

ISSN 1999-4125 (Print)

ISSN 2949-0642 (Online)

Научная статья

УДК 618.831.3, 539.37, 539.32

DOI: 10.26730/1999-4125-2024-1-73-81

СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОВНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГОРНЫХ ПОРОД В НАТУРНЫХ УСЛОВИЯХ

Сирота Дмитрий Юрьевич,
Бедарев Кирилл Русланович

Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева

*для корреспонденции: sdy.pm@kuzstu.ru



Информация о статье

Поступила:

03 декабря 2023 г.

Одобрена после

рецензирования:

15 февраля 2024 г.

Принята к публикации:

29 февраля 2024 г.

Опубликована:

12 марта 2024 г.

Ключевые слова:

модуль деформации Юнга,
коэффициент упругости
Пуассона, коэффициент
бокового распора, обратные
задачи геомеханики.

Аннотация.

Актуальность работы. В настоящее время существует достаточно большое количество способов определения механических свойств образцов горных пород или участков горных пород и грунтов в натуральных условиях. Большая часть из них требует знания дополнительных физических характеристик исследуемых образцов горной породы, которые могут быть получены только в лабораторных условиях. Таким образом, разработка методов определения основных механических характеристик горных пород, ориентированных только на натурное применение, является в достаточной степени актуальной задачей.

Цель работы: разработать способ определения основных механических характеристик (модуль деформации Юнга, коэффициент упругости Пуассона, коэффициент бокового распора) горных пород в натуральных условиях.

Методы исследования: используются методы сопротивления материалов, методы теории упругости, методы прикладной математики в части решения обратных задач.

Результаты: получены расчетные формулы, либо алгоритмы расчета основных механических характеристик: модуля деформации Юнга, коэффициента упругости Пуассона, коэффициента бокового распора в натуральных условиях.

Для цитирования: Сирота Д.Ю., Бедарев К.Р. Способ определения основных механических характеристик горных пород в натуральных условиях // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2024. № 1 (161). С. 73-81. DOI: 10.26730/1999-4125-2024-1-73-81, EDN: VUFNJM

Введение.

Анализ литературных источников показывает, что для определения основных механических характеристик горных пород существует достаточно много разнообразных методов, как лабораторных, так и натуральных. Перечислим некоторые из них с тем, чтобы сравнить результативность существующих методик с предлагаемой в данной статье.

Так, в работах [1–3] указывается, что согласно СНиП 2.02.02-85 коэффициент бокового давления (КБД) определяется по формуле вида $P_x = \lambda \cdot P_z$, где P_x – горизонтальная компонента давления в сыпучем материале, P_z –

вертикальная компонента в сыпучем материале либо по теоретической формуле Динника $\lambda = \frac{\mu}{1-\mu}$, где μ – коэффициент поперечной деформации Пуассона; согласно же СНиП 2.10.05-85 используется следующая модифицированная формула Роу, Абдельхамида, Крижека для бокового коэффициента $\lambda = tg^2(45^\circ - 0,5\psi)$, или теоретические формулы Яки для сыпучих грунтов $\lambda = 1 - \sin \psi$ или $\lambda = \frac{(1 + \frac{2}{3} \sin \psi)(1 - \sin \psi)}{1 + \sin \psi}$, где ψ – угол внутреннего трения породы. Там же в работе [2] приводится оригинальная формула $\lambda = \frac{tg\psi}{tg\phi}$, где ϕ – угол

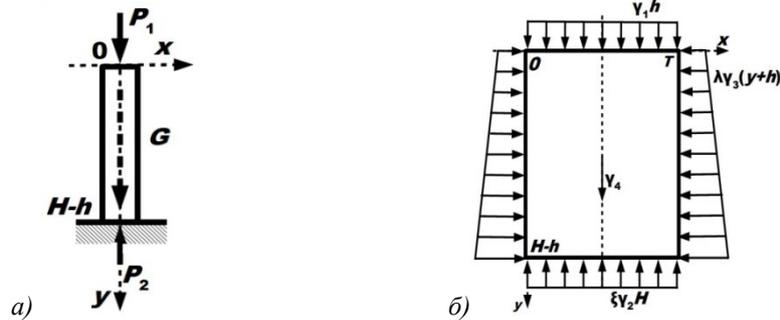


Рис. 1. Расчетная схема нагружения колонны – а) и блока горных пород – б).
Fig. 1. The design scheme for loading column – a) and a block of rocks – b).

внешнего трения. В качестве модификации в 1982 году Мейн и Кулави предложили следующую уже полностью эмпирическую формулу: $\lambda = (1 - \sin \psi) OCR \sin \psi$, где OCR – коэффициент переуплотнения грунта.

В работе [4] приводится выражение для КБД в зависимости от угла укладки частиц β и угла внешнего трения ϕ сыпучего материала: $\lambda = tg^2 \beta \cdot [2 + tg \phi \cdot tg \beta]^{-1}$.

В работе [5] приводится формула для КБД в природном поле напряжений вкrest простираения рудного тела $\lambda = \frac{\sin 2\alpha - 2tg\beta \cos^2 \alpha}{\sin 2\alpha + 2tg\beta \sin^2 \alpha}$, где α – угол падения залежи; β – угол отклонения линии максимальных смещений от нормали к плоскости залежи.

В работе [6] приводятся две формулы КБД пластов пористых горных пород с учетом величины их пористости и в условиях действия фактического пластового давления: $\lambda = \frac{P_{ГР} - P_{П}(1+c-2c^2)}{2c(P_{Г} + (c-1)P_{П})}$ в случае непроницаемой стенки скважины и $\lambda = \frac{P_{ГР}(2-c) - 2P_{П}(1-c^2)}{2c(P_{Г} + (c-1)P_{П})}$ в случае проницаемой стенки, где $P_{ГР}$ – давление гидроразрыва; $P_{П}$ – давление пласта; $P_{Г}$ – геостатическое давление.

