

## ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ КОМПЛЕКСЫ И СИСТЕМЫ

УДК 62-83:005.22

**И.Ю. Семыкина**

### ГРАДИЕНТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЯ ПИТАЮЩЕГО НАПРЯЖЕНИЯ

#### **Постановка задачи \***

Эффективность функционирования сложных технологических установок в значительной степени определяется режимами работы их электроприводов, которые, в свою очередь, формируются при реализации требуемого движения исполнительного органа. Наилучшего управления таким движением можно добиться, применяя специально разрабатываемые для данной технологической установки нелинейные методы управления электроприводом.

В современной теории автоматического управления существует большое количество методов, предназначенных для решения таких задач. Среди них можно выделить метод градиентного управления [1], который обеспечивает движение к цели управления с максимальной интенсивностью исходя из текущего состояния объекта управления, а его применение для электропривода достаточно детально проработано [2].

Одним из наиболее важных особенностей функционирования электроприводов является ограниченность питающих их источников энергии. Особенно важной эта особенность становится в условиях слабой сети, т.е. при соизмеримости мощности подстанции, питающей электропривод, с мощностью подключенных к ней крупных электро построителей.

С точки зрения градиентного управления электроприводом ограничение величины питающего напряжения означает, что не каждое управляющее воздействие, описанное в [2], может быть реализовано, а все решения системы управления – объект управления должны быть ограничены как сверху, так и снизу максимальным значением на-

прежения  $U_{max}$ , подводимого к двигателю, определяемым возможностями источника энергии, питающего электропривод.

Нелинейность, накладываемую ограниченностю источника питания, наиболее корректно можно описать статической характеристикой типа «идеальное насыщение»:

$$\begin{cases} \mathbf{u} = \mathbf{v}, \text{ если } \mathbf{v} < U_{max}; \\ \mathbf{u} = U_{max} \operatorname{sign}(\mathbf{v}), \text{ если } \mathbf{v} \geq U_{max}, \end{cases} \quad (1)$$

которую для векторной формы записи нужно понимать покомпонентно, где  $\mathbf{u}$  – вектор управляющих воздействий, являющийся ограниченным, поскольку содержит напряжения, прикладывающиеся к двигателю;  $\mathbf{v}$  – неограниченный вектор управляющих воздействий, рассчитываемый при помощи алгоритма градиентного управления.

Фактически, данное уравнение должно входить дополнительной компонентой в модель объекта управления и соответствующим образом учитываться при синтезе алгоритма управления. Однако с практической точки зрения, принимая во внимание, что вектор  $\mathbf{u}$  состоит из составляющих в произвольной системе координат векторов напряжения статора  $u_{1u}, u_{1v}$  и ротора  $u_{2u}, u_{2v}$ , использование (1) при синтезе приведет к получению выражения, предполагающего 16 различных вариантов алгоритма управления в зависимости от текущего значения  $\mathbf{v}$ , 8 из которых являются тривиальными, поскольку для них  $\partial U_{max}/\partial \mathbf{u} = 0$ , что исключает возможность реализации градиентного управления электроприводом.

Альтернативным вариантом учета ограничения является аппроксимация (1) гладкой непрерывно дифференцируемой по  $\mathbf{v}$  функцией  $v(\mathbf{v})$ , рассматриваемой покомпонентно. В качестве  $v(\mathbf{v})$  может использоваться любая нелинейная функция с графиком функции типа «насыщение», например:

$$\mathbf{u} = \frac{2}{\pi} U_{max} \operatorname{arctg} \left( \frac{\pi}{2} \frac{\mathbf{v}}{U_{max}} \right),$$

или

$$\mathbf{u} = U_{max} \operatorname{th} \left( \frac{\mathbf{v}}{U_{max}} \right). \quad (2)$$

\* Работа проводилась при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы. Проект «Разработка энергоэффективных средств управления электроприводами горных машин с учетом особенностей динамических режимов их работы в рамках создания энергосберегающих систем распределения и потребления электроэнергии» (шифр 2011-1.2.2-226-011).

