

DOI: 10.26730/1999-4125-2021-1-38-45

УДК 533,51-7,62-1

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ОСАЖДЕНИЯ ДИСПЕРСНОЙ КОМПОНЕНТЫ ГАЗОВЗВЕСИ НА ДИНАМИКУ ГАЗА ПРИ ОСАЖДЕНИИ ГАЗОВЗВЕСИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ****NUMERICAL STUDY OF THE INFLUENCE OF DEPOSITION OF A DISPERSED COMPONENT OF A GAS SUSPENSION ON THE DYNAMICS OF GAS DURING DEPOSITION OF A GAS SUSPENSION IN THE ELECTRIC FIELD**

Тукмаков Дмитрий Алексеевич,  
к.ф.-м.н., научный сотрудник, e-mail: tukmakovda@imm.knc.ru  
Dmitriy A. Tukmakov, C. Sc. in Engineering, researcher

Федеральный исследовательский центр Казанский научный центр Российской академии наук,  
г. Казань, ул. Лобачевского д.2/31, 420111, РФ  
Federal Research Center, Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, Kazan,  
st. Lobachevsky 2/31, 420111, RF

**Аннотация:**

В данной работе численно исследуется влияние осаждения электрически заряженной дисперсной компоненты аэрозоля, движущегося в канале, на распределение поля скорости газа. Математическое моделирование течения двухкомпонентной смеси осуществлялось на основе континуальной математической модели, учитывающей межкомпонентное взаимодействие. Также математическая модель учитывала электрический заряд дисперсной компоненты смеси. Для каждой из компонент смеси решалась полная гидродинамическая система уравнений динамики сплошной среды. Несущая среда описывалась как вязкий сжимаемый теплопроводный газ. Моделировались течения аэрозоля с вязкой несущей средой в плоском канале, с граничными условиями Дирихле для составляющих компонент смеси на стенках канала.

**Ключевые слова:** численное моделирование, многофазные среды, вязкий газ, электрическое поле, межкомпонентное взаимодействие.

**Abstract:**

In this work, we numerically investigate the effect of the deposition of an electrically charged dispersed component of an aerosol moving in a channel on the distribution of the gas velocity field. Mathematical modeling of the flow of a two-component mixture was carried out on the basis of a continual mathematical model that takes into account the inter-component interaction. Also, the mathematical model took into account the electric charge of the dispersed component of the mixture. For each of the mixture components, the complete hydrodynamic system of equations for the dynamics of a continuous medium was solved. The carrier medium was described as a viscous compressible heat-conducting gas. The aerosol flow is simulated in a flat channel with Dirichlet boundary conditions for the mixture components on the channel walls.

**Key words:** numerical simulation, multiphase media, viscous gas, electric field, inter-component interaction.

Многие технологические процессы и процессы в естественной природе связаны с динамикой неоднородных сред [1-13]. Неоднородные среды могут быть смесями с компонентами, имеющими одинаковый фазовый состав или же средами, компоненты которых имеют различный фазовое состояние. Для моделирования смесей с одинаковыми агрегатными состояниями в современной

литературе существует несколько подходов. Равновесный подход предполагает описание неоднородной среды [1], как однородной жидкости или газа, при этом вводятся коэффициенты, дающие поправки на неоднородность среды. Для описания динамики однородных сред применяется гомогенный подход, предполагающий решение уравнений сохранения импульса и энергии для всей смеси в целом [1,4,10]. Существует также

континуальный подход [1-3,], предполагающий, что все составляющие смеси имеют собственную скорость, температуру и собственное объемное содержание в общем объеме смеси. Реализация такого подхода требует решения полной гидродинамической системы уравнений для каждой из компонент смеси. Отличием континуальных моделей является то, что такие модели позволяют эффективно описать взаимодействие компонент смеси: обмен импульсом и тепловой энергией между компонентами. В случае если компоненты имеют одинаковые массовые доли в суммарной массе смеси, межкомпонентное взаимодействие определяет динамику смеси в целом, что приводит к необходимости использовать модели учитывающие взаимодействие составляющих таких смесей.

В различных областях промышленности возникают задачи очистки дисперсных потоков, состоящих из газа и твердых или жидких частиц, от дисперсных примесей [8]. Для очистки часто применяют фильтры, основанные на использовании электрического поля. Предполагается, что дисперсная компонента в движущемся потоке сначала заряжается коронирующим электродом, после чего заряженные дисперсные частицы осаждаются на поверхности, к которой подведен потенциал. В данной работе с помощью континуальной модели динамики газозвеси исследуется влияние осаждения частиц дисперсной компоненты, в электрическом поле, на поле скорости газа в канале.