В работе [7] приводится лабораторный метод определения КБД грунтов, который заключается в нагружении образца грунта проектной нормальной нагрузкой, выполнении вращательных срезов образца грунта сначала по торцевой поверхности, затем по боковой поверхности и расчете коэффициента бокового давления грунтов по полученным значениям предельных касательных напряжений соответственно торцевой и боковой поверхности образца по формуле $\lambda = 1 - \frac{(\tau_{ПР}^T - \tau_{ПР}^B)}{(\sigma - tg \phi)}$, где σ – нормальное напряжение в образце грунта от нормальной нагрузки, ϕ – угол внешнего трения.

В работе [8] приведены эмпирические формулы КБД в зависимости от вертикального давления при лабораторных испытаниях: $\lambda = 0,1875P^2 - 0,1P + 0,3981$ для гравийного грунта и $\lambda = 0,125P^2 + 0,1P + 0,4388$ для гравелистого песка.

Помимо этого, стоит отметить работу [Строкова], где перечислены 15 различных формул для КБД. Это демонстрирует то, что в настоящее время нет и, по-видимому, не может быть единого подхода к определению этой величины.

В работах [9–12] указывается, что модуль упругости Юнга определяется по двум простейшим формулам: для статической ситуации $E = \frac{(\sigma_K - \sigma_H)}{(\varepsilon_K - \varepsilon_H)}$, где $\sigma_{K,H}$ – два последовательных напряжения; $\varepsilon_{K,H}$ – соответствующие относительные деформации; для динамической ситуации – $E_D = \frac{\rho v_s^2 (3v_p^2 - 4v_s^2)}{v_p^2 - v_s^2}$ с последующей корректировкой $E = a + bE_D$, где v_s, v_p – скорость продольной и поперечной волны; ρ – плотность образца.

В работе [13] приводится расчетная формула для модуля упругости следующего вида: $E = \frac{(\sigma_1 - \sigma_1^*)(1 - \frac{2\sigma_2 \mu}{\sigma_1})}{\varepsilon_1 - \varepsilon_1^*}$, при этом в работах [14, 15] приводится более простая формула вида $E = \frac{\sigma_1 (1 - \frac{2\sigma_2 \mu}{\sigma_1})}{\varepsilon_1}$, где $\sigma_{1,2}$ – главные компоненты тензора напряжений, $\varepsilon_{1,2}$ – главные компоненты тензора деформаций; μ – коэффициент Пуассона; σ^*, ε^* – гидростатические компоненты тензоров.

В целом можно заметить, что коэффициент бокового давления оказывается функционально эквивалентен какому-нибудь другому параметру-характеристике образца горной породы, но не приложенным внешним усилиям. Для модуля упругости ситуация лучше: существуют различные формулы, позволяющие перейти от напряженно-деформируемого состояния массива к этой величине, но при этом необходимо знать еще и коэффициент Пуассона горной породы.

В представленной статье делается попытка на основе решения обратных задач построить замкнутую систему расчетных формул от НДС участка массива к физическим характеристикам породы.

1. Постановка и решение прямых задач.

Прямая задача 1 (Одномерная модель).

Выделим в вертикальном осевом сечении

трехмерного блока колонну произвольного поперечного сечения. Можно считать, что мы рассматриваем одномерный объект – брус с линейно возрастающим весом $G(y) = \gamma_4 S \cdot y$, Н, где $y \in [0; L]$, $L = H - h$ – мощность блока, м, E – модуль Юнга, Па. Влияние вышележащих пород учтем в виде силы: $P_1 = \gamma_1 Sh$, Н. Подстилающий массив горной породы заменим модельной жесткой заделкой (Рис. 1а).

Используя методы сопротивления материалов [16, 17], найдем, что в произвольном поперечном сечении бруса: внутренняя сила $N(y) = -P_1 - \gamma_4 Sy$, нормальное продольное напряжение и деформация:

$$\sigma(y) = -\gamma_1 h - \gamma_4 y \quad (1)$$

$$\Delta L(y) = \int_y^L \frac{\sigma(\xi)d\xi}{E} = \frac{(y-L)}{2E} [2\gamma_1 h + \gamma_4(y+L)]. \quad (2)$$

ПРИМЕР 1. Рассмотрим тестовый пример, где $\gamma_1 = 20$ кН/м³ (алевролит); $\gamma_4 = 26$ кН/м³ (аргиллит). Глубина расположения блока $h = 300$ м; мощность блока $L = 100$ м. модуль Юнга аргиллита $E = 5,5$ ГПа. Выбраны три точки измерения напряжений: $y_1 = 25$; $y_2 = 50$; $y_3 = 75$ м. Определить напряжения и деформацию в указанных точках.

РЕШЕНИЕ. Напряжения вычислим по формуле (1): $\sigma_1 = \sigma(y_1) = -\gamma_1 h - \gamma_4 y_1 = 6,65$ МПа; $\sigma_2 = \sigma(y_2) = -\gamma_1 h - \gamma_4 y_2 = 7,3$ МПа; $\sigma_3 = \sigma(y_3) = -\gamma_1 h - \gamma_4 y_3 = 7,95$ МПа; деформации – по формуле (2): $\Delta_1 = \frac{(y_1-L)}{2E} [2\gamma_1 h + \gamma_4(y_1+L)] = -0,104$; $\Delta_2 = -0,072$; $\Delta_3 = -0,038$ м.

Прямая задача 2 (Плоская модель). Рассмотрим центральное сечение выделенного трехмерного блока. В этом случае задачу об определении напряженного состояния в трехмерном пространстве можно считать условно двумерной, так как воздействие внешних сил будет полностью компенсировано. Ровно то же самое, кстати, происходило и в случае прямой задачи 1, где боковая внешняя нагрузка компенсировалась в осевом сечении.

