ISSN 1816-4528 (Print)

Научная статья

УДК 622.271 DOI: 10.26730/1816-4528-2025-2-78-88

Ефременков Андрей Борисович¹, Никитин Евгений Иванович¹, Пашков Дмитрий Алексеевич², Нозирзода Шодмон Салохидин^{1*}

¹Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого ²Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева

^{*} для корреспонденции: shoni_1997@mail.ru

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЛУВЫПУКЛОЙ ГЕЛИКОИДНОЙ ФОРМЫ НОЖА ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО ОРГАНА ГЕОХОДА



Информация о статье Поступила: 15 января 2025 г.

Одобрена после рецензирования: 01 марта 2025 г.

Принята к печати: 05 мая 2025 г.

Опубликована: 05 июня 2025 г.

Ключевые слова:

геоход, ножевой исполнительный орган, полувыпуклая форма, режущая кромка, координаты, геометрические параметры

Аннотация.

В статье рассмотрен процесс разработки математической модели формирования полувыпуклой геликоидной формы ножа исполнительного органа геохода. Приведена актуальность разработки, которая заключается в необходимости определения траектории движения инструмента при изготовлении полувыпуклого геликоидного ножа. Для разработки математической модели формирования полувыпуклой геликоидной формы ножа исполнительного органа геохода рассмотрена схема формирования полувыпуклой формы ножевого исполнительного органа геохода. Отмечена необходимость учитывать геометрические параметры, такие как радиус окружности, угол наклона сечения и толщина ножа. Рассмотрена методика построения трехмерной модели полувыпуклой формы ножа, используемого в исполнительных органах геохода. Для достижения цели использованы методы математического моделирования и 3D-моделирования. На основе заданных параметров поперечного сечения ножа полувыпуклой формы разработана система уравнений, позволяющая в зависимости от рациональных геометрических характеристик режущей кромки определять траекторию точек на ней. Для решения данной системы уравнений была создана специализированная программа в среде MATLAB. Результаты работы программы представлены в виде графика, отображающего траекторию точек режущих кромок для ножа с полувыпуклой геликоидной формой. Данная разработка имеет практическое значение, а именно возможность использования при разработке управляющих программ для изготовления и обработки сложных поверхностей полувыпуклой формы ножа исполнительного органа геохода, которые обеспечивают высокую точность изготовления и качество обработки поверхностей, что в свою очередь повышает эффективность работы геохода, а также может быть использовано для оптимизации конструкций режущих инструментов в других областях.

Для цитирования: Ефременков А.Б., Никитин Е.И., Пашков Д.А., Нозирзода Ш.С. Разработка математической модели формирования полувыпуклой геликоидной формы ножа исполнительного органа геохода // Горное оборудование и электромеханика. 2025. № 2 (178). С. 78-88. DOI: 10.26730/1816-4528-2025-2-78-88, EDN: XOWUKW

Введение

Одной из перспективных технологий проходки подземных выработок является геоходная. Применение данной технологии повышает не только темпы проходки, но и уровень безопасности работ. Геоходная технология формирования подземных сооружений основана на особенностях работы нового типа горных машин – геоходов [1-3].

Проходку подземных выработок на глубинах до 95 м (для условий Кузбасса) проводят в породах крепостью до 1 по шкале проф. Протодьяконова, которые по степени крепости относятся к «мягким» породам. Для разру-

шения мягких пород в большинстве случаев применяют ножевой исполнительный орган (ИО). В конструкции геохода также предлагается применять ножевой исполнительный орган в качестве рабочего инструмента [4-6].

Конструкции ножевого ИО геохода представлены различными формами ножа. В работах [7-9] для разрушения массива горных пород рассматриваются различные геликоидные формы ножа, в том числе прямой, выпуклый, вогнутый, полувыпуклый и т. д. В работе [10, 11] рассматривается методика построения твердотельной модели для различных форм. Полувыпуклая форма имеет свои конструктивные особенности и соответствует характеру движения геохода при маневрировании. Полувыпуклая геликоидная форма ножа в настоящее время является одной из трудозатратных деталей геохода при его изготовлении.

Изготовление деталей сложной геометрии возможно с помощью станков с числовым программным управлением [12-14]. Таким образом можно изготовить и полувыпуклый геликоидный нож ИО геохода, однако сдерживающим фактором является написание управляющей программы для станка. Для написания необходимо знать траекторию движения инструмента. Траекторию возможно определить по математической модели формирования полувыпуклой геликоидной формы ножа ИО геохода. Таким образом, разработка математической модели формирования полувыпуклой геликоидной формы ножа ИО геохода является актуальной задачей.

Цель работы: разработать математическую модель формирования полувыпуклой геликоидной формы ножа ИО геохода.

Методы исследования

Для разработки математической модели формирования полувыпуклой геликоидной формы ножа ИО геохода рассмотрим схему формирования полувыпуклой формы ножевого исполнительного органа геохода. Предполагается, что форма ножа ИО геохода является частью большой окружности, центр которой совпадает с осью вращения геохода. Для разработки твердотельной модели ножа полувыпуклой формы необходимо использовать методы компьютерного моделирования, такие как CAD-системы, позволяющие создать детализированную геометрию. Необходимо учитывать геометрические параметры, такие как радиус окружности, угол наклона сечения и толщину ножа.