Недостатком приведенных двух функций является их существенное отклонение от (1) в Для его исключения при реализации градиентного управления электроприводом необходимо после регулятора, реализующего управление, принудительно ввести дополнительную нелинейность, описывающуюся (2).

### Алгоритм управления

Синтез алгоритма градиентного управления электроприводом с учетом ограничений производится по [1], выразив аналитически градиент по управляющему воздействию  $\mathbf{v}$  скорости изменения целевой функции. Поскольку модель объекта управления неизменна относительно ограниченного управляющего воздействия  $\mathbf{u}$ , и лишь дополняется (2), связывающей ее с неограниченным управляющим воздействием  $\mathbf{v}$ , алгоритм градиентного управления будет отличаться на величину  $\partial\mathbf{u}/\partial\mathbf{v}$  от приведенного в [2] уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\omega(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)}{\partial\mathbf{u}} &= \left[ \frac{\partial\mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)}{\partial\mathbf{u}} \right]^T \frac{\partial Q(\mathbf{x}, t)}{\partial\mathbf{x}} = \\ &= \begin{bmatrix} -h_1\psi_{2v}\Delta_M + h_2\psi_{1u}\Delta_{\Psi_1} \\ h_1\psi_{2u}\Delta_M + h_2\psi_{1v}\Delta_{\Psi_1} \\ h_1\psi_{1v}\Delta_M + h_3\psi_{2u}\Delta_{\Psi_2} \\ -h_1\psi_{1u}\Delta_M + h_3\psi_{2v}\Delta_{\Psi_2} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

где  $\omega(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$  – скорость изменения целевой функции;  $Q(\mathbf{x}, t)$  – целевая функция;  $t$  – время;  $\mathbf{x}$  – вектор переменных состояния, который объединяет в себе составляющие векторов потокосцепления статора  $\psi_{1u}$ ,  $\psi_{1v}$  и ротора  $\psi_{2u}$ ,  $\psi_{2v}$ , а также угловую скорость двигателя  $\omega$ ;  $\mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$  – правая часть математического описания двигателя в форме Коши;  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  – весовые коэффициенты, определяющие значимость каждой цели управления;  $\Delta_M$  – ошибка между текущим и желаемым электромагнитным моментом;  $\Delta_{\Psi_1}$  – ошибка между текущей и желаемой амплитудой вектора потокосцепления статора;  $\Delta_{\Psi_2}$  – ошибка между текущей и желаемой амплитудой вектора потокосцепления ротора.

В свою очередь, в зависимости от того, какой функцией аппроксимирована (1), величина  $\partial\mathbf{u}/\partial\mathbf{v}$ , определяется как:

$$\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{v}} = \frac{1}{1 + \left( \frac{\pi}{2} \frac{\mathbf{v}}{U_{max}} \right)^2}$$

или

$$\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{v}} = 1 / \operatorname{ch}^2 \left( \frac{\mathbf{v}}{U_{max}} \right).$$

Таким образом, заданное направление изменения  $\mathbf{v}$  выражается зависимостью:

$$\frac{\partial\omega(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\partial\mathbf{v}} = \frac{\partial\omega(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)}{\partial\mathbf{u}} \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{v}},$$

которая должна использоваться совместно с уравнением

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 - \Gamma \frac{\partial\omega(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)}{\partial\mathbf{u}},$$

где  $\Gamma = \text{diag}[\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4]$  – симметричная положительно определенная матрица усиления;  $\mathbf{u}_0$  – начальные условия для управляющего воздействия, для отыскания конкретного значения  $\mathbf{v}$  исходя из текущего состояния объекта управления.