Одним из наиболее важных параметров дисперсной компоненты неоднородной смеси являлась «средняя плотность» - представляющая собой произведение объемного содержания дисперсной компоненты на физическую плотность материала дисперсной фазы [1-3]. Физическая плотность материала дисперсных включений в процессе течения многофазной среды не изменяется. При этом объемное содержание является функцией временной и пространственных переменных. Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье-Стокса для сжимаемого теплопроводного газа с учетом межфазного силового взаимодействия и теплообмена [14-17]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} =$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p - \tau_{xx})}{\partial x} - \frac{\partial(\rho uv - \tau_{xy})}{\partial y} + F_x + \alpha \frac{\partial p}{\partial x} =$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv - \tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2 - \tau_{yy})}{\partial y} =$$

$$-F_y + \alpha \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(e())}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \left( e + p - \tau_{xx} \right) u - \tau_{xy} v + \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) =$$

$$Q - |F_x|(u - u_1) - |F_y|(v - v_1) + \alpha \left( \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \right),$$

$$\tau_{yy} = \mu \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right),$$

$$\tau_{xx} = \mu \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right),$$

$$\tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}.$$

Динамика дисперсной фазы описывается уравнением сохранения средней плотности, уравнениями сохранения составляющих импульса и уравнением сохранения энергии, записанными с учетом теплообмена, обмена импульсом с несущей фазой и с учетом силы Кулона, действующей на частицы дисперсной фазы [2,11-13,17]:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y} = F_x - \alpha \frac{\partial p}{\partial x},$$

$$(2) \quad \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1 v_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 v_1^2)}{\partial y} = F_y - \alpha \frac{\partial p}{\partial y},$$

$$\frac{\partial(e_1)}{\partial t} + \frac{\partial(e_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(e_1 v_1)}{\partial y} =$$

$$\rho_1 = \alpha \rho_{10}, \quad e_1 = \rho_1 C_{v1} T_1,$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \rho q$$

$$F_x = \frac{3}{4} \frac{\alpha}{d} C_d \rho \sqrt{(u - u_1)^2 + (v - v_1)^2} (u - u_1) + \alpha \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) +$$

$$0.5 \alpha \rho_1 \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u_1}{\partial t} - u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) - q_0 \rho_1 \frac{\partial \varphi}{\partial x},$$

$$F_y = \frac{3}{4} \frac{\alpha}{d} C_d \rho \sqrt{(u - u_1)^2 + (v - v_1)^2} (v - v_1) + \alpha \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) +$$

$$0.5 \alpha \rho_1 \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v_1}{\partial t} - u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} - v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) - q_0 \rho_1 \frac{\partial \varphi}{\partial y},$$

$$V_i = [u_i, v_i], i = 1, 2; C_d = \frac{24}{Re_1} + \frac{4}{Re_1^{0.5}} + 0.4,$$

$$Re_1 = \rho |\bar{V} - \bar{V}_1| d / \mu,$$

$$M_1 = |\bar{V} - \bar{V}_1| / c, \quad Pr = \gamma C_p \mu / \lambda$$

$$Nu_1 = 2 \exp(-M_1) + 0.459 Re_1^{0.55} Pr^{0.33},$$

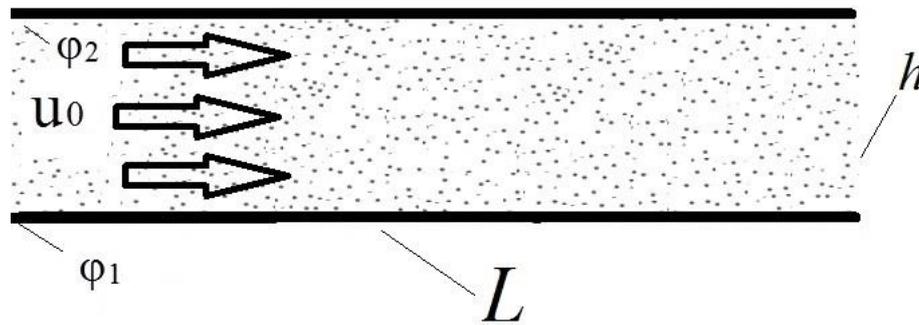


Рис. 1. Схематичное изображение канала с электродами на стенках  
Fig. 1. Schematic representation of a channel with electrodes on the walls

