состояние в конечное, с учетом ограничения на управляющее воздействие (величина вращающего момента  $M_{тэд}$  должна находиться в пределах механической характеристики). Кроме конструктивных ограничений при вычислении функции Беллмана целесообразно учитывать предельную величину продольных ускорений  $a_{x max} = 0,1g$  [20]. Такое ограничение принято из соображений обеспечения безопасности движения нескольких автосамосвалов на одном маршруте в карьере, том числе под управлением операторов.

Таким образом, в рассматриваемом случае функция Беллмана будет иметь вид (рис. 8):

$$Z_{N-i,k} = Z(s_{N-i}, v_{N-i,k}) =$$

$$= \min_{\substack{|M_{T3R}| < M_{T3R}^{max}(v_{cp}) \\ |v_{cp} \Delta v / \Delta s| < a_{x max}}} \left\{ \frac{N_{3n}(v_{cp}, \Delta v, s_{cp}, \Delta s) + \lambda}{v_{cp}} \Delta s$$

$$+ Z_{N-i+1,j} \right\}$$

$$v_{cp} = \frac{v_{N-i+1,j} + v_{N-i,k}}{2}; \quad \Delta v = v_{N-i+1,j} - v_{N-i,k};$$

$$s_{cp} = \frac{s_{N-i+1} + s_{N-i}}{2}; \quad \Delta s = s_{N-i+1} - s_{N-i}, (9)$$

где Z(s, v) – значение функции Беллмана в точке фазового пространства с длиной пройденного пути *s* и скоростью v; N – количество точек разбиения исследуемого маршрута по пути; *i* – номер рассматриваемой точки в исследуемом маршруте  $k \in [1 ... N]; k -$  номер рассматриваемой точки в массиве допустимых скоростей для (N - i) -ой точки по пути  $k \in [1 ... L_{N-i}]; j$  – номер рассматриваемой точки в массиве допустимых скоростей для (N - i + 1)-ой точки по пути  $j \in [1 ... L_{N-i+1}]; \lambda$  – неопределенный множитель Лагранжа;  $\Delta v$  – изменение скорости при переходе автосамосвала из состояния  $S_{N-i}, v_{N-i,k}$  в состояние  $S_{N-i+1}, v_{N-i+1,i};$  $\Delta s$  – изменение пройденного пути при переходе автосамосвала из состояния S<sub>N-i</sub> в состояние  $s_{N-i+1}$ ;  $v_{cp}$  – средняя скорость автосамосвала при переходе из состояния  $S_{N-i}$ ,  $v_{N-i,k}$  в состояние  $s_{N-i+1}, v_{N-i+1,j}; s_{cp}$  – среднее значение пройденного пути при переходе автосамосвала из состояния состояние  $S_{N-i}$ в  $S_{N-i+1};$ 

 $N_{3\pi}(v_{cp}, \Delta v, s_{cp}, \Delta s) \cdot \Delta s / v_{cp}$  – величина энергии, затраченная на перевод автосамосвала из состояния  $s_{N-i}, v_{N-i,k}$  в состояние  $s_{N-i+1}, v_{N-i+1,j}$ .

То есть значение функции Беллмана, в точке с фазовыми координатами N - i, k, есть минимальное значение суммы энергии, необходимой для перевода автосамосвала из состояния с фазовыми координатами N - i, k в состояние N - i + 1, j, и значения функции Беллмана в точке с фазовыми координатами N - i + 1, j (минимальной величины энергии, которую необходимо затратить для перевода автосамосвала из состояния с координатами N - i + 1, j в конечное), при условии, что управление  $M_{_{TЭД}}$ , приложенное к системе, и продольное ускорение, находятся в области допустимых значений (рис. 8)

Величина потребной электрической мощности  $N_{\text{эл}}(v_{\text{ср}}, \Delta v, s_{\text{ср}}, \Delta s)$  в зависимости от рассматриваемых состояний N - i, k и N - i + 1, j определяется с использованием уравнения динамики автосамосвала (2) и формул (5) и (6).