Исходя из этого, неограниченное управляющее воздействие  $\mathbf{v}$  определяется уравнением:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 - \Gamma \frac{\partial\omega(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)}{\partial\mathbf{u}} \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{v}} = \mathbf{v}_0 - \mathbf{f}(\mathbf{x}) \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{v}}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{v}_0$  – начальные условия для неограниченного управляющего воздействия;

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \gamma_1(-h_1\psi_{2v}\Delta_M + h_2\psi_{1u}\Delta_{\Psi_1}) \\ \gamma_2(h_1\psi_{2u}\Delta_M + h_2\psi_{1v}\Delta_{\Psi_1}) \\ \gamma_3(h_1\psi_{1v}\Delta_M + h_3\psi_{2u}\Delta_{\Psi_2}) \\ \gamma_4(-h_1\psi_{1u}\Delta_M + h_3\psi_{2v}\Delta_{\Psi_2}) \end{bmatrix},$$

которое необходимо разрешить относительно  $\mathbf{v}$ .

Важным вопросом решения (3) является выбор вида функции, аппроксимирующей ограничение. Так, при аппроксимации гиперболическим тангенсом, несмотря на его большую близость к исходной функции, уравнение (3) становится неразрешимым аналитически, поскольку входящий в  $\partial\mathbf{u}/\partial\mathbf{v}$ , гиперболический косинус делает его трансцендентным, и решение (3) может быть найдено либо численными методами, либо дополнительной аппроксимацией алгебраической функцией, что обесценивает преимущество близости к (1). Таким образом, точное аналитическое решение (3) может быть найдено только при использовании аппроксимации функции ограничения арктангенсом. Следовательно, уравнение (3) трансформируется к виду:

$$(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) \left( 1 + \left( \frac{\pi}{2} \frac{\mathbf{v}}{U_{max}} \right)^2 \right) = -\mathbf{f}(\mathbf{x}),$$

и имеет как минимум одно решение  $\mathbf{v}(\mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{v}_0, U_{max})$ , принадлежащее множеству действительных чисел:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(\mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{v}_0, U_{max}) &= \\ &= \frac{1}{3\pi} \left( \sqrt[3]{\Omega_q(\mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{v}_0, U_{max})} + \frac{(\pi\mathbf{v}_0)^2 - 12U_{max}^2}{\sqrt[3]{\Omega_q(\mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{v}_0, U_{max})}} \right), \end{aligned}$$

все составляющие которого следует понимать по-компонентно, где  $\Omega_q(\mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{v}_0, U_{max})$  – вспомогательная функция, не накладывающая ограничений на решение  $\mathbf{v}(\mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{v}_0, U_{max})$ , вычисляемая по

формуле:

$$\Omega_q(f(x), v_0, U_{max}) = 18\pi U_{max}^2 (2v_0 - 3f(x)) + (\pi v_0)^3 + 6\sqrt{3}U_{max}\sqrt{\Omega_s(f(x), v_0, U_{max})},$$

где  $\Omega_s(f(x), v_0, U_{max})$  – вспомогательная функция:

$$\begin{aligned} \Omega_s(f(x), v_0, U_{max}) = & 27\pi^2 U_{max}^2 f^2(x) - \\ & - v_0 \pi^2 (36U_{max}^2 + (\pi v_0)^2) f(x) + \\ & + 8U_{max}^2 (2U_{max}^2 + (\pi v_0)^2), \end{aligned} \quad (4)$$

значение которой должно быть положительным при любом значении  $f(x)$ , принадлежащем множеству действительных чисел.