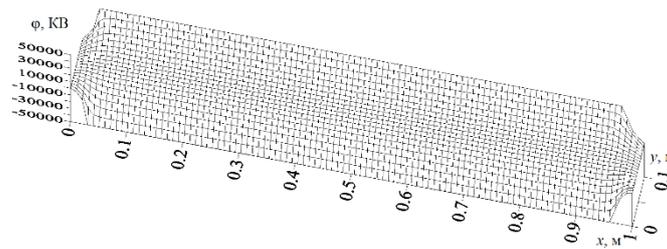


Рис. 2. Пространственное распределение потенциала электрического поля  
Fig. 2. Spatial distribution of the electric field potential

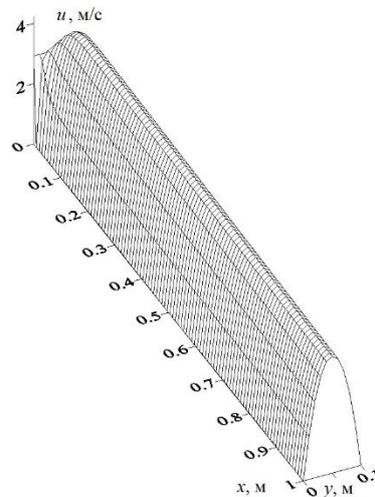


Рис. 3. Пространственное распределение продольной составляющей скорости газа  
Fig. 3. Spatial distribution of the longitudinal component of the gas velocity

Здесь  $p$ ,  $\rho$ ,  $u$ ,  $v$  – давление, плотность, декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении осей  $x$  и  $y$  соответственно;  $T$ ,  $e$  – температура и полная энергия газа;  $\rho$ ,  $T_1$ ,  $e_1$ ,  $u_1$ ,  $v_1$  – средняя плотность, температура, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости дисперсной фазы в направлении осей  $x$ ,  $y$ . Температура несущей среды находится из уравнения  $T = (\gamma - 1)(e / \rho - 0.5(u^2 + v^2)) / R$ , где  $R$  – газовая постоянная несущей фазы. Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как  $e_1 = \rho_1 C_p T_1$ , где  $C_p$  – удельная теплоемкость

единицы массы вещества дисперсной фазы. Теплообмен между дисперсной компонентой газовой смеси и газом описывается уравнением –  $Q = \beta \alpha Nu_1 (T_1 - T_2) / d^2$ .

Система уравнений дополнялась соответствующими начальными и граничными условиями. На твердых поверхностях задавались граничные условия Дирихле для составляющих скорости несущей и дисперсной фазы и граничные условия Неймана для остальных функций [11-13].

Составляющие силы Кулона на единицу объема газовой смеси определяются через ее удельный заряд, объемную плотность твердой фазы и

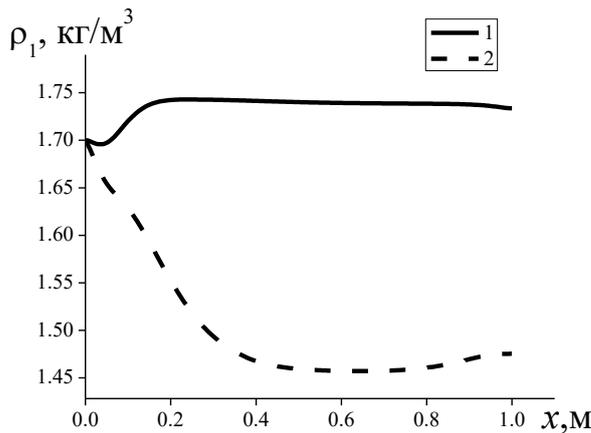


Рис.4 Пространственное распределение «средней плотности» дисперсной компоненты смеси вдоль оси  $x$  ( $y=0.05$  м); 1- электрически нейтральная газовзвесь, 2-электрически заряженная газовзвесь  
Fig.4 Spatial distribution of the "average density" of the dispersed component of the mixture along the  $x$  axis ( $y = 0.05$  m); 1- electrically neutral gas suspension, 2- electrically charged gas suspension

