

**ГЕОФИЗИКА
GEOPHYSICS**

Научная статья

УДК 550.837

DOI: 10.26730/1999-4125-2026-1-5-14

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОЩНОСТЕЙ ВЕРХНИХ СЛОЕВ ГРУНТА ПРИ
НЕБОЛЬШОМ КОЛИЧЕСТВЕ НАБЛЮДАЕМЫХ ЗНАЧЕНИЙ КУЭС****Сирота Дмитрий Юрьевич,
Поля Владимир Иванович**

Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева

* для корреспонденции: sdy.pm@kuzstu.ru

**Информация о статье**

Поступила:

18 августа 2025 г.

Одобрена после

рецензирования:

15 января 2026 г.

Принята к публикации:

12 февраля 2026 г.

Опубликована:

192 марта 2026 г.

Ключевые слова:

вертикальное
электрозондирование,
линейные фильтры,
кажущееся
электросопротивление,
электроустановка Веннера

Аннотация.

Дистанционные, не разрушающие методы определения геометрических параметров приповерхностных слоев грунта остаются востребованными в настоящее время в рамках подготовительной работы при проектировании зданий и сооружений. Существует достаточно большое количество способов определения электрических и геометрических параметров слоев в рамках такого известного метода электроразведки, как вертикальное электрозондирование. Многие из этих способов реализованы в виде готовых программных комплексов по интерпретации кривых кажущегося удельного электросопротивления. Алгоритмы инверсии, которые заложены в этих программах, ориентированы на достаточно большое количество наблюдаемых данных, которые при этом должны быть произведены в логарифмическом масштабе. Это не всегда возможно реализовать на практике. Исходя из этого, становится ясной актуальность темы предлагаемой статьи. Целью работы была поставлена задача разработки методики определения мощностей приповерхностных слоев грунта по небольшому количеству наблюдаемых значений кажущегося удельного электросопротивления. Использовались для исследования методы электроразведки на постоянном токе, методы математической физики в части определения расчетных формул, методы прикладной математики в части решения обратных задач. Получена новая (линейная) замена переменных, пригодная для малого количества наблюдений, получены коэффициенты новых фильтров, основанных на такой замене, разработана методика восстановления мощностей слоев в рамках двухслойной и трехслойной моделей грунта, разработан алгоритм количественного определения величины мощности слоев на основе решения обратной задачи.

Для цитирования: Сирота Д.Ю., Поля В.И. Определение мощностей верхних слоев грунта при небольшом количестве наблюдаемых значений КУЭС // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2026. № 1 (173). С. 5-14. DOI: 10.26730/1999-4125-2026-1-5-14, EDN: WZPQIA

Натурные эксперименты. С целью обоснования возможности проектирования зданий и сооружений в малых муниципальных

образованиях Кемеровской области проводился комплекс различных геологических и геофизических исследований. В настоящее время

существует большой набор таких исследований, которые основаны, в частности, на методах прикладной геоэлектрики. Отметим здесь статьи, в которых рассматривается применение методов георадиолокации (ГРЛ), методы вертикального электрозондирования (ВЭЗ) и вертикального электропрофилирования (ВЭП), методы электротомографии (ЭТ) для решения различных прикладных задач [1–6]. В рамках указанного исследования использовался метод ВЭЗ приповерхностной толщи грунта. Напомним, что метод основан на измерении и анализе величины напряжения U , В электрического поля, порожденного искусственным источником постоянного тока I , А. Объектом исследования является слоистый массив горных пород; предметом исследования являются геометрические и электрические характеристики слоев [7–9]. В практике электроразведки, однако, анализируют не саму величину напряжения, а удельное электрическое сопротивление среды (УЭС ρ – Ом·м), по которой проходит известный ток I , А, порождая напряжение U , В. При этом, так как подземное пространство не является однородным идеальным проводником, вместо истинного УЭС исследуют некую виртуальную физическую величину кажущегося УЭС, которая обладает аналогичной размерностью, но при этом неявно учитывает неоднородность исследуемой среды.