Итак, будем рассматривать выделенный блок. Известно, что решение плоской теории упругости в напряжениях сводится к решению следующего дифференциального уравнения в частных производных [16, 17]:

$$\Phi_{xxxx}^{(4)} + 2\Phi_{xxyy}^{(4)} + \Phi_{yyyy}^{(4)} = 0, \quad (3)$$

где $\Phi = \Phi(x, y)$ – функция напряжений Эйри, удельный вес единицы объема блока γ_4 может быть учтен двумя способами: 1) $\sigma_x = \Phi_{yy}^{(2)}$, $\sigma_y = \Phi_{xx}^{(2)} - \gamma_4 y$, $\tau_{xy} = -\Phi_{xy}^{(2)}$ или 2) $\sigma_x = \Phi_{yy}^{(2)}$, $\sigma_y = \Phi_{xx}^{(2)}$, $\tau_{xy} = -\Phi_{xy}^{(2)} - \gamma_4 x$.

Рассмотрим аналитический метод решения. Исходя из модельной задачи, зададим граничные условия в системе координат указанной на Рис. 1б. Известно, что в первом приближении давление по вертикали массива горных пород в естественном заложении определяется по

формулам γh , где γ – удельный вес, Н/м³; h – глубина измерения давления, м; давление же по горизонтали определяется по формуле $\lambda \gamma h$, где λ – коэффициент бокового распора. Так как выделенный блок находится на некоторой произвольной, но фиксированной, глубине, то граничные условия для верхней границы будут определяться уравнениями

$$y = 0: \sigma_y = -\gamma_1 h; \tau_{xy} = 0. \quad (4)$$

Для определения величины бокового давления необходимо учесть, что глубина его измерения является переменной величиной. Другими словами, получаем задачу, аналогичную рассмотренной выше: требуется найти уравнение прямой, проходящей через две точки: $\sigma_x(0) = -\lambda \gamma_3 h$ и $\sigma_x(H-h) = -\lambda \gamma_3 H$. Решив ее, получим следующие граничные условия:

$$x = \{0\}; \{T\}: \sigma_x = -\lambda \gamma_3 (y+h); \tau_{xy} = 0. \quad (5)$$

Данная задача является аналогом известной задачи о треугольной подпорной стенке [16, 17], поэтому функцию Эйри $\Phi = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 + ex^2 + fy^2$ будем искать по ее образу. Предложенная функция тождественно удовлетворяет уравнению (3), поэтому оно не порождает никакой дополнительной взаимосвязи между коэффициентами.

Способ 1 учета объемного веса:

Компоненты тензора напряжений будут определяться формулами:

$$\sigma_x = 2cx + 6dy + 2f, \sigma_y = 6ax + 2by + 2e - \gamma_4 y, \tau_{xy} = -2bx - 2cy. \quad (6.1)$$

Найдем неизвестные коэффициенты, используя граничные условия:

$$y = 0: \sigma_y = 6ax + 2e = -\gamma_1 h$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ e = \frac{-\gamma_1 h}{2} \end{cases} \tau_{xy} = -2bx = 0$$

$$\Rightarrow b = 0$$

$$x = \{0\}; \{T\}: \sigma_x = 2c \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ T \end{pmatrix} + 6dy + 2f = -\lambda \gamma_3 (y+h) \Rightarrow d = \frac{-\lambda \gamma_3}{6}; f = \frac{-\lambda \gamma_3 h}{2}$$

$$\tau_{xy} = -2b \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ T \end{pmatrix} - 2cy = 0 \Rightarrow c = 0$$

Способ 2 учета объемного веса:

Компоненты тензора напряжений будут определяться формулами:

$$\sigma_x = 2cx + 6dy + 2f, \sigma_y = 6ax + 2by + 2e, \tau_{xy} = -2bx - 2cy - \gamma_4 x. \quad (6.2)$$

Найдем неизвестные коэффициенты, используя граничные условия:

$$y = 0: \sigma_y = 6ax + 2e = -\gamma_1 h$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ e = \frac{-\gamma_1 h}{2} \end{cases} \tau_{xy} = -2bx - \gamma_4 x = 0 \Rightarrow b = -\frac{\gamma_4}{2}$$

$$x = \{0\}; \{T\}: \sigma_x = 2c \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ T \end{pmatrix} + 6dy + 2f = -\lambda \gamma_3 (y+h) \Rightarrow d = \frac{-\lambda \gamma_3}{6}; f = \frac{-\lambda \gamma_3 h}{2}$$

$$\sigma_x = 2c \cdot \left(\frac{0}{T}\right) + 6dy + 2f = -\lambda\gamma_3(y+h) \Rightarrow d = \frac{-\lambda\gamma_3}{6}; f = \frac{-\lambda\gamma_3 h}{2}$$

$$\tau_{xy} = -2b \cdot \left(\frac{0}{T}\right) - 2cy = 0 \Rightarrow c = 0$$

Таким образом, оба способа дают одни и те же выражения для напряжений:

$$\sigma_x = -\lambda\gamma_3(y+h), \sigma_y = -\gamma_1 h - \gamma_4 y, \tau_{xy} = 0. \quad (7)$$

Для каждой точки выделенного блока найдем выражение по формулам

$$P(x, y) = \sigma_1 \sigma_2, \quad (8)$$

которые и будем использовать в дальнейшем при решении обратных задач. Выбор такой функции определяется двумя соображениями: во-первых – это второй инвариант тензора напряжений на плоскости, а во-вторых – эластичность этой функции с учетом формул (7) по переменной λ будет равна единице.