Исходными данными для формирования полувыпуклой формы ножа исполнительного органа является хорда дуги окружности. Для ее определения заданными параметрами является величина h_c , которая характеризует степень выпуклости исполнительного органа геохода и взаимодействия ножевого органа с внешней средой (Рис. 1). Также необходимо задать диаметр геохода (длина хорды) D_{Γ} . Исходя из этих параметров и взаимосвязи между ними, определим размеры полувыпуклой формы исполнительного органа геохода, такие как радиус окружности, по которой изгибается нож, и центральный угол α_{max} , опирающийся на хорду.

Длина хорды (диаметр геохода) D_{Γ} выражается через радиус окружности R и центральный угол, на который опирается хорда:



«Горное оборудование и электромеханика» № 2, 2025, с. 78-88

Параметр *h_c* (высота сегмента) выражается через радиус окружности и центральный угол:

$$h_c = R \cdot (1 - \cos\frac{\alpha_{max}}{2}) \tag{2}$$

В качестве примера для построения принимаем следующие заданные параметры:

 $D_{\Gamma} = 1800$ мм,

 $h_{C} = 300$ мм.

Определяем центральный угол и радиус дуги окружности

$$\begin{cases} 2 \cdot R \cdot \sin\frac{\alpha_{max}}{2} = 1800\\ R \cdot \left(1 - \cos\frac{\alpha_{max}}{2}\right) = 300 \end{cases}$$
(3)

$$R \cdot \left(1 - \cos\frac{\sqrt{max}}{2}\right) = 300$$

$$R = \frac{300}{2}$$
(4)

$$2 \cdot \frac{300}{1 - \cos\frac{\alpha max}{2}} \cdot \sin\frac{\alpha max}{2} = 1800$$
(5)

$$2 \cdot 300 \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \frac{\alpha_{max}}{2}} = 1800 \cdot (1 - \cos \frac{\alpha_{max}}{2}) \tag{6}$$

$$10\cos^2\frac{\alpha_{max}}{2} - 18\cos\frac{\alpha_{max}}{2} + 8 = 0 \tag{7}$$

Подставляя заданные параметры в выражение (6), получим R = 1500мм, , $\alpha_{max} \approx 73,74^\circ$. Для формирования сечений по дуге равномерно рассчитываем угол наклона для каждого сечения: $180 - \alpha_{max}$

$$\frac{80 - \alpha_{max}}{2} = 53,13^{\circ}$$

По полученным геометрическим параметрам определяем положение сечения полувыпуклой формы ножа ИО геохода, как показано на Рис. 2 в эскизе изгиба для полувыпуклой формы.

Для получения твердотельной модели ножа полувыпуклой формы необходимо создать два эскиза изгиба и задать расстояние между ними. Дополнительно задаются плоскости, на которых будут располагаться сечения ножа исполнительного органа. На каждой плоскости создается эскиз, где строится профиль сечения ножа в по-





получается твердотельная модель для данной геометрической формы. С полувыпуклой формой ножа предлагается схемное решение ножевого ИО геохода, которое приведено на Рис. 4.

Для моделирования режущей кромки рассматривается расположение ножа, изображенное на Рис. 5. На нем изображены три декартовы прямоугольные системы координат.

Система $x_0y_0z_0$ является неподвижной и жестко связана с исходным положением сечения ножа. Система $x_1y_1z_1$ является подвижной и связана с положением сечения ножа, повернутого на угол α по отношению к исходному его положению. Система $x_2y_2z_2$, жестко связанная с текущим положением сечения ножа, повернута на угол β вокруг оси z_1 системы координат $x_1y_1z_1$.

Во всех системах координат оси Z ориентированы по касательной к дуге изгиба ножа радиуса R. Оси x_0 и x_1 сохраняют свою параллельность при перемещении сечения вдоль дуги ножа и остаются перпендикулярными к плоскости, в которой располагается эта дуга. Оси z_1 и z_2 постоянно совпадают и направлены перпендикулярно к сечению ножа, а x_2 и y_2 , которые жестко связаны с сечением ножа, поворачиваются вместе с ним на угол β во-круг оси z_1 в зависимости от угла поворота сечения α вдоль дуги ножа.

Для определения уравнений движения характерных точек ножа применяется матричный метод преобразований координат [15-17]. Матрица размером 4х4 применяется для преобразований координат, что позволяет учитывать отмеченный выше характер движения сечения по отношению к неподвижной системе координат *x*₀*y*₀*z*₀. Матрица преобразования координат от системы координат, жестко связанной с сечением ножа (с индексом 2), к подвижной (с индексом 1) имеет следующий вид:

$$M_{12} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0 & 0\\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(8)

Матрица преобразования координат от подвижной системы (с индексом 1) к неподвижной (с индексом 0) выглядит следующим образом:

$$M_{01} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 2R\sin^2\frac{\alpha}{2} \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & R\sin\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(9)

Вектора, составленные из координат каждой точки сечения в системах $x_2 y_2$, $z_2 u x_0$, y_0 , z_0 имеет вид соответственно:

$$\vec{r}_{2}^{(i)} = \begin{pmatrix} x_{2}^{(i)} \\ y_{2}^{(i)} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \vec{r}_{0}^{(i)} = \begin{pmatrix} x_{0}^{(i)} \\ y_{0}^{(i)} \\ z_{0}^{(i)} \\ 1 \end{pmatrix}$$
(10)