Для измерений напряжений используют различные электроустановки. Наиболее распространенными по удобству использования и информативности получаемых данных являются четырехэлектродные симметричные установки Шлюмберже и Веннера AMNB (Рис. 1). Здесь «А», «В» – питающие электроды, а «М», «N» – измерительные электроды. Первая установка используется для зондирования на больших глубинах (больше 30 м), вторая установка – для зондирования на малых глубинах (до 30 м). Техническая разница между ними заключается в том, что у установки Веннера расстояния между всеми электродами остаются одинаковыми, а у установки Шлюмберже расстояние между питающими электродами более чем в три раза превосходит

расстояние между измерительными. В процессе зондирования указанные расстояния закономерно увеличиваются, тем самым охватывая все более глубокие слои грунта. Так как в данном комплексном исследовании глубины предполагались относительно небольшими (до 25 м), то использовалась электроустановка Веннера. Экспериментальная величина КУЭС определялась по формуле $\rho_K = k \cdot \frac{U_{MN}}{I_{AB}}$, где U_{MN} – разность потенциалов, I_{AB} – величина тока, k – коэффициент электрометрической установки Веннера: $k = 2 \cdot \pi \cdot a$.

Рассмотрим кратко методику полевых исследований. Заранее, исходя из запланированных геологами мест бурения скважин, выбирались точки зондирования. По прибытии на место исследований на выбранных точках растягивалась специальная измерительная лента длиной, равной максимальному разному электродов. По центру ленты устанавливалась заранее поверенная низкочастотная аппаратура «Березка», катушки с проводами и электроды. Стальные электроды длиной 1 м вбивались в грунт на глубину 10 – 20 см. Для первого измерения внутренние (потенциальные) электроды разносились на 0,5 м от установки, внешние (токовые) электроды на 1,5 м от установки, чтобы расстояние между электродами было 1 м. Чтобы улучшить электрический контакт между электродом и грунтом, места размещения электродов обильно проливались водяным раствором соли. Далее для первого измерения с прибора снимались показания силы тока I_{AB} и разности потенциалов U_{MN} . Для последующих измерений внутренние электроды разносились на 0,5 м, а внешние на 1 м, чтобы сохранить одинаковое расстояние между ними. После каждого переноса электродов они проливались водосолённым раствором и измерения записывались в полевой дневник. Всего проводилось 5 измерений. Максимальное расстояние разнесения внешних электродов составило 15 м, расстояние между электродами составило 5 м, что равно приблизительно максимальной глубине

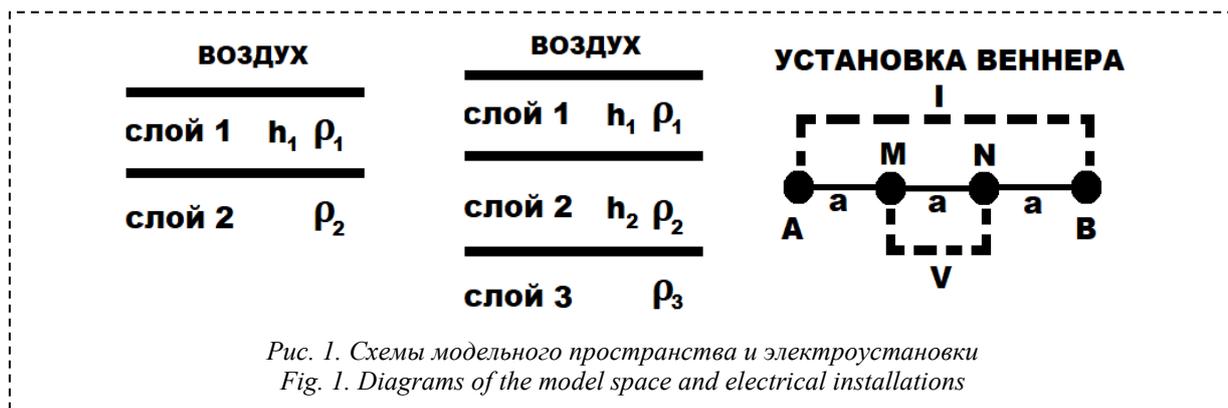


Рис. 1. Схемы модельного пространства и электроустановки
Fig. 1. Diagrams of the model space and electrical installations

зондирования.