Компоненты тензора деформации точек блока определяются по формулам:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\sigma_x - \mu\sigma_y}{E} = \frac{(\mu\gamma_4 - \lambda\gamma_3)y + (\mu\gamma_1 - \lambda\gamma_3)h}{E} = f(y), \quad (9.1)$$

$$2\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\tau_{xy}}{G} = 0, \quad (9.2)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\sigma_y - \mu\sigma_x}{E} = \frac{(\mu\lambda\gamma_3 - \gamma_4)y + (\mu\lambda\gamma_3 - \gamma_1)h}{E} = g(y). \quad (9.3)$$

Тогда из уравнений (9.1) и (9.3) после интегрирования получим, что $u = f(y)x + \alpha(y)$, $v = \int g(y)dy + \beta(x) = Q(y) + \beta(x)$. Подставим эти функциональные выражения в (6.2): $\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{(\mu\gamma_4 - \lambda\gamma_3)}{E}x + \alpha_y^{(1)}(y) + \beta_x^{(1)}(x) = 0$. Так как переменные оказались разделенными, то $\frac{(\mu\gamma_4 - \lambda\gamma_3)}{E}x + \beta_x^{(1)}(x) = C$ и $\alpha_y^{(1)}(y) = -C$. Тогда после интегрирования этих вспомогательных уравнений получим, что $\beta(x) = -\frac{(\mu\gamma_4 - \lambda\gamma_3)x^2}{2E} + Cx + D$ и $\alpha(y) = -Cy + W$.

Неизвестные коэффициенты найдем из граничных условий, которые обусловлены наличием жесткой заделки внизу блока, которая не допускает перемещения по горизонтали и вертикали, а также не допускает поворотов:

$$(a) u(0, L) = 0, (b) v(0, L) = 0, (в) \frac{\partial v(0, L)}{\partial x} = 0, (г) \frac{\partial u(0, L)}{\partial y} = 0.$$

Из (в) следует, что $C = 0$, тогда из (а) следует $W = 0$, что совпадает с (г). Наконец, из (б) следует, что $D = \frac{0,5(\gamma_4 - \mu\lambda\gamma_3)L^2 + (\gamma_1 - \mu\lambda\gamma_3)hL}{E}$. Таким образом, деформации блока будут определяться по формулам

$$u = f(y)x, v = \frac{(\mu\lambda\gamma_3 - \gamma_4)(y^2 - L^2) + 2h(\mu\lambda\gamma_3 - \gamma_1)(y - L) - (\mu\gamma_4 - \lambda\gamma_3)x^2}{2E}. \quad (10)$$

Заметим, что если выполняются дополнительные соотношения между удельными весами пород вида $\gamma_4 = \mu\lambda\gamma_3$ и $\gamma_1 = \mu\lambda\gamma_3$, то можно добиться неподвижности не только в одной центральной точке жесткой заделки, но во всей вертикальной оси над ней.

ПРИМЕР 2. Рассмотрим тестовый пример, где $\gamma_1 = 20$ кН/м³ (алевролит); $\gamma_4 = 26$ кН/м³ (аргиллит); $\gamma_3 = 25$ кН/м³ (сланец). Глубина расположения блока $h = 300$ м; мощность блока $L = 100$ м; модуль Юнга аргиллита $E = 5,5 \cdot 10^6$ КПа; коэффициент Пуассона сланца $\mu = 0,08$. Три точки измерения напряжений: $y_1 = 25$ м; $y_2 = 50$ м; $y_3 = 75$ м. Определить напряжения и деформации в указанных точках.

РЕШЕНИЕ. Предположим, правильность гипотезы Динника $\lambda = \frac{\mu}{1-\mu} = 0,087$.

Компоненты тензора напряжений определим по формулам (7):

$$\sigma_x^1 = -\lambda\gamma_3(y_1 + h) = -0,707 \text{ МПа}, \sigma_y^1 = -\gamma_1 h - \gamma_4 y_1 = -6,65 \text{ МПа} - \text{в первой точке};$$

$$\sigma_x^2 = -0,761 \text{ МПа}, \sigma_y^2 = -7,3 \text{ МПа} - \text{во второй точке};$$

$$\sigma_x^3 = -0,816 \text{ МПа}, \sigma_y^3 = -7,95 \text{ МПа} - \text{в третьей точке.}$$

Инвариантные значения в этих же точках определяются по формулы (8):

$$P(0,25) = 4,701; \quad P(0,50) = 5,557; \quad P(0,75) = 6,484.$$

Предположим, для простоты, что мы рассматриваем центральное сечение, где координата $x = 0$ м. Тогда горизонтальных деформаций блока не будет, так как они компенсируются внешними воздействиями. Вертикальные деформации будут определяться по формуле (10): $v_1 = \frac{(\mu\lambda\gamma_3 - \gamma_4)(y_1^2 - L^2) + 2h(\mu\lambda\gamma_3 - \gamma_1)(y_1 - L)}{2E} = 0,104$ м; $v_2 = 0,072$ м; $v_3 = 0,038$ м.

Таким образом, деформации в центральном осевом сечении, как и ожидалось, будут совпадать с аналогичными, рассчитанными с помощью сопротивления материалов.

2. Постановка и решение обратных задач.

Можно считать, что любая обратная задача является неким обобщенным уравнением, аргументы которого требуется найти по известным значениям выражения. В нашем случае такими равенствами-уравнениями будут выражения (1, 2) для сопротивления материалов и (8, 10) для теории упругости.

Обратная задача 1 (Одномерная модель).

На базе одномерной модели и расчетных выражений можно сформулировать обратную задачу по определению переменных, которые предполагаются известными для выражений (1, 2). В нашем случае таких переменных три: удельные веса γ_1 , γ_4 и модуль упругости Юнга E . Так как выражение (1) является линейным относительно удельных весов, то их можно

определить, измерив напряжения в двух произвольных точках бруса y_1 y_2 . Модуль упругости определяется единственным образом из деформации колонны в одной из этих же точек. Расчетные формулы будут иметь вид:

$$\gamma_4 = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{y_1 - y_2}, \gamma_1 = \frac{\sigma_1 - \gamma_4 y_1}{h}, E = \frac{K}{\Delta L(y_1)}, \quad (11)$$

где коэффициент K определяется по формуле $K = (y_1 - L)(\gamma_1 h + 0,5\gamma_4[y_1 + L])$.