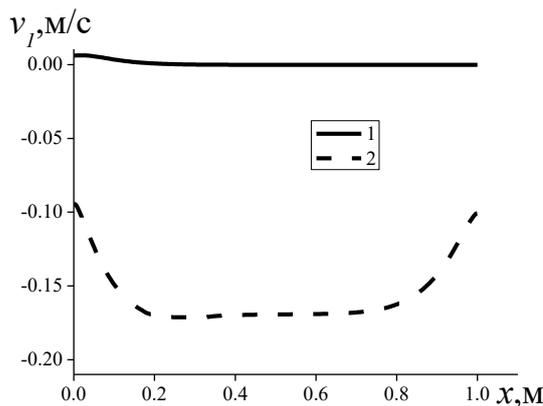


Рис.5 Пространственное распределение поперечной составляющей скорости дисперсной компоненты смеси вдоль оси  $x$  ( $y=0.05$  м); 1- электрически нейтральная газовзвесь, 2-электрически заряженная газовзвесь  
Fig.5 Spatial distribution of the transverse velocity component of the dispersed component of the mixture along the  $x$ -axis ( $y = 0.05$  m); 1- electrically neutral gas suspension, 2-electrically charged gas suspension

напряженность электрического поля [19]. Потенциал электрического поля в расчетной области определяется из решения уравнения Пуассона с граничными условиями Дирихле. В правой части уравнения Пуассона содержится плотность заряда газовзвеси, отнесенная к абсолютной диэлектрической проницаемости несущей среды [18,19]:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E} &= \frac{\rho_{эл}}{\varepsilon \varepsilon_0}, \mathbf{E} = -\nabla \varphi, \Delta^2 \varphi = -\frac{\rho_{эл}}{\varepsilon \varepsilon_0}, \rho_{эл} \\ &= \rho_1 \cdot q_0, \varepsilon_0 \\ &= \frac{10^{-9}}{36\pi} \Phi / \text{м}. \end{aligned} \quad (3)$$

где  $q_0$  – удельный заряд единицы массы твердой фракции,  $\varphi$  – потенциал электрического поля.

Система уравнений динамики многофазной среды (1)-(2) решалась двухэтапным явным конечно-разностным методом Мак-Кормака, позволяющим получать решения второго порядка точности [15].

Рассмотрим применение численного алгоритма на примере скалярного нелинейного уравнения в частных производных [15]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial a(f)}{\partial x} + \frac{\partial b(f)}{\partial y} = c(f) \quad (4)$$

Алгоритм явного конечно-разностного метода Мак-Кормака для нелинейного уравнения (4) имеет вид (5)-(6):

$$\begin{aligned} f_{j,k}^* &= f_{j,k}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (a_{j+1,k}^n - a_{j,k}^n) \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} (b_{j,k+1}^n - b_{j,k}^n) \\ &\quad + \Delta t c_{j,k}^n \quad (5) \\ f_{j,k}^{n+1} &= 0,5(f_{j,k}^n + f_{j,k}^*) \\ &\quad - 0,5 \frac{\Delta t}{\Delta x} (a_{j,k}^n - a_{j-1,k}^n) \\ &\quad - 0,5 \frac{\Delta t}{\Delta y} (b_{j,k}^n - b_{j,k-1}^n) \\ &\quad + 0,5 \Delta t c_{j,k}^n \quad (6) \end{aligned}$$

Здесь  $\Delta x, \Delta y$  – шаг по соответствующему пространственному направлению,  $\Delta t$  – шаг по времени.

Для получения монотонного численного решения к сеточной функции на каждом временном шаге применялась схема нелинейной коррекции [17]. Алгоритм коррекции выполнялся последовательно вдоль всех узлов. Рассмотрим алгоритм коррекции решения на примере функции  $f$ .

В случае если выполняются условия  $(\delta f_{j-\frac{1}{2}} \cdot \delta f_{j+\frac{1}{2}}) < 0$  или  $(\delta f_{j+\frac{1}{2}} \cdot \delta f_{j+\frac{3}{2}}) < 0$  то к функции  $f$  в  $j$ -ом узле применяется

алгоритм схемы коррекции:  $\tilde{f}_j = f_j + \kappa \left( \delta f_{j+\frac{1}{2}} - \delta f_{j-\frac{1}{2}} \right)$ . Нижний индекс обозначает номер узла сетки. Здесь использованы обозначения:

$$\delta f_{j-\frac{1}{2}} = f_j - f_{j-1}, \delta f_{j+\frac{1}{2}} = f_{j+1} - f_j, \delta f_{j+\frac{3}{2}} = f_{j+2} - f_{j+1},$$