Полученные значения КУЭС отображены в Таблицах 1, 2, 3. При этом данные Таблицы 1 соответствуют насыпному грунту мощностью от 0,9 до 3,8 м и аллювиальным породам мощностью от 1,2 до 10,5 м; данные Таблицы 2 соответствуют насыпному грунту мощностью от 1,3 м до 2,6 м и почвенному грунту мощностью от 0,2 м до 0,6 м; данные Таблицы 3 соответствуют насыпному грунту мощностью до 0,8 м и почвенно-растительный грунту мощностью от 0,6 до 0,9 м. При этом конкретно для данных Таблицы 1 были пробурены геологические скважины, в результате анализа которых были определены следующие мощности верхнего слоя грунта: ВЭЗ I – 1,54 м, ВЭЗ II – 1,35 м, ВЭЗ III – 1,53 м.

Анализ данных этих таблиц и знание общего вида кривых КУЭС для двухслойной и трехслойной моделей среды позволяет сделать предположение, что данные Таблицы 1 ВЭЗ I, II; Таблицы 2 ВЭЗ I; Таблицы 3 ВЭЗ I, II скорее всего соответствуют двухслойной модели, а остальные – трехслойной.

Приведем решения, полученные с помощью программного комплекса ZondPID, предназначенного для интерпретации кривых ВЭЗ, полученных с помощью различных видов

электроустановок.

Таблица 1. ВЭЗ I. Два слоя: $\rho_1 = 43,42$; $\rho_2 = 18,04$ Омм, $h_1 = 0,38$ м; Три слоя: $\rho_1 = 28,06$; $\rho_2 = 13,73$; $\rho_3 = 20,12$ Омм, $h_1 = 0,84$; $h_2 = 1,15$ м.

ВЭЗ II. Два слоя: $\rho_1 = 76,79$; $\rho_2 = 27,85$ Омм, $h_1 = 0,68$ м; Три слоя: $\rho_1 = 108,50$; $\rho_2 = 35,29$; $\rho_3 = 26,85$ Омм, $h_1 = 0,44$; $h_2 = 1,09$ м.

ВЭЗ III. Два слоя: $\rho_1 = 14,54$; $\rho_2 = 19,11$ Омм, $h_1 = 0,54$ м; Три слоя: $\rho_1 = 9,15$; $\rho_2 = 20,60$; $\rho_3 = 18,79$ Омм, $h_1 = 0,25$; $h_2 = 0,58$ м.

Таблица 2. ВЭЗ I. Два слоя: $\rho_1 = 22,11$; $\rho_2 = 16,95$ Омм, $h_1 = 1,13$ м; Три слоя: $\rho_1 = 21,97$; $\rho_2 = 13,53$; $\rho_3 = 18,46$ Омм, $h_1 = 1,52$; $h_2 = 1,11$ м.

ВЭЗ II. Два слоя: $\rho_1 = 46,4$; $\rho_2 = 19,2$ Омм, $h_1 = 0,42$ м; Три слоя: $\rho_1 = 30,9$; $\rho_2 = 5,61$; $\rho_3 = 25,4$ Омм, $h_1 = 1,34$; $h_2 = 1,06$ м.

ВЭЗ III. Два слоя: $\rho_1 = 25,0$; $\rho_2 = 10,0$ Омм, $h_1 = 5,0$ м; Три слоя: $\rho_1 = 22,8$; $\rho_2 = 31,8$; $\rho_3 = 0,71$ Омм, $h_1 = 1,25$; $h_2 = 3,75$ м.

Таблица 3. ВЭЗ I. Два слоя: $\rho_1 = 19,73$; $\rho_2 = 28,88$ Омм, $h_1 = 1,25$ м; Три слоя: $\rho_1 = 19,73$; $\rho_2 = 30,09$; $\rho_3 = 28,58$ Омм, $h_1 = 1,3$; $h_2 = 0,93$ м.

ВЭЗ II. Два слоя: $\rho_1 = 16,66$; $\rho_2 = 214,98$ Омм, $h_1 = 0,42$ м; Три слоя: $\rho_1 = 15,0$; $\rho_2 = 209,30$; $\rho_3 = 1618,44$ Омм, $h_1 = 0,347$; $h_2 = 17,64$ м.

ВЭЗ III. Два слоя: $\rho_1 = 25,0$; $\rho_2 = 10,0$ Омм, $h_1 = 5,0$ м; Три слоя: $\rho_1 = 22,8$; $\rho_2 = 31,8$; $\rho_3 = 0,71$ Омм, $h_1 = 1,25$; $h_2 = 3,75$ м.