Требование, предъявляемое к (4), является основанием для определения диапазона возможных

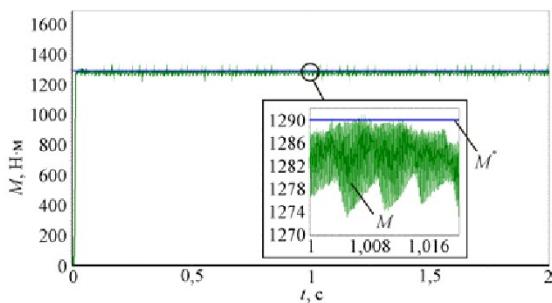


Рис. 1. Электромагнитный момент при градиентном управлении с учетом ограничений

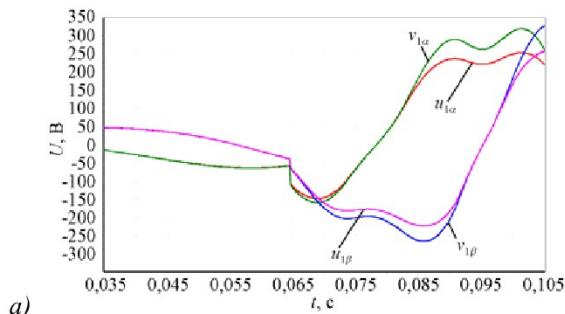


Рис. 3. Зоны напряжения статора при градиентном управлении с ограничением в соответствии с рис. 2

значений  $v_0$ , при которых (3) будет физически реализуемо. Решение показывает, что строгое выполнение условия положительности  $\Omega_s(f(x), v_0, U_{max})$  обеспечивается, ограничив начальные условия для неограниченного управляющего воздействия диапазоном:

$$\text{abs}(v_0) < \frac{2}{\pi} U_{max} \sqrt{6 \left( \sqrt{3} \cos\left(\frac{5}{18}\pi\right) - 1 \right)} \approx 0,525 U_{max}$$

При выборе  $v_0$  следует также не упускать из рассмотрения, что цели градиентного управления электроприводом невозможно реализовать при нулевых начальных условиях. Исходя из этого, учитывая, что при нулевом  $x$  начальные значения  $v_0$  и  $u_0$  равны, в силу уравнения объекта управле-

ния при малых  $\Delta t$  справедливо:

$$\frac{x}{\Delta t} = v_0,$$

а значит целесообразно задавать  $v_0$  такой величины, чтобы за время  $\Delta t$ , равное наименьшей постоянной времени электропривода, состояние объекта входило в зону начальных условий, рассчитанных по рекомендациям [3], при которых цель управления достигается.

#### Вычислительные эксперименты

Для анализа работоспособности градиентного управления, с учетом ограничения величины подводимого к двигателю напряжения, было разработано специальное программное средство. В качестве объекта для моделирования выступала обобщенная электрическая машина с параметрами,

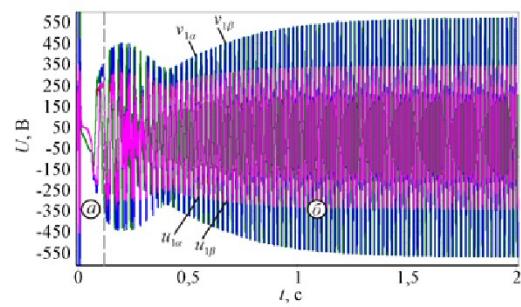
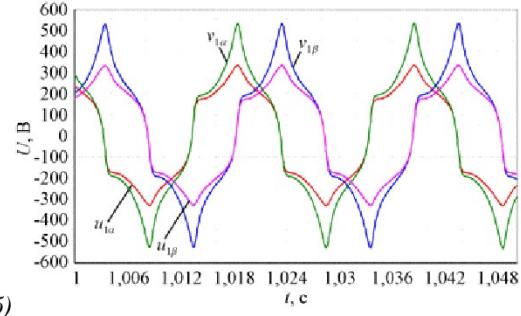


Рис. 2. Напряжение статора двигателя до и после наложения ограничения



б) Рис. 3. Зоны напряжения статора при градиентном управлении с ограничением в соответствии с рис. 2

соответствующими электродвигателю мощностью 200 кВт. Вычислительные эксперименты проводились при номинальной нагрузке и ступенчатом приложении задающих воздействий. В качестве заданий использовались номинальные значения электромагнитного момента  $M_n$  и амплитуд векторов потокосцепления статора  $\psi_{1n}$  и ротора  $\psi_{2n}$ .