Преобразование координат точки можно записать в виде:

$$\vec{r}_0^{(i)} = M_{01} \cdot M_{12} \cdot \vec{r}_2^{(i)} \tag{11}$$

С учётом выражений (8) – (11), получим:

$$\vec{r}_{0}^{(i)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 2R\sin^{2}\frac{\alpha}{2} \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & R\sin\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0 & 0 \\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{2}^{(i)} \\ y_{2}^{(i)} \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_{A}^{(0)} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0 & 0 \\ -\cos\alpha \cdot \sin\beta & \cos\alpha \cdot \cos\beta & \sin\alpha & 2R \cdot \sin^{2}\frac{\alpha}{2} \\ \sin\beta \cdot \sin\alpha & -\sin\alpha \cdot \cos\beta & \cos\alpha & R \cdot \sin\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{2}^{(i)} \\ y_{2}^{(i)} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$
(12)

Следовательно, уравнение координат точек имеет вид:

$$\begin{cases} x_0 = x_2 \cdot \cos\beta + y_2 \cdot \sin\beta \\ y_0 = -x_2 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta + y_2 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta + 2R\sin^2\frac{\alpha}{2} \\ z_0 = x_2 \cdot \sin\beta \cdot \sin\alpha - y_2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\beta + R \cdot \sin\alpha \end{cases}$$
(14)

Для определения взаимосвязи между параметрами сечения ножа и параметрами геликоидной формы ножа, исходя из схемы (Рис. 1) можно отметить следующее:

$$\frac{x}{R} = \sin\left(\frac{\alpha_{max}}{2} - \alpha\right)$$
(15)
$$x = R \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{max}}{2} - \alpha\right)$$

Угол поворота сечения ножа в зависимости от расстояния от оси геохода определяется из выражения:

$$tg\beta = \frac{n_{\rm B}}{2\cdot\pi\cdot R\cdot\sin(\frac{\alpha\max}{2}-\alpha)} \tag{16}$$

где $h_{\rm B}$ - шаг внешнего движителя геохода [18-20]. Для использования выражений (14) учтём, что:

$$\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\beta}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{h_{\rm B}}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin(\frac{\alpha_{\rm max}}{2} - \alpha)})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{h_{\rm B}^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot R^2 \cdot \sin^2(\frac{\alpha_{\rm max}}{2} - \alpha)}}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin(\frac{\alpha_{\rm max}}{2} - \alpha)}{\sqrt{4 \cdot \pi^2 \cdot R^2 \cdot \sin^2(\frac{\alpha_{\rm max}}{2} - \alpha) + h_{\rm B}^2}}$$
(17)

$$\sin\beta = tg\beta \cdot \cos\beta = \frac{h_{\rm B}}{2\cdot\pi\cdot R\cdot\sin(\frac{\alpha_{\rm max}}{2}-\alpha)} \cdot \frac{2\cdot\pi\cdot R\cdot\sin(\frac{\alpha_{\rm max}}{2}-\alpha)}{\sqrt{4\cdot\pi^2\cdot R^2\cdot\sin^2(\frac{\alpha_{\rm max}}{2}-\alpha)+h_{\rm B}^2}} = \frac{h_{\rm B}}{\sqrt{4\cdot\pi^2\cdot R^2\cdot\sin^2(\frac{\alpha_{\rm max}}{2}-\alpha)+h_{\rm B}^2}}$$
(18)

Подставляя полученные выражения (17) и (18) в систему выражений (14), получим:

$$\begin{cases} x_{0} = x_{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin\left(\frac{amax}{2} - \alpha\right)}{\sqrt{4 \cdot \pi^{2} \cdot R^{2} \cdot sin^{2}\left(\frac{amax}{2} - \alpha\right) + h_{B}^{2}}} + y_{2} \cdot \frac{h_{B}}{\sqrt{4 \cdot \pi^{2} \cdot R^{2} \cdot sin^{2}\left(\frac{amax}{2} - \alpha\right) + h_{B}^{2}}} \\ y_{0} = -x_{2} \cdot \cos\alpha \cdot \frac{h_{B}}{\sqrt{4 \cdot \pi^{2} \cdot R^{2} \cdot sin^{2}\left(\frac{amax}{2} - \alpha\right) + h_{B}^{2}}} + y_{2} \cdot \cos\alpha \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin\left(\frac{amax}{2} - \alpha\right)}{\sqrt{4 \cdot \pi^{2} \cdot R^{2} \cdot sin^{2}\left(\frac{amax}{2} - \alpha\right) + h_{B}^{2}}} + 2Rsin^{2}\frac{\alpha}{2}}{2}$$
(19)
$$z_{0} = x_{2} \cdot \frac{h_{B}}{\sqrt{4 \cdot \pi^{2} \cdot R^{2} \cdot sin^{2}\left(\frac{amax}{2} - \alpha\right) + h_{B}^{2}}} \cdot sin\alpha - y_{2} \cdot sin\alpha \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin\left(\frac{amax}{2} - \alpha\right)}{\sqrt{4 \cdot \pi^{2} \cdot R^{2} \cdot sin^{2}\left(\frac{amax}{2} - \alpha\right) + h_{B}^{2}}} + R \cdot sin\alpha$$
$$x_{0} = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \pi^{2} \cdot R^{2} \cdot sin^{2}\left(\frac{amax}{2} - \alpha\right) + h_{B}^{2}}} \cdot (x_{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot sin\left(\frac{amax}{2} - \alpha\right) + y_{2} \cdot h_{B}})$$