Таким образом, вычисляя значение функции Беллмана **Ошибка! Источник ссылки не** найден. в каждой точке фазового пространства, двигаясь от конечного состояния к начальному, получим двумерный массив минимальных значений энергий, которые необходимо затратить для перемещения автосамосвала из рассматриваемой точки фазового пространства в конечную. Последовательность вычислений происходит именно из конечной точки в начальную потому, что значение функции Z(s, v) в конечной точке маршрута есть величина энергии, которую необходимо затратить на перевод автосамосвала из конечной точки маршрута в конечную, то есть 0.

Следующим этапом является синтез оптимальной фазовой траектории и закона управления тяговым электродвигателем. Запишем уравнение состояния. Так как положение автосамосвала на фазовой поверхности зависит от предыдущего состояния и величины управляющего воздействия на данном шаге  $M_{тэл}$ , то:

$$Z(s_{i+1}, v_{i+1,j}) = Z(s_i, v_i') + \frac{N_{\scriptscriptstyle 3,I}(s_i, v_i', M_{\scriptscriptstyle T3,J}) + \lambda}{v_{\scriptscriptstyle Cp}}$$
(9)  
$$\cdot \Delta s;$$

 $v_{cp} = (v_{i+1,j} + v'_i)/2; \quad \Delta s = s_{i+1} - s_i,$ где  $v'_i$  – значение оптимальной скорости для

где  $v_i$  – значение оптимальной скорости дл  $s_i$ -ого значения пройденного пути.

Теперь, двигаясь от начального состояния в конечное (так как для значения i = 1 значение  $v'_1 = 0$  известно) и решая уравнение состояния (9) относительно  $v_{i+1,j}$ , получаем оптимальную фазовую траекторию v'(s) на рассматриваемом маршруте, а также величину необходимого вращающего момента электродвигателя  $M_{\text{тэд}}(s)$ , обеспечивающего движение автосамосвала по полученной фазовой траектории (рис. 9).

Как видно в уравнениях Ошибка! Источник ссылки не найден. и (9) присутствует неопределенный множитель Лагранжа  $\lambda$ . В случае, когда величина  $\lambda$  равна 0 метод дает тривиальное решение: двигаться с минимальной возможной скоростью. В этом случае время достижения конечного состояния стремится к бесконечности.

Таким образом, для обеспечения заданного времени прохождения маршрута необходимо итерационным путем варьировать величину неопределенного множителя Лагранжа  $\lambda$ , повторяя вышеперечисленные действия.

В случае если  $\lambda$  отлична от нуля значение функции Беллмана Z не будет соответствовать величине энергозатрат автосамосвала на движение. В этом случае для вычисления величины энергии, затраченной на прохождение маршрута, необходимо использовать выбранный функционал (1).

$$J = \int_{t_1}^{t_2} N_{3\pi} dt = \int_{s_1}^{s_2} \frac{N_{3\pi}}{v} ds$$
  
=  $\sum_{i=1}^{N} \frac{N_{3\pi} \left( M_{T3\pi}(s), v'(s) \right) \Delta s}{v_{cp}}$  (10)

Для варьирования величины неопределенного множителя Лагранжа  $\lambda$  был применен метод «секущих», при использовании которого необходимо вычислить значение времени прохождения маршрута  $T(\lambda)$  для двух значений  $\lambda$ , которые являются начальным приближением. После этого каждое последующее приближение  $\lambda$  вычисляется по формуле:

 $\lambda_{n+1}$ 

$$= \lambda_{n-1} - \frac{(T(\lambda_{n-1}) - t_{_{3\mathrm{A}\mathrm{A}}})(\lambda_n - \lambda_{n-1})}{T(\lambda_n) - T(\lambda_{n-1})}$$
(11)

где  $t_{3ad}$  – заданное время прохождения маршрута;

Итерации необходимо повторять, пока значение времени прохождения маршрута  $T(\lambda)$  не попадет в область допустимого отклонения от заданного  $t_{3ад}$ .