В противном случае:  $\tilde{f}_j = f_j$ ,  $\tilde{f}_j$  – значение

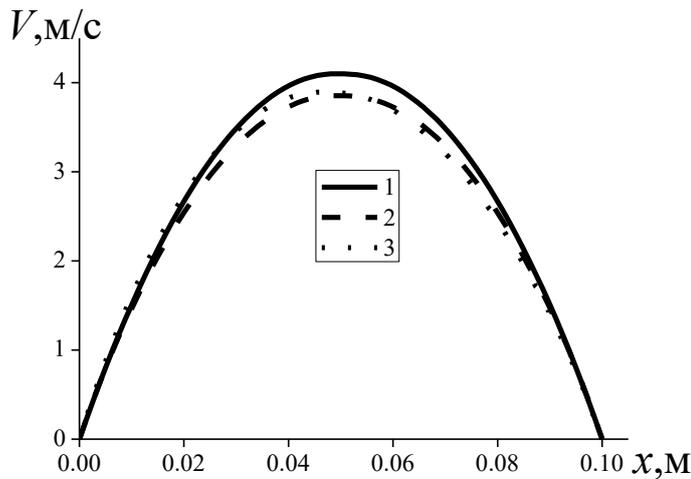


Рис.6 Пространственное распределение модуля скорости газа вдоль оси  $y$  ( $x=0.5$  м); 1-чистый газ; 2- электрически нейтральная газовзвесь, 3-электрически заряженная газовзвесь  
Fig.6 Spatial distribution of the gas velocity module along the  $y$ -axis ( $x = 0.5$  m); 1-clean gas; 2- electrically neutral gas suspension, 3-electrically charged gas suspension

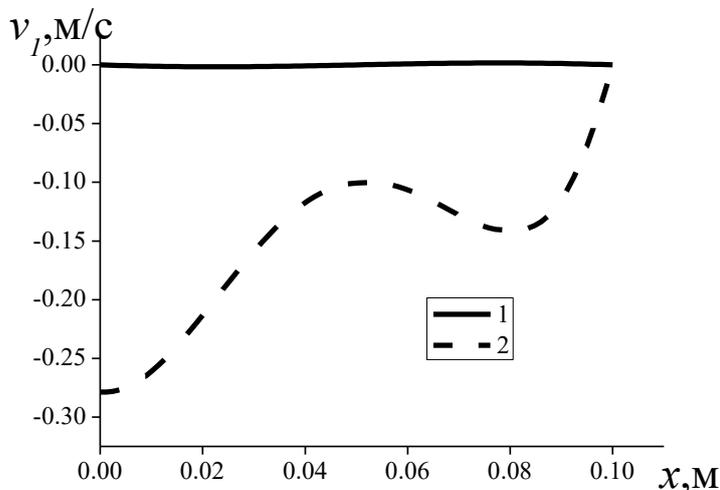


Рис.7 Пространственное распределение поперечной составляющей скорости дисперсной компоненты смеси вдоль оси  $y$  ( $x=0.5$  м); 1-электрически нейтральная газовзвесь, 2-электрически заряженная газовзвесь  
Fig.7 Spatial distribution of the transverse component of the velocity of the dispersed component of the mixture along the  $y$ -axis ( $x = 0.5$  m); 1-electrically neutral gas suspension, 2-electrically charged gas suspension

функции в  $j$ -ом узле после перехода на  $(n+1)$ -ый временной слой по схеме Мак-Кормака,  $\kappa$ -коэффициент коррекции.

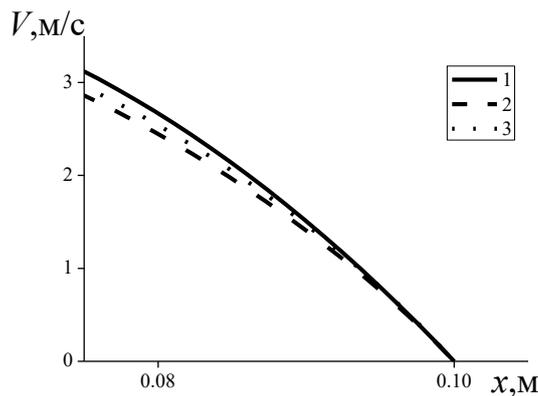
Двумерное уравнение Пуассона для потенциала электрического поля (3) решалось методом установления [20] на газодинамической

сетке, что связано с необходимостью вычисления вектора межкомпонентного обмена импульсом с учетом силы Кулона, а также с тем, что для решения уравнения Пуассона необходимы значения «средней плотности» дисперсной компоненты в узлах сетки.