Можно заметить, что все варианты решений дают явно заниженные значения мощностей слоев по сравнению с теми, что приведены выше. Целью данной заметки является попытка разработать методики определения мощностей слоев модельной структуры грунта на основе анализа распределения КУЭС.

Теоретический анализ. Прямая задача.

Рассмотрим многослойное, однородное и изотропное в пределах каждого слоя модельное пространство, параметры которого указаны на Рис. 1, а на поверхности земли располагается электроустановка Веннера AMNB.

Приведем в готовой форме необходимые теоретические формулы для решения прямой задачи по определению КУЭС в случае электроустановки

Таблица 1.

Table 1.

ВЭЗ	a, м	КУЭС, Омм	ВЭЗ	a, м	КУЭС, Омм	ВЭЗ	a, м	КУЭС, Омм
I	1	23,722	II	1	53,796	III	1	16,445
	2	19,234		2	35,303		2	17,711
	3	18,016		3	31,521		3	19,292
	4	18,465		4	28,999		4	19,313
	5	18,486		5	28,579		5	17,816

Таблица 2.

Table 2.

ВЭЗ	a, м	КУЭС, Омм	ВЭЗ	a, м	КУЭС, Омм	ВЭЗ	a, м	КУЭС, Омм
I	1	21,153	II	1	33,719	III	1	24,589
	2	20,106		2	39,793		2	23,956
	3	17,844		3	37,636		3	27,738
	4	17,928		4	34,348		4	22,275
	5	17,802		5	35,605		5	20,489

Таблица 3.

Table 3.

ВЭЗ	a, м	КУЭС, Омм	ВЭЗ	a, м	КУЭС, Омм	ВЭЗ	a, м	КУЭС, Омм
I	1	20,709	II	1	44,514	III	1	29,818
	2	22,465		2	77,954		2	24,281
	3	25,168		3	101,596		3	26,837
	4	25,975		4	112,458		4	25,985
	5	26,326		5	132,053		5	36,208

Веннера [7–9]:

$$\rho_K^B(s) = 2 \cdot \rho_K^H(s) - \rho_K^H(2 \cdot s), \quad (1)$$

где $\rho_K^H(s)$ – величина КУЭС для потенциал-установки, которая определяется по формуле

$$\rho_K^H(s) = \rho_1 \cdot \left[1 + s \cdot \int_0^\infty [R_1(m) - 1] \cdot J_0(m \cdot s) dm \right], \quad (2)$$

где ρ_1 – УЭС верхнего слоя, Омм; $s = 1,5 \cdot a$ – полуразнос электроустановки, м; $J_0(m \cdot s)$ – функция Бесселя 0-го порядка, $R_1(m)$ – функция Шлихтера [10], которая определяется по рекуррентным формулам Л. Л. Ваньяна [11]:

$$R_k(m) = \frac{1 - \psi_{k+1}(m)}{1 - \psi_{k+1}(m)}, \psi_{k+1} = \frac{1 - \rho_{k+1} \cdot R_{k+1}(m) / \rho_k}{1 + \rho_{k+1} \cdot R_{k+1}(m) / \rho_k} \times e^{-2 \cdot m \cdot h_k}, R_N(m) = 1. \quad (3)$$

Вывод этих формул присутствует в практически любом учебнике по электроразведке.

Коэффициенты линейного фильтра. При вычислении интеграла в (2), во-первых, производится замена переменных, а во-вторых, применяется модификация метода центральных прямоугольников в форме метода линейных фильтров. Начиная с базовых работ [10, 12, 13] в задачах ВЭЗ используется логарифмическая замена переменных 1): $m = e^{-y}$, $s = e^x$, $dm = -e^{-y} dy$. Современные теоретические исследования и прикладные практики продолжают использовать эту же замену, пытаясь каким-либо образом с помощью дополнительных манипуляций улучшить реализацию метода ВЭЗ [14–18].

В работе [19] одним из авторов была предложена линейная замена переменных 2): $m = z/s$, $dm = dz/s$. Практическое преимущество использования такой замены заключается в том, что она позволяет использовать короткие линии разносов. Отметим, что в Таблицах 1 – 3 применяется как раз линейная система увеличения разносов электроустановки. Таким образом, предположительно вторая замена будет давать более точные теоретические значения КУЭС по сравнению с первой заменой.