По результатам моделирования оценивалась статическая и динамическая точность. При этом, поскольку для всех исследуемых вариантов в результате вычислительных экспериментов в установившихся режимах наблюдались автоколебания как электромагнитного момента, так амплитуд векторов потокосцеплений, количественная оценка ошибки регулирования в установившемся ре-

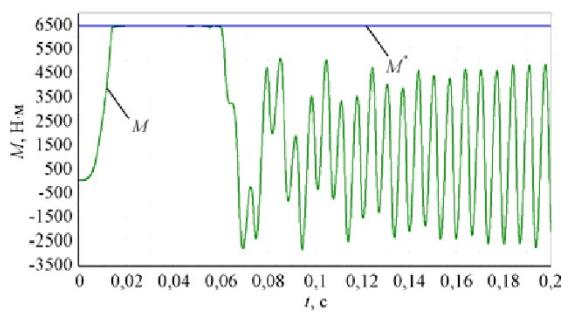


Рис. 4. Электромагнитный момент при задании  $5 \cdot M_n$

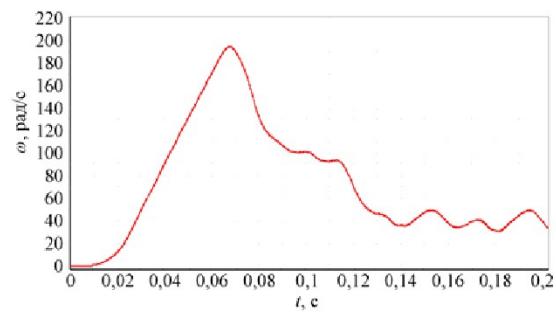


Рис. 5. Угловая скорость двигателя при задании  $5 \cdot M_n$

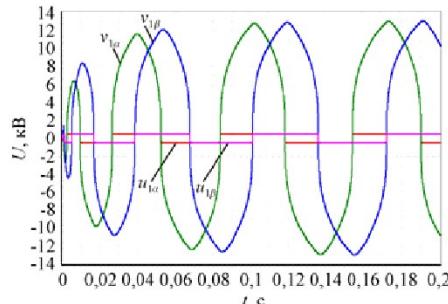


Рис. 6. Напряжение статора двигателя до и после наложения ограничения при задании  $5 \cdot M_n$

жиме производилась по средневзвешенному показателю:

$$\delta y = \frac{\max\left(\frac{y - y^*}{y^*}\right) - \min\left(\frac{y - y^*}{y^*}\right)}{2} \cdot 100 \%,$$

который следует понимать покомпонентно. В дальнейшем для упрощения изложения данный показатель будем называть средневзвешенной ошибкой.

Полученные результаты моделирования показали, что средневзвешенная ошибка регулирования момента составила 0,94 %, а потокосцеплений 1,14 %. Для примера на рис. 1 приведены переходные процессы по электромагнитному моменту. При этом в ходе дополнительных вычислительных экспериментов установлено, что в равных условиях для электропривода с градиентным управлением в отсутствии ограничения ошибки регулирования не превышают значения 0,2 % для момента и 0,35 % для потокосцеплений, т.е. наличие ограничений негативно сказывается на точности регулирования.

Для объяснения данного явления на рис. 2 и рис. 3 приведены составляющие вектора напряжения статора  $v_1$  и  $u_1$  в неподвижной системе координат, рассчитанные в соответствии с алгоритмом градиентного управления (3) до и после наложения ограничения соответственно.

Как можно видеть, на определенном этапе, определяющемся разгоном двигателя и более детально показанном на рис. 3.а, значения составляющих векторов  $v_1$  и  $u_1$  практически совпадают. Но, при неизменных заданных значениях элек-

тромагнитного момента и амплитуд векторов потокосцеплений необходимо протекание по обмоткам токов практически неизменной величины, а подводимое напряжение расходуется не только на создание токов, но и на преодоление ЭДС вращения двигателя, которая по мере разгона увеличивается. В связи с этим при дальнейшей работе двигателя, в силу наличия ограничений между составляющими векторов  $v_1$  и  $u_1$  возникают различия, которые тем выше, чем выше угловая скорость.