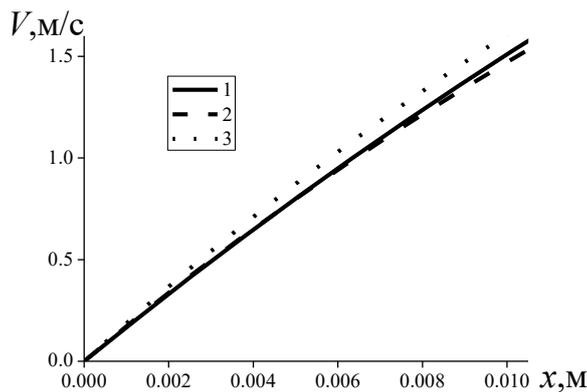
На рис.1 схематично изображен канал с движущейся газовзвесью, на верхней и нижней стенке канала находятся электроды с потенциалами различных знаков. Общая протяженность канала составляет-  $L=1$  м. Ширина канала  $h=0.1$  м. Удельный массовый заряд дисперсной фазы составляет  $q_0=10^{-4}$  Кл/кг. Общее объемное содержание дисперсной компоненты  $\alpha=0.01$ . Потенциалы электрического поля на пластине:  $\phi_1=-50000$  В,  $\phi_2=50000$  В. В канал втекает двухкомпонентная смесь со скоростью  $u_0=4$  м/с, физическая плотность дисперсной компоненты  $\rho_{10}=1700$  кг/м<sup>3</sup>, диаметр частиц  $d=20$  мкм.

На рис.2 представлено распределения потенциала электрического поля в канале. Рис.3 –

пространственное распределение продольной составляющей скорости газа, соответствующее течению вязкого газа с однородными граничными условиями Дирихле на стенках канала. В процессе движения электрически заряженной газовзвеси, в канале с электродами на стенках, «средняя плотность» дисперсной компоненты на оси канала существенно меньше, чем в электрически нейтральной газовзвеси- рис.4 При этом поперечная составляющая скорости, движущейся по каналу электрически заряженной газовзвеси, направлена в сторону нижнего электрода с отрицательным потенциалом- рис.5.



*Рис.8 Пространственное распределение модуля скорости газа вдоль оси y вблизи электрода с положительным потенциалом ( $x=0.5$  м); 1-чистый газ; 2- электрически нейтральная газовзвесь, 3-электрически заряженная газовзвесь*  
*Fig.8 Spatial distribution of the gas velocity module along the y-axis near the electrode with a positive potential ( $x = 0.5$  m); 1-clean gas; 2-electrically neutral gas suspension, 3-electrically charged gas suspension*



*Рис.9 Пространственное распределение модуля скорости газа вдоль оси y вблизи электрода с отрицательным потенциалом ( $x=0.5$  м); 1-чистый газ; 2- электрически нейтральная газовзвесь, 3-электрически заряженная газовзвесь*  
*Fig.9 Spatial distribution of the gas velocity modulus along the y-axis near the electrode with negative potential ( $x = 0.5$  m); 1-clean gas; 2-electrically neutral gas suspension, 3-electrically charged gas suspension*

На рис.6 представлено пространственное распределение модуля скорости несущей среды ( $V = \sqrt{u^2 + v^2}$ ) для электрически заряженной-кривая 3 и нейтральной газовзвеси-кривая 2, а также для чистого газа-кривая 1. Из рисунка следует, что за счет межкомпонентного взаимодействия в нейтральной газовзвеси величина модуля скорости меньше, чем в однородном газе, что можно объяснить межкомпонентным взаимодействием в

движущейся неоднородной среде. Профили скорости газа в однородном газе и в нейтральной газовзвеси симметричны относительно оси канала. При этом в электрически заряженной газовзвеси модуль скорости несущей среды, в поперечном направлении, распределен неравномерно. Неравномерность модуля скорости газа можно объяснить воздействием движущейся, под действием электрического поля, положительно заряженной дисперсной компоненты смеси. Из поперечного распределения y-составляющей скорости дисперсной компоненты газовзвеси следует, что наибольшего, (по модулю) значения эта величина достигает вблизи электрода с отрицательным потенциалом – рис. 7. Пространственное распределение модуля скорости газа вблизи стенки с положительным потенциалом демонстрирует, что величина модуля скорости газа в электрически заряженной газовзвеси имеет большее значение, чем в нейтральной, но меньшее, чем в однородном газе –рис.8. В электрически заряженной газовзвеси вблизи отрицательного электрода наблюдается большая величина модуля скорости газа, чем в однородном газе-рис. 9. Что может быть вызвано межкомпонентным обменом импульсом при осаждении положительно заряженных частиц на поверхность электрода с отрицательным потенциалом.