Применяя модификацию метода прямоугольников для произведения двух функций [19], получим для первой замены $I_1(s) = s \cdot \int_0^\infty [R_1(m) - 1] \cdot J_0(m \cdot s) dm = \sum_k [R_1(u_k) - 1] \cdot C_k$, где $u_k = e^{y_k}/s$, а для второй – $I_2(s) = s \cdot \int_0^\infty [R_1(m) - 1] \cdot J_0(m \cdot s) dm = \sum_k [R_1(w_k) - 1] \cdot G_k$, где $w_k = z_k/s$ и u_k, z_k – середины отрезков численного интегрирования.

Поиск коэффициентов фильтра C_k и G_k производится путем решения системы уравнений

$$F(s_j) = \sum_k f(e^{y_k}/s_j) C_k, \sum_k C_k = 1, F(s_j) = \sum_k f(z_k/s_j) G_k, \sum_k G_k = 1, \quad (4)$$

где C_k и G_k – неизвестные коэффициенты (элементы линейного фильтра); величины u_k и z_k – середины отрезков, на которые разбиваются

конечные интервалы интегрирования $u_k \in [y_H; y_K]$, $z_k \in [0; z_K]$ для первого и второго интеграла соответственно; $s_j \in [s_H; s_K]$ – полуразносы установки; при этом количество уравнений либо совпадает с количеством переменных и тогда решается непосредственно либо превышает количество переменных и тогда решается методом наименьших квадратов.

Можно заметить, что формулы (4) в целом зависят от трех параметров:

а) интервалов интегрирования; примем, что для замены 1) $y_H = -2,0$ и $y_K = 6,0$, а для замены 2) $y_H = 0,0$ и $y_K = 20,0$; б) максимальной длины разносов электроустановки; примем, что для замены 1) $s_H = 1,0$ и $s_K = 1001,0$, а для замены 2) $s_H = 1,0$ и $s_K = 51,0$; в) видов входящей и исходящей функции; примем либо функции Куфуда [12]

$$f_K(m) = m \cdot e^{-m} \quad F_K(s) = \frac{s}{[1+s^2]^{1,5}}, \quad \text{либо}$$

двухслойные функции Стефанеску [13, 19]:

$$f_\Sigma(m) = \frac{K_{12} \cdot e^{-2mh}}{1 - K_{12} \cdot e^{-2mh}} \quad F_\Sigma(s) = s \sum_{j=1}^N \frac{K_{12}^j}{[s^2 + 4(j \cdot h)^2]^{0,5}},$$

где коэффициенты $K_{12} = -0,85$ и $h = 0,1$.

Приведем значения коэффициентов линейного фильтра для указанных пар функций и замен, максимальную погрешность решения систем уравнений (4), а также четыре графика поверхностей логарифма модуля погрешности определения КУЭС для двухслойной среды для области изменения $h \in [0; 5]$ и $K_{12} \in [-0,85; 0,85]$ (Рис. 2, 3).

1) Функции Куфуда, замена 1, погрешность $\Delta \sim 10^{-9}$.

11.802978; -12.711430; -5.0953096; 5.3770328; 2.0420551; 2.4138337; -2.9729076; -0.6199641; 0.8911922; 0.1394892; -0.4844227; 0.2982373; -0.0982497; 0.0198099; -0.0025528; 0.0002138; -0.0000117; 0.0000004; -8.688D-09; 8.941D-11.

2) Функции Куфуда, Замена 2, погрешность $\Delta \sim 10^{-8}$

1.3474241; -1.2555475; 4.5737406; -10.630434; 21.354236; -39.112011; 46.624331; -22.741585; -13.904839; 26.778351; -22.787706; 26.618749; -25.258153; 9.4286506; -8.1515140; 28.541182; -37.977156; 24.445178; -7.9523032; 1.0594086.

3) Функции работы [7], замена 1, погрешность $\Delta \sim 10^{-8}$.

2.9110093; -4.6723473; 1.9013273; 0.5243952; 1.5423425; -1.0038510; 1.5573982; -2.2934119; -2.3877335; 5.9580790; -4.3112296; 1.5508062; -0.3105608; 0.0362238; -0.0025626; 0.0001191; -0.0000042; 0.0000001; -4.192D-09; 1.692D-10.

4) Функции работы [7], замена 2, погрешность $\Delta \sim 10^{-9}$.