Зная (11), найдем, что в заделке при $y = H - h$ напряжение $\sigma(H - h) = \gamma_1 h + \gamma_4(H - h)$. Используя эти выражения и условие равновесия колонны, можно найти, какая часть веса подстилающей горной породы по аналогии с боковым распором тратится на его формирование:

$$\gamma_1 h + \gamma_4(H - h) = \xi \gamma_2 H \Rightarrow \xi \gamma_2 = \frac{\gamma_1 h + \gamma_4 L}{H}. \quad (12)$$

ПРИМЕР 3. Взяв в качестве исходной информации значения напряжений из ПРИМЕРА 1, найти величины по формулам (11). Сравнить их с исходными значениями ПРИМЕРА 1.

РЕШЕНИЕ. По формулам (11) достаточно знать значения напряжений в двух точках. Таким образом, у нас имеется три комбинации таких напряжений.

Пусть $\sigma_1 = 6,65$ МПа; $\sigma_2 = 7,3$ МПа. Тогда $\gamma_4 = \left| \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)}{(y_1 - y_2)} \right| = 26$ кН/м³;

Пусть $\sigma_1 = 6,65$ МПа, $\sigma_3 = 7,95$ МПа, тогда $\gamma_4 = 26$ кН/м³. Пусть $\sigma_2 = 7,3$ МПа, $\sigma_3 = 7,95$ МПа, тогда $\gamma_4 = 26$ кН/м³.

Так как удельные веса колонны совпадают, то можно брать любые два измеренных значения напряжения в ней. Далее найдем удельный вес вышележащей толщи пород, также используя три варианта значений напряжений и соответствующих координат точек их измерения: для $\sigma_1 = 6,65$ МПа $\gamma_1 = \frac{(\sigma_1 - \gamma_4 y_1)}{h} = 20$ кН/м³; для $\sigma_2 = 7,3$ МПа $\gamma_1 = 20$ кН/м³; для $\sigma_3 = 7,95$ МПа $\gamma_1 = 20$ кН/м³.

Таким образом, и здесь мы видим, что без разницы, какое из трех напряжений использовать. Далее найдем величину $K = (y_1 - L) \left(\gamma_1 h + \frac{\gamma_4(y_1 + L)}{2} \right) = -571875$ кН/м и модуль упругости Юнга $E = \frac{K}{\Delta_1} = 5498$ МПа при $\Delta_1 = -0,104$ м, что вполне совпадает с исходным значением. Наконец, по формуле (12): $\xi \gamma_2 = \frac{(\gamma_1 h + \gamma_4 L)}{H} = 21,5$ кН/м³.

ПРИМЕР 4. Реализовать пример 3 в предположении, что напряжения определяются с некоторой погрешностью $\sigma_1^* = \sigma_1(1 \pm \delta_1)$; $\sigma_2^* = \sigma_2(1 \pm \delta_2)$.

РЕШЕНИЕ. Можно заметить, что если погрешности одинаковые $\delta = \delta_1 = \delta_2$ и их воздействие одинаковое, то выражение $1 \pm \delta$ будет общим множителем для всех трех удельных весов: γ_4 , γ_1 , $\xi \gamma_2$.

Теперь рассмотрим случай погрешностей противоположного знака: а) $\sigma_1^* = 0,9\sigma_1$; $\sigma_2^* = 1,1\sigma_2$ и б) $\sigma_1^* = 1,1\sigma_1$; $\sigma_2^* = 0,9\sigma_2$. Тогда для случая а) $\gamma_4 = 81,8$ кН/м³, а для случая б) $\gamma_4 = 29,8$ кН/м³. Можно отметить, что первое значение более существенно отличается от истинного значения, чем второе.

Обратная задача 2 (Двумерная модель).

По аналогии с обратной задачей 1 можно заметить, что выражения (8) содержат четыре неизвестных (λ , γ_3 , γ_1 , γ_4), две из которых образуют новую переменную $\lambda \gamma_3 = \gamma_5$, а группа формул (10) – еще две (μ , E). С другой стороны, если считать удельные веса известными, то необходимо определить в целом три величины: λ , μ , E .

Случай 1. Предположим, что удельные веса γ_3 , γ_1 , γ_4 известны, тогда получим одно нелинейное (квадратное) уравнение относительно величины λ :

$$P(\lambda, y) = T(y). \quad (13)$$

ПРИМЕР 5. Взяв в качестве исходной информации значения напряжений из ПРИМЕРА 2, найти КБД, решив уравнение (13).

РЕШЕНИЕ. Напомним, что при $\gamma_1 = 20$ кН/м³ (алевролит); $\gamma_4 = 26$ кН/м³ (аргиллит); $\gamma_5 = 2,17$ кН/м³ (сланец) в ПРИМЕРЕ 2 были получены инвариантные значения по формуле (8): $T(0; 25) = 4,701$; $T(0; 50) = 5,557$; $T(0; 75) = 6,484$.

При этом глубина расположения блока $h = 300$ м. Решая линейное уравнение для любого из трех значений σ_I , получим с точностью до тысячных долей, что $\lambda_1 = 0,087$.

Как и выше, предположим, что величина $\sigma_T(y)$ определены с некоторой погрешностью. Выясним, с какой относительной погрешностью определяются величины КБД. Пусть истинное значение определено с погрешностью в 10%: $T(25) = 5,171$. Тогда $\lambda = 0,095$, что также на 10% больше истинного. Это отлично согласуется с единичной эластичностью функции (8) относительно переменной λ .

Случай 2. Предположим, что удельные веса настилающих и вмещающих пород известны. Тогда требуют определения две переменные: КБД λ и удельный вес породы блока γ_4 . Так как переменных две, то минимально необходимое количество инвариантных значений также должно быть равно двум, что соответствует двум точкам его измерения. Получаем систему из двух уравнений: $P(\lambda, y_1) = T(y_1)$, $P(\lambda, y_2) = T(y_2)$. Решая ее, получим аналитические выражения

$$\gamma_4 = \frac{\gamma_1 h(1-k)}{y_1 k - y_2}, \lambda = \frac{T_1}{(y_1 h + \gamma_4 y_1) \cdot \gamma_3 \cdot (y_1 + h)}, k = \frac{(y_1 + h) \cdot T_2}{(y_2 + h) \cdot T_1}. \quad (14)$$

ПРИМЕР 6. Взяв в качестве исходной информации значения напряжений из ПРИМЕРА 2, найти КБД и удельный вес, используя выражения (14).