$$y_{0} = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \pi^{2} \cdot R^{2} \cdot \sin^{2}\left(\frac{\alpha_{max}}{2} - \alpha\right) + h_{B}^{2}}} \cdot \left(-x_{2} \cdot \cos \alpha \cdot n_{B} + y_{2} \cdot \cos \alpha \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{max}}{2} - \alpha\right)\right) + 2R \sin^{2} \frac{1}{2}$$
(20)
$$z_{0} = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \pi^{2} \cdot R^{2} \cdot \sin^{2}\left(\frac{\alpha_{max}}{2} - \alpha\right) + h_{B}^{2}}} \cdot \left(x_{2} \cdot h_{B} \cdot \sin \alpha - y_{2} \cdot \sin \alpha \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{max}}{2} - \alpha\right)\right) + R \cdot \sin \alpha$$

Полученная система выражений (20) описывает координаты точек ножа, которые поворачиваются вместе с его поперечным сечением на угол β вокруг оси Z_I при перемещении сечения по дуге окружности радиусом R на угол α . Далее, для моделирования режущей кромки, мы рассмотрим поперечное сечение профиля ножа исполнительного органа (Рис. 6).

Для создания режущей кромки

ножа с полувыпуклой геликоидной формой исполнительного органа необходимо установить координаты крайних точек кромки, обозначенных как A, B и C. Эти координаты служат отправной точкой для применения сгенерированной системы выражений, которые позволяют преобразовывать координаты. Определение этих значений основано на оптимальных характеристиках, касающихся режущей кромки ножа [21].

Результаты

С помощью выражений, описывающих координаты точек вдоль режущей кромки ножа, можно установить связь между изменениями положения его сечения и параметрами полувыпуклой формы ножа. Для этого мы определяем начальные координаты каждой точки в системе координат $x_{2y_{2}z_{2}}$, учитывая оптимальную геометрию ножа. Для точки *B* (Рис. 6) начальные координаты:

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{w}{2} \\ y_2 &= a_1 - \frac{a}{2} \end{aligned} (21)$$
 (22)

Подставляя полученное выражение в систему уравнений, получаем следующее:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \pi^2 \cdot R^2 \cdot \sin^2(\frac{\alpha_{max}}{2} - \alpha) + h_B^2}} \cdot \left(\frac{w}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{max}}{2} - \alpha\right) + \left(a_1 - \frac{a}{2}\right) \cdot h_B\right) \\ y_0 = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \pi^2 \cdot R^2 \cdot \sin^2(\frac{\alpha_{max}}{2} - \alpha) + h_B^2}} \cdot \left(-\frac{w}{2} \cdot \cos\alpha \cdot h_B + \left(a_1 - \frac{a}{2}\right) \cdot \cos\alpha \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{max}}{2} - \alpha\right)\right) + 2Rsin^2 \frac{\alpha}{2}}{z_0} \\ z_0 = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \pi^2 \cdot R^2 \cdot \sin^2(\frac{\alpha_{max}}{2} - \alpha) + h_B^2}} \cdot \left(\frac{w}{2} \cdot h_B \cdot \sin\alpha - \left(a_1 - \frac{a}{2}\right) \cdot \sin\alpha \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{max}}{2} - \alpha\right)\right) + R \cdot \sin\alpha \end{cases}$$
(23)

Для точки С (Рис. 6) начальные координаты:

$$x_2 = \frac{w}{2} - c \tag{24}$$

 $y_2 = -\frac{a}{2} \tag{25}$

Подставляя полученное выражение в систему уравнений, получаем следующее:



$$\begin{cases} x_0 = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \pi^2 \cdot R^2 \cdot \sin^2(\frac{\alpha_{\max}}{2} - \alpha) + h_B^2}} \cdot \left(\left(\frac{w}{2} - c\right) \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{\max}}{2} - \alpha\right) - \frac{a}{2} \cdot h_B\right) \\ y_0 = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \pi^2 \cdot R^2 \cdot \sin^2(\frac{\alpha_{\max}}{2} - \alpha) + h_B^2}} \cdot \left(\left(c - \frac{w}{2}\right) \cdot \cos\alpha \cdot h_B - \frac{a}{2} \cdot \cos\alpha \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{\max}}{2} - \alpha\right)\right) + 2R\sin^2\frac{\alpha}{2} (26) \\ z_0 = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \pi^2 \cdot R^2 \cdot \sin^2(\frac{\alpha_{\max}}{2} - \alpha) + h_B^2}} \cdot \left(\left(\frac{w}{2} - c\right) \cdot h_B \cdot \sin\alpha + \frac{a}{2} \cdot \sin\alpha \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{\max}}{2} - \alpha\right)\right) + R \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

Для точки А (Рис. 6) начальные координаты:

$$x_2 = \frac{w}{2} - c$$
 (27)
 $y_2 = \frac{a}{2}$ (28)