1.0762199; 1.1450970; -5.7918608; 18.467833; -35.328088; 31.249469; 11.883106; -56.346965;

16.730917; 127.51398; -249.81643; 213.91280; -77.522485; 17.863352; -76.550034; 134.68062; -113.71941; 54.108531; -14.159976; 1.6033175.

Анализируя представленные поверхности, можно заметить, что в целом по всей области наименьшая погрешность достигается в случае функции Куфуда и замены №2. Их и будем использовать далее.

Обратная задача. Определение неизвестных параметров слоев будем определять стандартным образом с помощью метода наименьших квадратов с целевой функцией вида

$$\Phi = \ln \left(\sum_k [\rho_K(s_k) - \rho_K^T(h_j, \rho_i, s_k)]^2 \right) \rightarrow \min. \quad (5)$$

Отметим, что использование логарифма от стандартной невязки позволяет преодолеть трудности, связанные с практически горизонтальным профилем поверхности функции стандартной невязки МНК.

Поиск минимума функции будем искать в два этапа. На первом этапе будем использовать метод «имитации отжига», конкретный алгоритм и программная реализация которого были представлены в [20], что позволит выделить глобальный минимум среди возможных локальных. На втором этапе идет уточнение полученного решения методом сопряженных

градиентов, общая итерационная схема которого имеет вид [21]:

$$\{h_j^{(q+1)}, \rho_i^{(q+1)}\} = \{h_j^{(q)}, \rho_i^{(q)}\} + e^{(q)} \cdot I^{(q)}, \quad (6)$$

где $I^{(q)} = -\Phi_{\theta} + t^{(q)} \cdot I^{(q-1)}$, q – номер итерации; e – шаг минимизации, который определяется как результат одномерной минимизации функции (5); коэффициент $t^{(q)}$ определяется по формуле из [21]; $I^{(0)} = -\Phi_{\theta}$ – антиградиент функции (5), компоненты которого в зависимости от вида аргумента определяются по формулам

$$\frac{\partial \Phi}{\partial h_j} = \frac{\sum_k [\rho_K(s_k) - \rho_K^T(h_j, \rho_i, s_k)] \times [\rho_K^T(h_j + \delta_j, \rho_i, s_k) - \rho_K^T(h_j - \delta_j, \rho_i, s_k)]}{\delta_i \times \sum_k [\rho_K(s_k) - \rho_K^T(h_j, \rho_i, s_k)]^2},$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \rho_i} = \frac{\sum_k [\rho_K(s_k) - \rho_K^T(h_j, \rho_i, s_k)] \times [\rho_K^T(h_j, \rho_i + \delta_i, s_k) - \rho_K^T(h_j, \rho_i - \delta_i, s_k)]}{\delta_i \times \sum_k [\rho_K(s_k) - \rho_K^T(h_j, \rho_i, s_k)]^2}.$$

Программная реализация этого подхода была произведена в учебном пособии автора и прошла обработку на многих тестовых и реальных оптимизационных задачах [22, 23].

Результаты реализации обратной задачи.

Рассмотрим двухслойную модель среды, в рамках которой неизвестными являются параметры h_1 – мощность верхнего слоя, m ; ρ_1, ρ_2 – УЭС слоев, Омм (Рис. 1). Рассмотрим

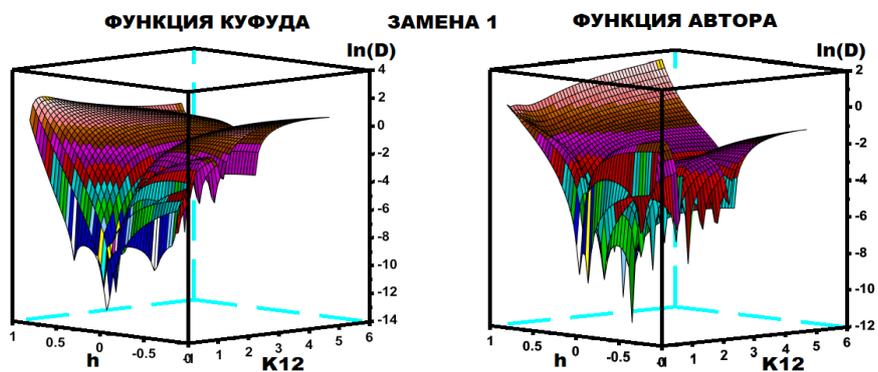


Рис. 2. Распределение погрешностей для первой замены
Fig. 2. Error distribution for the first replacement