РЕШЕНИЕ. Напомним, что при $\gamma_1 = 20$ кН/м³ (алевролит); $\gamma_4 = 26$ кН/м³ (аргиллит); $\gamma_5 = 2,17$ кН/м³ (сланец) в ПРИМЕРЕ 2 были получены инвариантные значения по формуле (8): $T(0; 25) = 4,701$ МПа²; $T(0; 50) = 5,557$ МПа²; $T(0; 75) = 6,484$ МПа².

Так как в формулах (14) номера точек измерения никак не связаны с истинными глубинами, то можно использовать любые две из них. Возьмем, например, первую и третью. Тогда после расчетов получим, что $k = 1,1954$, $\gamma_4 = 25,984$ кН/м³, $\lambda = 0,08701$.

Рассмотрим случай определения экспериментальных значений с некоторой погрешностью. Пусть в первой точке погрешность будет положительной, а в третьей отрицательная; при этом обе по 10%. Тогда величина $k = 0,9780$, а удельный вес становится отрицательным. Уменьшим погрешность до 5%. Тогда величина $k = 1,0815$, удельный вес $\gamma_4 = 10,200$ кН/м³, а величина КБД $\lambda = 0,1013$. Таким образом, погрешность определения удельного веса 100%, а величины КБД – 16%. Такая разная чувствительность объясняется разной эластичностью функции (8) относительно разных переменных.

Случай 3. Используя измерения инвариантных значений в трех точках, можно определить три неизвестные величины: $\lambda\gamma_3 = \gamma_5$, γ_1 и γ_4 . Отсюда можно сделать вывод о принципиальной невозможности определить единственным образом КБД без дополнительной информации о величине удельного веса окружающих пород – величины γ_3 . Как и выше, количество переменных определяет минимальное количество инвариантных значений, которые соответствуют трем точкам измерения.

ПРИМЕР 7. Взяв в качестве исходной информации значения инвариантов из ПРИМЕРА 2, найти неизвестные величины по формулам (7, 8). Сравнить их с исходными значениями ПРИМЕРА 2.

РЕШЕНИЕ. Напомним, что при $\gamma_1 = 20$ кН/м³ (алевролит); $\gamma_4 = 26$ кН/м³ (аргиллит); $\gamma_5 = 2,17$ кН/м³ (сланец) в примере 2 были получены инвариантные значения $T(0; 25) = 4,701$ МПа²; $T(0; 50) = 5,557$ МПа²; $T(0; 75) = 6,484$ МПа². Поиск минимума целевой функции будем производить в надстройке ПОИСК РЕШЕНИЯ табличных редакторов MS EXCEL или OO CALC. В той и другой программе реализуются итерационные генетические алгоритмы поиска минимума функции нескольких переменных.

Отметим, что если не указывать каких-либо дополнительных ограничений (кроме естественной не отрицательности), получим значения: $\gamma_1 = 21,934$ кН/м³; $\gamma_4 = 28,877$ кН/м³; $\gamma_5 = 11,683$ кН/м³. Первые две переменные

вполне соответствуют реальным значениям, а третья – нет. Если же дополнительно положить, что $\gamma_5 \leq 5$ (например), то получим, что $\gamma_1 = 20,223$ кН/м³; $\gamma_4 = 26,234$ кН/м³; $\gamma_5 = 2,234$ кН/м³, что в точности соответствует исходным данным, учитывая тот факт, что наблюдаемые значения были взяты с точностью до третьего знака, то есть с некоторой небольшой погрешностью.

Для определения переменных μ и E составим аналогичную систему уравнений: $\mu[\gamma_5 Y_{11} + 2h\gamma_5 Y_{12}] - 2E v_1^l = \gamma_4 Y_{11} + 2h\gamma_1 Y_{12}$, $\mu[\gamma_5 Y_{21} + 2h\gamma_5 Y_{22}] - 2E v_2^l = \gamma_4 Y_{21} + 2h\gamma_1 Y_{22}$, где вспомогательные параметры $Y_{11} = y_1^2 - L^2$, $Y_{21} = y_2^2 - L^2$, $Y_{12} = y_1 - L$, $Y_{22} = y_2 - L$. Однако эта система при формальной линейности и применимости метода Крамера оказывается плохо обусловленной и не поддается прямому решению. В самом деле, при указанных в условии значениях входящих параметров получим следующую матрицу коэффициентов и ее обратную: $A = \begin{pmatrix} -148201 & -0,2 \\ -102207 & -0,14 \end{pmatrix}$, $A^{-1} = \begin{pmatrix} -0,00045 & 0,00065 \\ 333,333 & -483,333 \end{pmatrix}$ со следующими нормами $\|A\| \approx 148201$, $\|A^{-1}\| \approx 816$ и, как следствие, числом обусловленности $\omega = \|A\| \cdot \|A^{-1}\| \approx 10^8$. Таким образом, снова приходим к необходимости использования метода наименьших квадратов с целевой функцией $F = \sum_k (v_l^k - v_T^k)^2$, где v_T – теоретические, а v_l – измеренные значения деформаций. Как и выше, решение достигается только при учете дополнительного ограничения $\mu \leq 0,1$, что приводит к следующему решению: $\mu = 0,093$ и $E = 5,694$ ГПа.

Выводы. Методика, основанная на решении обратных задач, позволяет найти все основные механические характеристики горных пород. В некоторых случаях удается даже получить замкнутые аналитические расчетные формулы. К сожалению, оказывается, что используемые формулы весьма чувствительны к погрешностям измерения, о чем говорит весьма значительная величина эластичности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федосеев В. Б., Гордеев А. Б. Боковой коэффициент и давление в пристеночной насыпи сыпучего материала // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. 2010. № 2. С. 58–60.
2. Паньков И. Л. Физическое моделирование и теоретическая оценка бокового распора в горных породах под действием силы тяжести // ФТПРПИ. 2016. №5. 68–75.
3. Зотеев О. В. Геомеханика: учебное пособие для студентов вузов. Екатеринбург: УГГУ, ИГД УРО РАН, 2003. 252 с.
4. Гячев Л. В. Основы теории бункеров.