Подставляя полученное выражение в систему уравнений, получаем следующее:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \pi^2 \cdot R^2 \cdot \sin^2(\frac{\alpha \max}{2} - \alpha) + h_B^2}} \cdot \left(\left(\frac{w}{2} - c\right) \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin\left(\frac{\alpha \max}{2} - \alpha\right) + y_2 \cdot h_B\right) \\ y_0 = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \pi^2 \cdot R^2 \cdot \sin^2(\frac{\alpha \max}{2} - \alpha) + h_B^2}} \cdot \left(-x_2 \cdot \cos \alpha \cdot h_B + y_2 \cdot \cos \alpha \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin\left(\frac{\alpha \max}{2} - \alpha\right)\right) + 2R \sin^2 \frac{\alpha}{2} (29) \\ z_0 = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \pi^2 \cdot R^2 \cdot \sin^2(\frac{\alpha \max}{2} - \alpha) + h_B^2}} \cdot \left(x_2 \cdot h_B \cdot \sin \alpha - y_2 \cdot \sin \alpha \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin\left(\frac{\alpha \max}{2} - \alpha\right)\right) + R \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

По заданным параметрам поперечного сечения ножа полувыпуклой геликоидной формы получены начальные координаты точек для решения системы уравнений, которые приведены в Таблице 1.

Таблица 1. Значение параметров и начальные координаты точек режущей кромки ножа полувыпуклой геликоидной формы

Table 1. The value of the parameters and the initial coordinates of the points of the cutting edge of the semiconvex helicoid bladed

Конструктивные параметры ножа полувыпуклой геликоидной форы						Точки в режу- щей кромки	Координаты	
<i>w</i> ,	С, ММ	а, мм	а1, мм	α, в	<i>R</i> , мм	ножа	<i>х</i> _{1,} <i>мм</i>	<i>у</i> ₁ , мм
MM				градусах				
	42,65	20	15,52	0-73,74	1500	В	75	5,52
150						С	32,35	-10
						A	32,35	10

На основе системы выражений (20) для точек сечения создана специализированная программа в среде MATLAB для использования данной системы выражений.

В результате анализа был определён путь перемещения точки режущей кромки ножа относительно начала фиксированной пространственной системы координат как показано на Рис. 7. В этой системе точка В представляет собой верхнюю границу режущей кромки, тогда как точки А и С являются крайними точками, по которым будет происходить заточка ножа с полувыпуклой геликоидной формой.



В результате работы:

- разработана твердотельная модель полувыпуклой геликоидной формы ножа;

- определена взаимосвязь между геометрическими параметрами полувыпуклой геликоидной формы ножа ИО геохода и параметрами сечения ножа для данной формы;

получена система выражений, описывающих координаты точек вдоль режущей кромки ножа.

Полученные данные можно использовать при разработке управляющих программ для изготовления и обработки сложных поверхностей полувыпуклой формы ножа ИО геохода, которые обеспечивают высокую точность изготовления и качество обработки поверхностей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аксенов В. В., Бегляков В. Ю., Дубинкин Д. М. Обоснование необходимости создания нового научного направления - геодинамика подземных аппаратов // Устойчивое развитие горных территорий. 2021. Т. 13. № 4(50). С. 637–643. DOI: 10.21177/1998-4502-2021-13-4-637-643.

2. Aksenov V. V., Magazov S. V., Khoreshok A. A. [et al.] Research areas of the scientific specialty «Geodynamics of underground machines» // IOP conference series: materials science and engineering: The conference proceedings ISPCIET'2020, Veliky Novgorod. Vol. 939. Veliky Novgorod : IOP Publishing Ltd, 2020. P. 012007. DOI: 10.1088/1757-899X/939/1/012007.

3. Аксенов В. В., Казанцев А. А., Пашков Д. А. Геоходная технология строительства подземных выработок: необходимость создания // Горная промышленность. 2023. № S2. С. 83–89. DOI: 10.30686/1609-9192-2023-S2-83-89.

4. Grigoryev A. V., Semykina I. Y., Ermakov A. N. [et al.] The basic factors on development of the drive control subsystem for the special purpose mobile robot named geokhod // International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices, EDM : EDM 2018 Proceedings, Erlagol, Altai. Erlagol, Altai : IEEE Computer Society, 2018. P. 667–671. DOI: 10.1109/EDM.2018.8435072.

5. Beglyakov V. Yu., Aksenov V. V., Kostinets I. K. [et al.] Influence of the supporting surface inclination angle of the external geokhod propulsor on the deflected mode of boundary rock massif // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering: electronic edition, Veliky Novgorod, Russian Federation. Vol. 441. Veliky Novgorod, Russian Federation : IOP Publishing Ltd, 2018. P. 012008. DOI: 10.1088/1757-899X/441/1/012008.

6. Khoreshok A. A., Aksenov V. V., Ananiev K. A., Ermakov A. N. Study of the Rational Number of Cutters in the Cutting Lines of Cutting Drum of Geokhod // Proceedings of the 9th China-Russia Symposium «Coal in the 21st Century: Mining, Intelligent Equipment and Environment Protection», Qingdao. Atlantis Press : Atlantis Press, 2018. P. 218–221. DOI: 10.2991/coal-18.2018.40.

7. Пашков Д. Обоснование силовых и энергетических параметров исполнительных органов геохода для разрушения мягких пород: специальность 05.05.06 «Горные машины» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Пашков Дмитрий. Кемерово, 2021. 176 с.