#### Определение закона энергоэффективного движения прототипа карьерного автосамосвала

Расчеты энергооптимальных фазовых траекторий прототипа автосамосвала проводились для случаев движения с полной загрузкой из забоя до обогатительной фабрики и порожнего перегона от обогатительной фабрики в забой. Прототип имеет колесную формулу 4×4 и оснащен индивидуальным приводом для каждой оси, что требует разработки отдельной системы управления, распределяющей тягу между ведущими мостами. Будем считать, что тяга между колесами распределяется поровну, и моменты, реализуемые электродвигателями в процессе движения, одинаковы.

При проведении расчетов использовались следующие технические характеристики карьерного автосамосвала (табл.1).

Параметр	Значение
Полная масса, кг	50000
Снаряженная масса, кг	25000
Радиус качения колеса без скольжения (29,5 R25), м	0,8642
Момент инерции колеса, кг · м <sup>2</sup>	425
Площадь лобовой проекции, м <sup>3</sup>	8,075
Коэффициент аэродинамического сопротивления	1
КПД механической части трансмиссии	0,95
Коэффициент снимаемой мощности	0,95
Передаточное число главной передачи	21,27
Коэффициент сопротивления качению	0,02
Коэффициент учета скоростных потерь, с <sup>2</sup> /м <sup>2</sup>	0,0009
Удельный коэффициент сопротивления боковому уводу	5
Момент инерции корпуса вокруг вертикальной оси (при полной массе), кг · м <sup>2</sup>	171000
Момент инерции корпуса вокруг вертикальной оси (при снаряженной массе), кг · м <sup>2</sup>	85500
Момент инерции вращающихся частей электродвигателя, кг · м <sup>2</sup>	3,45
КПД преобразователя электрической энергии	0,97





При расчетах принято, что КПД преобразователя электроэнергии не зависит от скорости движения автосамосвала и является постоянной величиной. КПД электромашины в тяговом и генераторном режимах одинаковы и представляют собой зависимость от частоты вращения вала электродвигателя и реализуемого вращающего момента. Внешняя механическая характеристика используемого ТЭД, а также поверхность КПД электромашины представлены на рис. 10.

#### Результаты расчета. Оптимальная фазовая траектория автосамосвала и закон управления ТЭД

Результаты расчета оптимальной фазовой траектории для случаев движения из забоя до обогатительной фабрики и от обогатительной фабрики в забой представлены на рис. 11. Законы управления тяговыми электродвигателями для обоих направлений движения представлены на рис. 12. Ограничение времени движения по маршруту как в прямом (из забоя до обогатительной фабрики), так и в обратном (от обогатительной фабрики в забой) направлениях составляет 1295 с.

Как видно по представленным результатам полученный закон движения предполагает

поддержание скорости на уровне 15–20 км/ч. Увеличение скорости с 500 м по 1000 м и с 2300 м по 2500 м маршрута (в случае движения из забоя до обогатительной фабрики, рис. 11, *a*) связанно с возможностью преодоления последующего подъема за счет сил инерции.

По полученным законам управления тяговыми электродвигателями можно заключить, что для снижения затрат энергии использование торможения сведено к минимуму (рис. 12).

Используя запись траектории движения автосамосвала, полученную с помощью GPS, теоретически оценены затраты энергии на маршруте. Так, с применением зависимостей (2), (5), (6) и (10) определено, что величина энергии, необходимая для движения автосамосвала по маршруту, который управляется опытным водителем, составляет: при движении из забоя до обогатительной фабрики 154,5 МДж, при движении от обогатительной фабрики в забой 79,3 МДж. При этом в случае движения по оптимальному закону энергозатраты составят: при движении из забоя до обогатительной фабрики 150,1 МДж, при движении от обогатительной фабрики в забой 76 МДж.

«Горное оборудование и электромеханика» № 3, 2020, с. 11-24



 Рис. 11. Результаты расчета для прототипа автосамосвала 4×4 при движении по маршруту: а – оптимальная фазовая траектория при движении из забоя до обогатительной фабрики; б – оптимальная фазовая траектория при движении от обогатительной фабрики в забой Fig. 11. The results of calculations for the 4×4 dump truck prototype: a – optimal phase trajectory for driving from the face to the concentrator;

Таким образом, получен энергооптимальный закон управления ТЭД автосамосвала.