Численное моделирование течения электрически нейтрального аэрозоля в канале демонстрирует, что влияние межкомпонентного взаимодействия приводит к уменьшению модуля скорости в газовой компоненте. Выявлено, что при осаждении дисперсных частиц в электрическом поле, у электрода на который осаждается дисперсная компонента аэрозоля, модуль скорости несущей среды, за счет межкомпонентного обмена импульсом имеет большую величину, чем в однородном газе и электрически нейтральной

газовзвеси. При этом в электрически заряженном аэрозоле вблизи электрода, с потенциалом того же знака, что и заряд частиц, величина модуля скорости газа больше, чем в нейтральном аэрозоле, с тем же объемом содержанием дисперсной компоненты, но меньше, чем в однородном газе, при одинаковой скорости потока втекающего в канал.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. –Москва: Наука, 1978. –336 с.
2. Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. –Санкт-Петербург: «Недра», 2003. – 284.
3. Федоров, А. В. Волновые процессы в газовзвесах частиц металлов / Федоров, А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А. –Новосибирск, 2015. –301 с.
4. Суров В.С. Гиперболическая модель односкоростной многокомпонентной теплопроводной среды //Теплофизика высоких температур. 2009. Т. 47. № 6. С. 905-913.
5. Дикалюк А. С., Суржиков С. Т. Численное моделирование разреженной пылевой плазмы в нормальном тлеющем разряде // Теплофизика высоких температур. 2012. Т. 50, № 5. С. 611-619.
6. Семенов В.П., Тимофеев А.В. Параметрический резонанс и перенос энергии в пылевой плазме//Математическое моделирование. 2018. Т. 30. № 2. С. 3-17.
7. Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas–solid suspension flow by applying electric field// International Journal of Heat and Mass Transfer. 2016. Volume 93. P. 778-787.
8. Верещагин И.П., Смагин К.А., Чекалов А.В., Хренов С.И., Мирзабекян Г.З., Тимофеев Е.М. Анализ процессов очистки отходящих газов в пластинчатых электрофильтрах с учетом вторичного уноса частиц с электродов //Электротехника. 2017. № 8. С. 57-65.
9. Невский Ю.А., Осипцов А.Н. Медленная гравитационная конвекция дисперсных систем в областях с наклонными границами //Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2011. № 2. С. 65-81.
10. Тукмаков Д. А. Конечно-разностная модель динамики гомогенной смеси в применении к исследованию распространения и отражения ударной волны большой интенсивности в водородно-воздушной среде // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2020. № 1. С. 86-97.
11. Тукмаков А.Л., Баянов Р.И, Тукмаков Д.А. Течение полидисперсной газовзвеси в канале, сопровождающееся коагуляцией в нелинейном волновом поле.// Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22. № 3. С. 319-325.
12. Tukmakov D.A. Numerical study of polydisperse aerosol dynamics with the drops destruction// Lobachevskii Journal of Mathematics. 2019. Vol. 40. No. 6. P. 824-827.
13. Tukmakov D.A. Comparison of the physical experiment of the gas oscillations in the acoustic resonator with numerical calculations // Journal of Physics:Conference series. 2019. Vol. 1328. Number 1.
14. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. –Москва: Издательство «Дрофа», 2003. –784 с.
15. Fletcher C.A. Computation Techniques for Fluid Dynamics. –Berlin:Springer-Verlang, 1988. –502 p.
- 16.Тукмаков А.Л., Тукмаков Д.А. Применение неявной конечно-разностной схемы с весами для моделирования колебаний газа в акустическом резонаторе// Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. 2011. № 4. С. 119-127.
17. Музафаров И.Ф., Утюжников С.В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование. 1993. Т.5. №3. С.74-83.
18. Тукмаков А.Л. Модель движения и осаждения заряженной газовзвеси в электрическом поле //Инженерно-физический журнал. 2014. № 1. С. 35-44.
19. Сальянов Ф.А. Основы физики низкотемпературной плазмы, плазменных аппаратов и технологий. –Москва: Наука, 1997. –240 с.
20. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы. Т.2, –Москва: «Наука», 1977. –401 с.