Так на рис. 3.б показано, что при угловой скорости двигателя, незначительно превышающей номинальное значение, в данном примере на 10 %, это расхождение составляет порядка 60 %. Обеспечение в этих условиях такой высокой точности регулирования электромагнитного момента объясняется влиянием алгоритма (3) на форму подводимого к двигателю напряжения, что выражается в виде существенных нелинейных отклонений от синусоидальности, которые проявляются, в том числе, в виде дополнительных гармонических искажений момента, проиллюстрированных на рис. 1.

Несмотря на возможность обеспечения достаточно высокой точности регулирования с учетом ограничений, накладываемых на величину подводимого к двигателю напряжения, градиентное управление по (3) имеет определенные границы эффективного применения. Для иллюстрации данного утверждения на рис. 4 показан процесс регулирования электромагнитного момента для случая, когда нагрузка на двигатель составляет номинальное значение, но задание установлено на

уровне  $5 \cdot M_n$ . Под действием динамического момента двигатель разгоняется, а при угловой скорости превышающей номинальную  $\omega_n$  на 23 % в силу насыщения функции ограничения электропривод теряет управляемость. Составляющие векторов  $v_1$  и  $u_1$ , соответствующие данному режиму работы, представлены на рис. 6, а угловая скорость на рис. 5.

Как можно видеть, в этом режиме составляющие векторов  $v_1$  и  $u_1$  отличаются более чем в 15 раз, а нелинейность подводимого к двигателю напряжения уже не может удерживать электромагнитный момент на заданном уровне. Составляющие подводимого напряжения принимают форму ступенчатых периодических сигналов, сдвинутых относительно друг друга на половину периода, основная гармоника которого соответствует частоте 14 Гц. Таким образом, двигатель начинает работать в режиме, подобном неуправляемой работе с пониженнной частотой и номинальной амплитудой подводимого напряжения. В результате электромагнитный момент переходит в автоколебательный режим относительно момента сопро-

тивления, а угловая скорость двигателя падает до 28,57 % от номинальной.

Таким образом, границы эффективного применения градиентного управления по (3) ограничиваются допустимым диапазоном изменения угловой скорости вала двигателя.

#### Выводы

Рассмотренный способ управления электроприводом обеспечивает высокую точность регулирования электромагнитного момента двигателя с учетом ограничений, накладываемых на величину подводимого к двигателю напряжения, в диапазоне изменения угловой скорости двигателя от нуля до  $1,2 \cdot \omega_n$ . Исходя из этого, его применение может оказаться эффективным для технологических установок, отличающихся слабой сетью, работающих в диапазоне регулирования угловой скорости ниже номинальной, и одновременно нуждающихся в регулировании электромагнитного момента. Примером такой технологической установки может служить электропривод лебедки натяжения ленты шахтных ленточных конвейеров.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фрадков А. Л. Кибернетическая физика: принципы и примеры. – СПб.: Наука, 2003. – 208 с.
2. Семыкина И. Ю. Градиентное управление в решении основных задач электропривода // Вестн. КузГТУ, 2010. – №1 – С. 99-103.
3. Семыкина И.Ю. Условия достижимости целей градиентного управления электроприводом // Автоматизированный электропривод и промышленная электроника в образовании, науке и производстве: труды V Всероссийской научно-практической конференции, 20-22 ноября 2012.– Новокузнецк: СибГИУ, 2012. – С. 104-108.

#### □ Автор статьи:

Семыкина  
Ирина Юрьевна,  
канд. тех. наук, доцент, директор  
института энергетики., каф. «Электропривода и автоматизации» КузГТУ  
E-mail: siyu.eav@kuzstu.ru