8. Бегляков В. Ю., Аксенов В. В., Костинец И. К., Хорешок А. А. Определение сил взаимодействия основных систем геохода с геосредой и между собой // Горные науки и технологии. 2017. № 4. С. 23–28. DOI: 10.17073/2500-0632-2017-4-23-28.

9. Аксенов В. В., Хорешок А. А., Ананьев К. А., Ермаков А. Н. Разработка схемных решений исполни-

тельных органов геоходов // Известия высших учебных заведений. Горный журнал. 2014. № 3. С. 73–76.

10. Садовец Р. В., Резанова Е. В. Методика построения твердотельной модели ножевого исполнительного органа геохода // Инновации в информационных технологиях, машиностроении и автотранспорте : Сборник материалов III Международной научнопрактической конференции, Кемерово, 14–17 октября 2019 года / Редколлегия: Д. М. Дубинкин [и др.]. Кемерово : Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева, 2019. С. 148–151.

11. Козлов И. В., Садовец В. Ю., Садовец Р. В. Разработка методики построения твердотельной модели тела ножевого исполнительного органа геохода // Техника и технология горного дела. 2022. № 2(17). С. 67–86. DOI: 10.26730/2618-7434-2022-2-67-86.

12. Аксенов В. В., Вальтер А. В., Бегляков В. Ю. Обеспечение геометрической точности оболочки при сборке секций геохода // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). 2014. № 4(65). С. 19–28.

13. Вальтер А. В., Аксенов В. В., Бегляков В. Ю., Чазов П. А. Определение погрешности расположения секторов стабилизирующей секции геохода на основе данных координатного контроля // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). 2015. № 4(69). С. 31–42. DOI: 10.17212/1994-6309-2015-4-31-42.

14. Вальтер А. В., Аксенов В. В., Чернухин Р. В. Определение величины и характера геометрических погрешностей оболочки модуля сопряжения опытного образца геохода // Актуальные проблемы в машиностроении. 2016. № 3. С. 42–47.

15. Родин С. П., Урмаев М. С. Определение параметров преобразования геодезических прямоугольных пространственных координат при произвольных значениях параметров // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. 1998. № 4–5. С. 3–14.

16. Соловьев Н. В. Методы коррекции пространственных искажений изображений плоских объектов в условиях действия полной аффинной группы преобразований // Информационно-управляющие системы. 2003. № 6(7). С. 7–11.

17. Живаго Э. Я., Фаренбрух Д. С., Борисова Л. Б. Постановка задачи кинематического анализа механизмов, звенья которых связаны одноконтактными кинематическими парами // МашиноСтроение. 2006. № 16. С. 71–77.

18. Аксенов В. В., Хорешок А. А., Ананьев К. А., Ермаков А. Н. Оценка возможности применения методов имитационного моделирования для определения параметров законтурных исполнительных органов геохода // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2016. № 2. С. 145–152.

19. Бегляков В. Ю., Аксенов В. В., Костинец И. К., Хорешок А. А. Схемы нагружения при моделировании процесса взаимодействия внешнего движителя геохода приконтурным массивом пород // Горные науки и технологии. 2017. № 3. С. 3–8. DOI: 10.17073/2500-0632-2017-3-3-8.

20. Аксенов В. В., Бегляков В. Ю., Садовец В. Ю. [и др.] Модель взаимодействия геохода и его систем с геосредой. Необходимость переформатирования // Вестник Тверского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2023. № 1(17). С. 19–28. DOI: 10.46573/2658-5030-2023-1-19-28.

21. Юнусов Ф. С., Абдреев М. М. Методика аналитического моделирования процесса формообразования винтовых поверхностей дисковым инструментом // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. 2004. № 4. С. 10–12.

© 2025 Автор. Эта статья доступна по лицензии CreativeCommons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Об авторах:

Ефременков Андрей Борисович, доктор технических наук, профессор кафедры промышленных технологий Политехнического института Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого; abe@novsu.ru

Никитин Евгений Иванович, кандидат технических наук, доцент кафедры промышленных технологий Политехнического института Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого; Eugeny.Nikitin@novsu.ru

Пашков Дмитрий Алексеевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, г. Кемерово, Российская Федерация, Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева; e-mail: pashkovda@kuzstu.ru

Нозирзода Шодмон Салохидин, старший преподаватель кафедры промышленных технологий Политехнического института Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого; shoni_1997@mail.ru

Заявленный вклад авторов:

Ефременков Андрей Борисович – постановка исследовательской задачи, концептуализация исследования, анализ данных, подведение итогов, написание текста, обзор актуальной литературы, сбор данных. Никитин Евгений Иванович – постановка исследовательской задачи, концептуализация исследования, анализ данных, подведение итогов, написание текста, обзор актуальной литературы, сбор данных, анализ данных, подведение итогов, написание текста, обзор актуальной литературы, сбор данных, анализ данных, подведение итогов, написание текста, обзор актуальной литературы, сбор данных.

Пашков Дмитрий Алексеевич – постановка исследовательской задачи, концептуализация исследования, анализ данных, подведение итогов, написание текста, обзор актуальной литературы, сбор данных.

Нозирзода Шодмон Салохидин – постановка исследовательской задачи, концептуализация исследования, анализ данных, подведение итогов, написание текста, обзор актуальной литературы, сбор данных.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Abstract.