Применение полученного закона позволит обеспечить безопасную и энергоэффективную эксплуатацию автосамосвалов в карьере при уровне энергозатрат на движение более выгодном, чем при эксплуатации аналогичных автосамосвалов, но под управлением водителей-операторов. По результатам расчета получено снижение энергозатрат при движении из забоя до обогатительной фабрики на 2,9 %, а от обогатительной фабрики в забой на 4,3 %. Общее снижение энергозатрат за один цикл маршрута составит 3,4 %.

На рис.13 расчетные режимы работы тяговых электродвигателей (в тяговом режиме) при движении по маршруту нанесены на график механической характеристики. Как видно из полученных данных, тяги и мощности, реализуемой двигателями, достаточно для преодоления дорожного сопротивления на всех участках пути выбранного маршрута.

На рис. 14 представлены расчетные значения воспринимаемого при движении дорожного сопротивления. Как видно тяговые возможности автосамосвала при движении с полной загрузкой (из забоя до обогатительной фабрики) позволяют преодолеть встречающееся на пути дорожное сопротивление при сохранении необходимой средней скорости движения, при этом в случае порожнего перегона (движение от обогатительной фабрики в забой) потенциал тяги существенно больше воспринимаемого дорожного сопротивления, которое при движении по маршруту не превышает 0,15 в области скоростей от 15 км/ч до 25 км/ч.

#### Выводы

Полученные с помощью разработанного метода оптимальные законы управления тяговыми электродвигателями на заданном маршруте позволят обеспечить безопасное движение автосамосвалов с максимальной энергоэффективностью и заданной производительностью.

В результате сравнения энергозатрат, полученных в случае движения автосамосвала под управлением опытного водителя по заданному маршруту, с энергозатратами, полученными в случае движения автосамосвала при программном управлении по оптимальному закону на том же маршруте, была подтверждена достоверность



Рис. 13. Расчетные режимы работы электродвигателей (в тяговом режиме) при движении по марируту согласно оптимальному закону: а – из забоя до обогатительной фабрики; б –от обогатительной фабрики в забой

*Fig. 13. Design operation modes of the traction electric engines (in a traction mode) during driving along the route according to the optimal law: a – from the face to the concentrator; b – from the concentrator to the face и создание высокотехнологичного производс и создание высокотехнологичного производс* 

танного метода определения энергооптимального движения карьерного автосамосвала.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках соглашения № 075-11-20 19-034 от 22.11.2019г. с ПАО "КАМАЗ" по комплексному проекту «Разработка и создание высокотехнологичного производства автономных тяжелых платформ для безлюдной добычи полезных ископаемых в системе "Умный карьер"», при участии ФГБОУ ВО «Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева» в части выполнения научно-исследовательских, опытно-конструкторских и технологических работ.



*маршруту согласно оптимальному закону: а – из забоя до обогатительной фабрики; б – от обогатительной фабрики в забой Fig.14. Design road resistance, perceived during driving along the route according to the optimal law: a – from the face to the concentrator, b – from the concentrator to the face* 

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ИТС 37-2017. Добыча и обогащение угля. – Введ. 2018–06–01. – М.: Бюро НДТ, 2017. – 294 с.

2. Абдуллаев Н.Д., Петров Ю.П. Теория и методы проектирования оптимальных регуляторов. ¬Л.: Энергоатомиздат. 1985. 240 с.

3. Петров Ю.П Оптимальное управление движением транспортных средств. Л.: Энергия. 1969. 96 с.

4. Математическая теория оптимальных процессов, – 4-е издание / Л. С. Понтрягин [и др.]. М.: «Наука» Главная редакция физико-математической литературы. 1983. 392 с.

5. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М.: «Наука» Главная редакция физико-математической литературы. 1969. 408 с.

6. Беллман Р. Динамическое программирование. М.: Издательство иностранной литературы. 1960. 400 с.

7. Дубовицкий А.Я, Милютин А.А. Задачи на экстремум при наличии ограничений // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1965. №3. С. 12–23.

8. Ko H., Koseki T., Miyatake M. Application of dynamic programming to optimization of running profile of a train. // WIT transaction on the built Environment. 2004. No15. P. 103-112.