Новосибирск : Изд-во НГУ, 1992. 312 с.

5. Макаров А. Б. Оценка природного поля напряжений в массиве по сдвигению земной поверхности // Маркшейдерский вестник. 2009. №5. С. 44–49.

6. Попов А. Н. [и др.] Определение коэффициента бокового распора пористых горных пород по промысловым данным // Нефтегазовое дело. 2005. № 2. С. 68–75.

7. Денисенко В. В., Ляшенко П. А. К вопросу определения коэффициента бокового давления грунтов // Научные трудные КубГТУ. 2019. № 5. 23–31.

8. Бабелло В. А., Бейдин А. В. Оценка коэффициентов бокового давления и Пуассона горных пород искусственно нарушенного сложения месторождения Нойон-Тологой // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2021. №3-2. С. 5–17.

9. Попов А. Н. [и др.] Определение коэффициента бокового распора пористых горных пород по промысловым данным // Нефтегазовое дело. 2005. С. 15.

10. ГОСТ 28985-91. Породы горные. Метод определения деформационных характеристик при одноосном сжатии.

11. Кондратьев С. А. [и др.] Исследование прочностных свойств керновых образцов горных пород при их обработке пучком высокоэнергетических электронов // ФТПРПИ. 2016. №4. С. 168–179.

12. Петраков Д. Г. [и др.] Анализ зависимости между акустическими и физико-механическими свойствами горных пород терригенных отложений // Недропользование. 2021. Т.21, №2. С. 71–75.

13. Комарцов Н. М. [и др.] О трактовке модуля

упругости горных пород // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. физ.-мат. науки. 2018. Т. 22. № 3. С. 487–503.

14. Кулагина М. А. [и др.] Определение упругих констант горных пород // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. физ.-мат. науки. 2019. Т. 23, № 2. С. 284–303.

15. Шибаяев И. А. Определение динамических модулей упругости образцов горных пород при использовании различных методов лазерной ультразвуковой диагностики. Национальный Исследовательский Технологический Университет «МИСиС». Горный институт. Москва : НИТУ «МИСиС», 2021.

16. Икрин В. А. Сопротивление материалов с элементами теории упругости и пластичности. М. : Изд. АСВ, 2005. 423 с.

17. Дарков А. В., Шапиро Г. С. Сопротивление материалов. М. : Высшая школа, 2007 г. 623 с.

18. Левин В. А. [и др.] Избранные нелинейные задачи механики разрушения. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. 408 с.

19. Пантелеев А. В., Летова Т. А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М. : Высшая школа, 2005. 544 с.

20. Алексеев Е. Р., Чеснокова О. В. Введение в Octave для инженеров и математиков. М. : ALT Linux, 2012, 368 с.

21. Сирота Д. Ю. Спецглавы математики (математическое программирование). Численные методы: электронное учебное пособие для студентов специальности 21.05.05 «Физические процессы горного или нефтегазового производства». Кузбасский государственный технический университет им. Т. Ф. Горбачева. Кемерово : КузГТУ, 2015.

© 2024 Авторы. Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Об авторах:

Сирота Дмитрий Юрьевич¹, кандидат технических наук, Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева, (650000, Россия, г. Кемерово, ул. Весенняя, 28), e-mail: starodubts3vs@yandex.ru, e-mail: sdy.pm@kuzstu.ru

Бедарев Кирилл Русланович¹, аспирант ФПа - 211, Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева, (650000, Россия, г. Кемерово, ул. Весенняя, 28), e-mail: starodubts3vs@yandex.ru

Заявленный вклад авторов:

Сирота Дмитрий Юрьевич – постановка исследовательской задачи, научный менеджмент, концептуализация исследования, выводы, написание текста.

Бедарев Кирилл Русланович – обзор соответствующей литературы, сбор и анализ данных, выводы, написание текста.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Original article

THE METHOD FOR DETERMINING BASIC MECHANICAL CHARACTERISTICS OF ROCKS IN NATURAL CONDITIONS

Dmitri Yu. Sirota,
Kirill R. Bedarev

T.F. Gorbachev Kuzbass State Technical University

*for correspondence: sdy.pm@kuzstu.ru

**Article info**

Received:

03 December 2023

Accepted for publication:

15 February 2024

Accepted:

29 February 2024

Published:

12 March 2024

Keywords: modeling, coal seam, well, damage, destruction, stress state, destruction front

Abstract.

Physical and mathematical model of damage accumulation and destruction of coal-bearing massif is presented, taking into account influence of rock pressure on development parameters of one or several destruction fronts in massif simultaneously. The generalized model of stability and strength of the mountain massif is based on a system of relations - a static version of the theory of strength, stability and an exponential dependence that associates long-term strength with the stresses acting in the massif in the interpretation of S.N. Zhurkov and S. A. Arrhenius. Remaining on the phenomenological representations of the mechanics of continuous media, the continuous accumulation of scattered damages is represented as defects of the type of microcracks, developing in a set per unit of rock volume. In the formulation of L.M. Kachanov, the kinetics of damage accumulation is presented in the form of a dependence of the rate of damage accumulation on the level of damage and the stresses acting in the array. The problem of accumulation of damage and destruction of rocks is based on finding the minimum functional of the potential energy of the coal-bearing massif, the sampling of which is carried out using the finite element method.

The implementation of the damage accumulation model is represented by a comparative analysis of damage accumulation and coal destruction at vertical and horizontal degassing wells. Numerical examples show the positive and negative aspects of the mechanical operability of the well variants over time.

It was found that all other things being equal (formation depth, physical and mechanical characteristics of the coal mass, well sizes) the rate of damage accumulation in a horizontal well is significantly higher than in a vertical well.