## REFERENCES

1. Nigmatulin R.I. *Osnovy mekhaniki geterogennyh sred* [Foundations of the mechanics of heterogeneous media]. Moscow: Nauka, 1978.- 336 p. (rus)
2. Kutushev A.G. *Matematicheskoe modelirovanie volnovykh processov v aerodispersnyh i poroshkoobraznyh sredah* [Mathematical modeling of wave processes in aerodispersed and powdery media]. St. Petersburg: "Nedra", 2003.-284. (rus)
3. Fedorov A.V., Fomin V.M., Khmel T.A. *Volnovye processy v gazovzvesyakh chastic metallov* [Wave processes in gas suspensions of metal particles]. Novosibirsk, 2015.-301 p. (rus)
4. Surov V.S. A hyperbolic model of one-velocity multicomponent heat-conducting medium // *High Temperature*. 2009. V. 47. No. 6. P. 870-878.
5. Dikalyuk A.S., Surzhikov S.T. Numerical simulation of rarefied dusty plasma in a normal glow discharge // *High Temperature*. 2012. V. 50. No. 5. P. 571-578.
6. Semyonov V.P., Timofeev A.V. Parametric resonance and energy transfer in dusty plasma // *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2018. V. 10. No. 5. P. 539-550.
7. Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas – sol-id suspension flow by applying electric field // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2016. Volume 93. P. 778-787.
8. Vereshchagin I.P., Smagin K.A., Khrenov S.I., Mirzabekyan G.Z., Timofeev E.M., Chekalov L.V. Analysis of the purification processes of exhaust gases in a plate electrostatic precipitator taking into account particle entrainment from electrodes//*Russian Electrical Engineering*. 2017. No 8. P. 528-536.
9. Nevskii Y.A., Osipov A.N. Slow gravitational convection of disperse systems in do-mains with inclined boundaries // *Fluid Dynamics*. 2011. V. 46. No. 2. P. 225-239.
10. Tukumakov D.A. Finite-difference model of the dynamics of a homogeneous mixture as applied to the study of the propagation and reflection of a shock wave of high intensity in a hydrogen-air environment// *Models, systems, networks in economics, technology, nature and society*. 2020. No. 1. P. 86-97.
11. Tukumakov A.L., Bayanov R.I., Tukumakov D.A. Flow of polydisperse gas-particle mixture in a duct followed by coagulation in a nonlinear wave field. // *Thermophysics and Aeromechanics*. 2015.Vol. 22. No. 3. P. 305-311.
12. Tukumakov D.A. Numerical study of polydisperse aerosol dynamics with the drops de-struction // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2019. Vol. 40. No. 6. P. 824-827.
13. Tukumakov D.A. Comparison of the physical experiment of the gas oscillations in the acoustic resonator with numerical calculations // *Journal of Physics: Conference series*. 2019. Vol. 1328. No 1.
14. Loytsyansky L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza*. [Mechanics of liquid and gas]. Moscow: Publishing house «Drofa», 2003. –784 p. (rus)
15. Fletcher C.A. *Computation Techniques for Fluid Dynamics*. Berlin: Springer-Verlang, 1988.-502 p.
16. Tukumakov A.L., Tukumakov D.A. The use of an im-plicit finite-difference scheme with weights to simulate gas oscillations in an acoustic resonator// *Bulletin of the Kazan State Technical University named after V.I. A.N. Tupolev*. 2011. No. 4. P. 119-127.
17. Muzafarov I.F., Utyuzhnikov S.V. Application of compact difference schemes to the study of unsteady flows of compressible gas// *Mathematical modeling*. 1993. V.5. No 3. P.74-83.
18. Tukumakov A.L. Model of motion and sedimentation of a charged gas suspension in an electric field // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2014. No 1. P. 38-47.
19. Salyanov FA *Osnovy fiziki nizkotemperaturnoj plazmy, plazmennyyh apparatov i tekhnologij*. [Fundamentals of physics of low-temperature plasma, plasma devices and tech-nologies]. Moscow: Nauka, 1997. – 240 p. (rus)
20. Krylov V.I., Bobkov V.V., Monastyrny P.I. *Vychislitel'nye metody*. [Computational methods]. Vol. 2, Moscow: «Science», 1977. – 401 p. (rus)

Поступило в редакцию 24.02.2021

Received 24 February 2021