9. Optimal Control of an EMU Using Dynamic Programming / N. Ghaviha [et al.] // Energy Procedia 75. 2015. P. 1913-1919.

10. Optimal Control of an EMU Using Dynamic Programming and Tractive Effort as the Control Variable / N. Ghaviha [et al.] // Proceedings of the 56th SIMS. 2015. P. 377-382.

11. Chang C. S., Sim S. S., Optimising train movements through coast control using genetic algorithms// IEE Proceedings-Electric Power Applications. 1997. №144. P. 65–73.

12. Иванов В.А., Фалдин Н.В. Теория оптимальных систем автоматического управления М.: «Наука» Главная редакция физико-математической литературы. 1981. 336 с.

13. Косицын Б.Б. Метод определения энергоэффективного закона движения электробуса по городскому маршруту: дисс. ...канд. техн. наук: 05.05.03. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 165 с.

14. Бутарович Д.О., Косицын Б.Б., Котиев Г.О. Метод разработки энергоэффективного закона управления электробусом при движении по городскому маршруту // Труды НАМИ. 2017. № 2 (269). С. 16–27.

15. Савочкин В.А., Дмитриев А.А. Статистическая динамика транспортных и тяговых гусеничных машин. М.: Машиностроение. 1993. 320 с.

16. Ларин В.В. Теория движения полноприводных колесных машин. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. – 391 с.

17. Рождественский Ю.Л., Машков К.Ю. О формировании реакций при качении упругого колеса по недеформируемому основанию // Труды МВТУ. 1982. № 390. С. 56–64.

18. Литвинов А.С. Управляемость и устойчивость автомобиля. М.: Машиностроение. 1971. 416 с.

19. Илларионов В.А. Эксплуатационные свойства автомобиля. М.: Машиностроение. 1966. 280 с.

20. Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля. Изд 3-е, переработ. и доп. М.: Машиностроение. 1972. 392 с. Alexander B. Kartashov<sup>1</sup>, C. Sc. in Engineering, Boris B. Kositsyn<sup>1</sup>, C. Sc. in Engineering, George O. Kotiev<sup>1</sup>, Dr. Sc. in Engineering, Professor, Dmitry M. Dubinkin<sup>2</sup>, C. Sc. in Engineering, Associate Professor, Sergey V. Nazarenko<sup>3</sup>, chief designer of innovative cars

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Department of Wheeled Vehicles SM-10, 105005, Russian Federation, Moscow, 2nd Baumanskaya street, 5

<sup>2</sup>T.F. Gorbachev Kuzbass State Technical University, Department of Metal Cutting Machines and Tools, 650000, Russian Federation, Kemerovo, Vesennyaya street, 28

<sup>3</sup>KAMAZ PTC, 423827, Republic of Tatarstan, Russian Federation, Naberezhnye Chelny, Avtozavodsky Prospect, 2

# METHOD FOR DETERMINING THE ENERGY-EFFICIENT LAW OF MINING DUMP TRUCK MOTION

**Abstract:** The article describes an effective way to reduce energy costs on the cyclic route of mining dump truck. The method involves implementing software energy-optimal control of traction electric vehicles along the travel route. A method has been developed for determining the energy-efficient law of mining dump truck motion based on the optimization of the «path-speed» function. The optimization of the traction electromotors control law of mining dump truck during cyclic motion along a given trajectory with a fixed travel time was carried out using Richard Bellman's dynamic programming method to ensure energy efficiency and traffic safety. Comparison of results with experimental data obtained during motion on the quarry was fulfilled. Conclusions confirming the reliability of the obtained law and the effectiveness of the developed method for determining the energy-optimal motion of a mining dump truck were made.

**Keywords:** energy-optimal law of motion, electrical energy storage, mining dump truck, principle of optimality, safety and energy efficiency.

*Article info:* received March 24, 2020 DOI: 10.26730/1816-4528-2020-3-11-24

#### REFERENCES

1. ITS 37-2017. Dobycha i obogashchenie uglya. – Vved. 2018–06–01. – M.: Byuro NDT, 2017. – 294 s.

2. Abdullaev N.D., Petrov YU.P. Teoriya i metody proektirovaniya optimal'nyh regulyatorov. ¬L.: Energo-atomizdat. 1985. 240 s.