It has been shown that rational selection of the coal seam degassing scheme by wells should include a mandatory procedure for studying the behavior of the coal mass near the well, taking into account the depth of the deposit, the structure of the mass, the crack formation index, the limits of long-term tensile strength and compression of coal, the expected time of well operation.

For citation: Sirota D.Yu., Bedarev K.R. The method for determining basic mechanical characteristics of rocks in natural conditions. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*=Bulletin of the Kuzbass State Technical University. 2024; 1(161):73-81. (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.26730/1999-4125-2024-1-73-81, EDN: VUFNJM

REFERENCES

1. Fedoseev V.B., Gordeev A.B. Bokovoj koeficient i davlenie v pristenochnoj nasypi sypuchego materiala. *Izvestija vuzov. Severo-Kavkazskij region. Estestvennye nauki.* 2010; 2:58–60.
2. Pan'kov I.L. Fizicheskoe modelirovanie i teoreticheskaja ocenka bokovogo raspورا v gornyh porodah pod dejstviem sily tjazhesti. *FTPRPI.* 2016; 5:68–75.

3. Zoteev O.V. Geomehanika: uchebnoe posobie dlja studentov vuzov. Ekaterinburg: UGGU, IGD URO RAN; 2003.

4. Gjachev L.V. Osnovy teorii bunkerov. Novosibirsk: Izd-vo NGU; 1992.

5. Makarov A.B. Ocenka prirodnoho polja naprjazhenij v massive po sdvizheniju zemnoj poverhnosti. *Markshejderskij vestnik.* 2009; 5:44–49.

6. Popov A.N. [et al.] Opredelenie koeficienta bokovogo raspora poristyh gornyh porod po promyslovym dannym. *Neftegazovoe delo*. 2005; 2:68–75.
7. Denisenko V.V., Ljashenko P. A. K voprosu opredelenija koeficienta bokovogo davlenija gruntov. *Nauchnye trudnye KubGTU*. 2019; 5:23–31.
8. Babello V.A., Bejdin A.V. Ocenka koeficientov bokovogo davlenija i Puassona gornyh porod iskusstvenno narushennogo slozhenija mestorozhdenija Nojon-Tologoj. *Gornyj informacionno-analiticheskij bjulleten'*. 2021; 3-2:5–17.
9. Popov A.N. [et al.] Opredelenie koeficienta bokovogo raspora poristyh gornyh porod po promyslovym dannym. *Neftegazovoe delo*. 2005. S. 15.
10. GOST 28985-91. Porody gornye. Metod opredelenija deformacionnyh harak-teristik pri odnoosnom szhatii.
11. Kondrat'ev S.A. [et al.] Issledovanie prochnostnyh svojstv kernovyh obrazcov gor-nyh porod pri ih obrabotke puchkom vysokojenergeticheskij jelektronov. *FTRPI*. 2016; 4:168–179.
12. Petrakov D.G. [et al.] Analiz zavisimosti mezhdu akusticheskimi i fiziko-mehaničeskimi svojstvami gornyh porod terrigennyh otlozhenij. *Nedropol'zovanie*. 2021; 21(2):71–75.
13. Komarcov N.M. [et al.] O traktovke modulja uprugosti gornyh porod. *Vestn. Sam. gos. tehn. un-ta. Ser. fiz.-mat. nauki*. 2018; 22(3):487–503.
14. Kulagina M. A. Opredelenie uprugih konstant gornyh porod / M. A. Kulagi-na, B.A. Rychkov, Ju.Ju. Stepanova. *Vestn. Sam. gos. tehn. un-ta. Ser. fiz.-mat. nauki*. 2019; 23(2):284–303.
15. Shibaev I.A. Opredelenie dinamičeskikh modulej uprugosti obrazcov gor-nyh porod pri ispol'zovanii razlichnyh metodov lazernoj ul'trazvukovoj diagnostiki. Nacional'nyj Issledovatel'skij Tehnologičeskij Universitet «MISiS». Gornyj institut. Moskva: NITU «MISiS»; 2021
16. Ikrin V.A. Soprotivlenie materialov s jelementami teorii uprugosti i plastichnosti. M.: Izd. ASV; 2005.
17. Darkov A.V., Shapiro G.S. Soprotivlenie materialov / A. V. Darkov– M. Vysshaja shkola, 2007 g. – 623 s.
18. Levin V.A. [et al.] Izbrannye nelinejnye zadachi mehaniki razrushenija. M.: FIZMATLIT; 2004.
19. Panteleev A.V., Letova T.A. Metody optimizacii v primerah i zadachah. M.: Vysshaja shkola; 2005,
20. Alekseev E.R., Chesnokova O.V. Vvedenie v Octave dlja inzhenerov i matematikov. M.: ALT Linux; 2012.
21. Sirota D.Ju. Specglavy matematiki (matematičeskoe programmirovanie). Chislennye metody: jelektronnoe učeбноe posobie dlja studentov special'nosti 21.05.05 «Fizicheskie processy gornogo ili neftegazovogo proizvodstva». Kuzbasskij gosudarstvennyj tehničeskij universitet im. T. F. Gorbacheva. Kemerovo: KuzGTU; 2015.

© 2024 The Authors. This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).
The authors declare no conflict of interest.

About the authors:

Dmitri Yu. Sirota, C. Sc.in Engineering, T.F. Gorbachev Kuzbass State Technical University, (28 street Vesennaya, Kemerovo, 650000, Russian Federation), e-mail: sdy.pm@kuzstu.ru

Kirill R. Bedarev, postgraduate student T.F. Gorbachev Kuzbass State Technical University, (28 street Vesennaya, Kemerovo, 650000, Russian Federation)

Contribution of the authors:

Dmitri Yu. Sirota – setting a research task, scientific management, conceptualization of research, conclusions, writing a text.

Kirill R. Bedarev – review of relevant literature, data collection and analysis, conclusions, writing the text.

All authors have read and approved the final manuscript.