Original article

DOI: 10.26730/1816-4528-2025-2-78-88

Andrey B. Efremenkov¹, Evgeny I. Nikitin¹, Dmitry A. Pashkov², Shodmon S. Nozirzoda¹

¹Yaroslav the Wise Novgorod State University ²T.F. Gorbachev Kuzbass State Technical University

* for correspondence: shoni_1997@mail.ru

DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL FOR THE FORMATION OF A SEMI-CONVEX HELICOID SHAPE OF THE KNIFE OF THE EXECUTIVE BODY OF THE GEOKHOD



Article info Received: The article discusses the process of developing a mathematical model for the formation of a semi-convex helicoid shape of the knife of the executive body of the geohod. The relevance of the development is given, which consists in the need to determine the trajectory of the tool in the manufacture of a semi-convex helicoid knife. To develop a mathematical model for the formation of a semi-convex helicoid shape of the knife of the executive body 15 January 2025

Accepted for publication: 01 March 2025

Accepted: 05 May 2025

Published: 05 June 2025

Keywords: geokhod, bladed executive body, cutting edge, coordinates, geometric parameters of the geohod, a scheme for the formation of a semi-convex shape of the knife executive body of the geohod is considered. It is noted that it is necessary to take into account geometric parameters such as the radius of the circle, the angle of inclination of the section and the thickness of the knife. A technique for constructing a three-dimensional model of a semi-convex shape of a knife used in the executive bodies of a geohod is considered. Mathematical modeling and 3D modeling methods were used to achieve the goal. Based on the specified parameters of the cross-section of a semiconvex knife, a system of equations has been developed that makes it possible, depending on the rational geometric characteristics of the cutting edge, to determine the trajectory of points on it. To solve this system of equations, a specialized program was created in the MATLAB environment. The results of the program are presented in the form of a graph showing the trajectory of the points of the cutting edges for a knife with a semiconvex helicoid shape. This development is of practical importance, namely, the possibility of using control programs for the manufacture and processing of complex surfaces of the semi-convex shape of the knife of the executive body of the geohod, which ensure high manufacturing accuracy and surface treatment quality. This, in turn, increases the efficiency of the geohod, and can also be used to optimize the design of cutting tools in other areas.

For citation: Efremenkov A.B., Nikitin E.I., Pashkov D.A., Nozirzoda Sh.S. Development of a mathematical model for the formation of a semi-convex helicoid shape of the knife of the executive body of the geokhod. Mining Equipment and Electromechanics, 2025; 2(178):78-88 (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.26730/1816-4528-2025-2-78-88, EDN: XOWUKW

REFERENCES

1. Aksenov V.V., Beglyakov V.Yu., Dubinkin D.M. Justification of the need to create a new scientific direction - geodynamics of underground vehicles. *Sustainable development of mountainous territories*. 2021; 13:4(50):637–643. DOI: 10.21177/1998-4502-2021-13-4-637-643.

2. Aksenov V.V., Magazov S.V., Khoreshok A.A. [et al.] Research areas of the scientific specialty "Geodynamics of underground machines". *IOP conference series: materials science and engineering: The conference proceedings ISPCIET'2020.* Veliky Novgorod. June 25-26, 2020. Vol. 939. Veliky Novgorod: IOP Publishing Ltd; 2020. P. 012007. DOI: 10.1088/1757-899X/939/1/012007.

3. Aksenov V.V., Kazantsev A.A., Pashkov D.A. Geohod technology for the construction of underground workings: the need to create. *Mining industry*. 2023; S2:83–89. DOI: 10.30686/1609-9192-2023-S2-83-89.

4. Grigoryev A.V., Semykina I.Y., Ermakov A.N. [et al.] The basic factors on the development of the drive control subsystem for the special purpose mobile robot named geokhod. *International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices.* EDM : EDM 2018 - Proceedings, Erlagol, Altai, June 29 – 03, 2018. Erlagol, Altai: IEEE Computer Society; 2018. Pp. 667–671. DOI: 10.1109/EDM.2018.8435072.

5. Beglyakov V.Yu., Aksenov V.V., Kostinets I.K. [et al.] Influence of the supporting surface inclination angle of the external geokhod propulsor on the deflected mode of boundary rock massif. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering: electronic edition.* Veliky Novgorod, Russian Federation, June 28-29, 2018. Vol. 441. Veliky Novgorod, Russian Federation: IOP Publishing Ltd; 2018. P. 012008. DOI: 10.1088/1757-899X/441/1/012008.

6. Khoreshok A.A., Aksenov V.V., Ananiev K.A., Ermakov A.N. Study of the Rational Number of Cutters in the Cutting Lines of the Cutting Drum of Geokhod. *Proceedings of the 9th China-Russia Symposium "Coal in the 21st Century: Mining, Intelligent Equipment and Environmental Protection"*. Qingdao, October 18-21, 2018. Atlantis Press: Atlantis Press; 2018. Pp. 218–221. DOI: 10.2991/coal-18.2018.40.

7. Pashkov D. Substantiation of the power and energy parameters of the executive bodies of the geohod for the destruction of soft rocks: specialty 05.05.06 "Mining machines" : dissertation for the degree of candidate of technical Sciences / Pashkov Dmitry. Kemerovo, 2021. 176 p. (in Russian)

8. Beglyakov V.Y., Aksenov V.V., Kostinets I.K., Khoreshok A.A. Determination of the forces of interaction of the main geohod systems with the geoenvironment and among themselves. *Mining sciences and Technologies*. 2017; 4:23–28. DOI: 10.17073/2500-0632-2017-4-23-28.