3. Petrov YU.P Optimal'noe upravlenie dvizheniem transportnyh sredstv. L.: Energiya. 1969. 96 s.

4. Matematicheskaya teoriya optimal'nyh processov, – 4-e izdanie / L. S. Pontryagin [i dr.]. M.: «Nauka» Glavnaya redakciya fiziko-matematicheskoj literatury. 1983. 392 s.

5. Boltyanskij V. G. Matematicheskie metody optimal'nogo upravleniya. M.: «Nauka» Glavnaya redakciya fi-ziko-matematicheskoj literatury. 1969. 408 s.

6. Bellman R. Dinamicheskoe programmirovanie. M.: Izdatel'stvo inostrannoj literatury. 1960. 400 s.

7. Dubovickij A.YA, Milyutin A.A. Zadachi na ekstremum pri nalichii ogranichenij // ZHurnal vychisli-tel'noj matematiki i matematicheskoj fiziki. 1965. №3. S. 12–23.

8. Ko H., Koseki T., Miyatake M. Application of dynamic programming to optimization of running profile of a train. // WIT transaction on the built Environment. 2004. N 15. P. 103-112.

9. Optimal Control of an EMU Using Dynamic Programming / N. Ghaviha [et al.] // Energy Procedia 75. 2015. P. 1913-1919.

10. Optimal Control of an EMU Using Dynamic Programming and Tractive Effort as the Control Variable / N. Ghaviha [et al.] // Proceedings of the 56th SIMS. 2015. P. 377-382.

11. Chang S. S., Sim S. S., Optimising train movements through coast control using genetic algorithms// IEE Pro-ceedings-Electric Power Applications. 1997. №144. P. 65–73.

12. Ivanov V.A., Faldin N.V. Teoriya optimal'nyh sistem avtomaticheskogo upravleniya M.: «Nauka» Glavnaya redakciya fiziko-matematicheskoj literatury. 1981. 336 s.

13. Kosicyn B.B. Metod opredeleniya energoeffektivnogo zakona dvizheniya elektrobusa po gorodskomu marshrutu: diss. ...kand. tekhn. nauk: 05.05.03. M.: MGTU im. N.E. Baumana, 2017. 165 s.

14. Butarovich D.O., Kosicyn B.B., Kotiev G.O. Metod razrabotki energoef¬fektivnogo zakona upravleniya elektrobusom pri dvizhenii po gorodskomu marshrutu // Trudy NAMI. 2017. № 2 (269). S. 16–27.

15. Savochkin V.A., Dmitriev A.A. Statisticheskaya dinamika transportnyh i tyagovyh gusenichnyh mashin. M.: Mashinostroenie. 1993. 320 s. 16. Larin V.V. Teoriya dvizheniya polnoprivodnyh kolesnyh mashin. – M.: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana, 2010. – 391 s.

17. Rozhdestvenskij YU.L., Mashkov K.YU. O formirovanii reakcij pri kachenii uprugogo kolesa po nede-formiruemomu osnovaniyu // Trudy MVTU. 1982. № 390. S. 56–64.

#### Библиографическое описание статьи

Карташов А.Б, Косицын Б.Б., Котиев Г.О., Дубинкин Д.М., Назаренко С.В. Метод определения энергоэффективного закона движения карьерного автосамосвала // Горное оборудование и электромеханика – 2020. – № 3 (148). – С. 11-24. 18. Litvinov A.S. Upravlyaemost' i ustojchivost' avtomobilya. M.: Mashinostroenie. 1971. 416 s.

19. Illarionov V.A. Ekspluatacionnye svojstva avtomobilya. M.: Mashinostroenie. 1966. 280 s.

20. Rotenberg R.V. Podveska avtomobilya. Izd 3-e, pererabot. i dop. M.: Mashinostroenie. 1972. 392 s.

#### **Reference to article**

Kartashov A.B., Kositsyn B.B., Kotiev G.O., Dubinkin D.M., Nazarenko S.V. Method for determining the energy-efficient law of mining dump truck motion. Mining Equipment and Electromechanics, 2020, no.3 (148), pp. 11-24.