9. Aksenov V.V., Khoreshok A.A., Ananyev K.A., Ermakov A.N. Development of schematic solutions for executive bodies of geohouses. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mining Journal.* 2014; 3:73–76.

10. Sadovets R.V., Rezanova E.V. Methodology for constructing a solid-state model of the knife executive body of a geohod. *Innovations in information technologies, mechanical engineering and motor transport : Proceedings of the III International Scientific and Practical Conference.* Kemerovo, October 14-17, 2019 / Editorial Board: D.M. Dubinkin [et al.]. Kemerovo: Kuzbass State Technical University named after T.F. Gorbachev; 2019. Pp. 148–151.

11. Kozlov I.V., Sadovets V.Yu., Sadovets R.V. Development of a methodology for constructing a solid-state model of the body of a knife executive body of a geohod. *Mining engineering and technology*. 2022; 2(17):67–86. DOI: 10.26730/2618-7434-2022-2-67-86.

12. Aksenov V.V., Walter A.V., Beglyakov V.Yu. Ensuring the geometric accuracy of the shell when assembling sections of the geohod. *Metalworking (technology, equipment, tools).* 2014; 4(65):19–28.

13. Walter A.V., Aksenov V.V., Beglyakov V.Yu., Chazov P.A. Determination of the error in the location of the sectors of the stabilizing section of the geohod based on coordinate control data. *Metalworking (technology, equipment, tools).* 2015; 4(69):31–42. DOI: 10.17212/1994-6309-2015-4-31-42.

14. Walter A.V., Aksenov V.V., Chernukhin R.V. Determination of the magnitude and nature of geometric errors in the shell of the interface module of the prototype geohod. *Actual problems in mechanical engineering*, 2016; 3:42–47.

15. Rodin S.P., Urmaev M.S. Determination of the transformation parameters of geodesic rectangular spatial coordinates for arbitrary parameter values. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Geodesy and aerial photography.* 1998; 4–5:3–14.

16. Solovyov N.V. Methods for correcting spatial distortions of images of flat objects under the action of a complete affine transformation group. *Information and control systems*. 2003; 6(7):7–11.

17. Zhivago E.Ya., Farenbruch D.S., Borisova L.B. Statement of the problem of kinematic analysis of mechanisms, the links of which are connected by single-contact kinematic pairs. *Mechanical Engineering*. 2006; 16:71–77.

18. Aksenov V.V., Khoreshok A.A., Ananyev K.A., Ermakov A.N. Assessment of the possibility of using simulation modeling methods to determine the parameters of the legal executive bodies of a geohod. *Mining Information and Analytical Bulletin (scientific and technical journal).* 2016; 2:145–152.

19. Beglyakov V.Yu., Aksenov V.V., Kostinets I.K., Khoreshok A.A. Loading schemes for modeling the interaction of the external propulsion of a geohod with a contour array of rocks. *Mining Sciences and Technologies*. 2017; 3:3–8. DOI: 10.17073/2500-0632-2017-3-3-8.

20. Aksenov V.V., Beglyakov V.Y., Sadovets V.Y. [et al.] Model of interaction of a geohod and its systems with the geo-environment. The need for reformatting. *Bulletin of Tver State Technical University. Series: Technical Sciences.* 2023; 1(17):19–28. DOI: 10.46573/2658-5030-2023-1-19-28.

21. Yunusov F.S., Abdreev M.M. Methodology of analytical modeling of the process of forming screw surfaces with a disk tool. *Bulletin of Kazan State Technical University named after A.N. Tupolev.* 2004; 4:10–12.

2025 O The Author. This is article under the CCBY license an open access (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

The authors declare no conflict of interest.

About the author:

Andrey B. Efremenkov, Doctor of Sciences in Technology, Professor of the Department of Industrial Technologies at the Polytechnic Institute, Yaroslav the Wise Novgorod State University, abe@novsu.ru

Evgeny I. Nikitin, Candidate of Sciences in Technology, Associate Professor of the Department of Industrial Technologies at the Polytechnic Institute, Yaroslav the Wise Novgorod State University, Eugeny.Nikitin@novsu.ru

Dmitry A. Pashkov, Candidate of Sciences in Technology, Senior Researcher, T.F. Gorbachev Kuzbass State Technical University; e-mail: pashkovda@kuzstu.ru

Shodmon S. Nozirzoda, Senior Lecturer of the Department of Industrial Technologies of the Polytechnic Institute, Yaroslav the Wise Novgorod State University; shoni_1997@mail.ru

The claimed contribution of the authors:

Andrey B. Efremenkov– formulation of a research problem, conceptualization of research, data analysis, summing up, writing a text, reviewing relevant literature, data collection.

Evgeny I. Nikitin– formulation of a research problem, conceptualization of research, data analysis, summing up, writing a text, reviewing relevant literature, data collection.

Dmitry A. Pashkov – formulation of a research problem, conceptualization of research, data analysis, summing up, writing a text, reviewing relevant literature, data collection.

Shodmon S. Nozirzoda– formulation of a research problem, conceptualization of research, data analysis, summing up, writing a text, review of relevant literature, data collection.

Authors have read and approved the final manuscript.