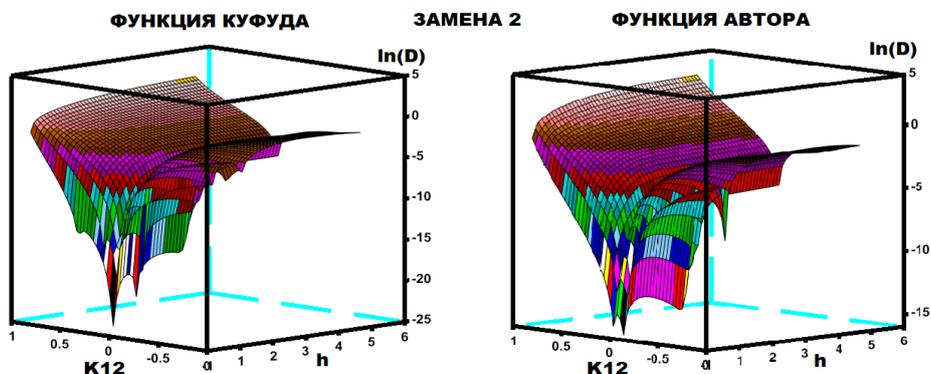


Рис. 3. Распределение погрешностей для второй замены
Fig. 3. Error distribution for the second replacement

несколько методик по определению указанных параметров.

Методика 1: определять все три неизвестных параметра. Получим следующие результаты. Таблица 1. ВЭЗ-1: $h_1 = 0,505$ м, $\rho_1 = 55,114$, $\rho_2 = 18,125$ Омм; ВЭЗ-2: $h_1 = 0,976$ м, $\rho_1 = 81,005$, $\rho_2 = 27,979$ Омм; ВЭЗ-3: $h_1 = 0,168$ м, $\rho_1 = 5,478$, $\rho_2 = 18,978$ Омм. Уже по этим результатам становится понятно, что высокая точность приближения к наблюдаемым КУЭС достигается за счет существенного изменения УЭС 1-го слоя по сравнению с наблюдаемым КУЭС, а также уменьшения мощности этого слоя. Можно сделать два замечания: получаемые по такой методике мощности слоев существенно ниже реально наблюдаемых, получаемые мощности с помощью специализированных программ Ip2win и ZondIp1D незначительно отличаются от приведенных выше и также существенно ниже реально наблюдаемых.

Методика 2. Определять только два из трех неизвестных параметра, взяв в качестве УЭС верхнего слоя первую величину КУЭС в каждой таблице, которая соответствует минимальному разному электроустановки. Получим следующие результаты. Таблица 1. ВЭЗ-1: $h_1 = 1,572$ м, $\rho_2 = 17,165$ Омм; ВЭЗ-2: $h_1 = 1,965$ м, $\rho_2 = 23,588$ Омм; ВЭЗ-3: $h_1 = 1,447$ м, $\rho_2 = 19,269$ Омм; Таблица 2. ВЭЗ-1: $h_1 = 2,233$ м, $\rho_2 = 16,593$ Омм; ВЭЗ-2: $h_1 = 0,664$ м, $\rho_2 = 36,705$ Омм; ВЭЗ-3: $h_1 = 4,973$ м, $\rho_2 = 19,309$ Омм; Таблица 3. ВЭЗ-1: $h_1 = 2,096$ м, $\rho_2 = 28,353$ Омм; ВЭЗ-2: $h_1 = 1,431$ м, $\rho_2 = 185,433$ Омм; ВЭЗ-3: $h_1 = 0,127$ м, $\rho_2 = 28,617$ Омм. Сравнивая полученные теоретические мощности слоев с реально наблюдаемыми, можно отметить их удовлетворительное совпадение.

Методика 3. Определять только мощность 1-го слоя, взяв в качестве УЭС слоев первое и последнее значение КУЭС из каждой таблицы. Получим следующие результаты. Таблица 1. ВЭЗ-1: $h_1 = 1,162$ м; ВЭЗ-2: $h_1 = 1,504$ м; ВЭЗ-3: $h_1 = 0,665$ м. Сравнивая полученные значения мощностей как с полученными по другим методикам, так и с наблюдаемыми в реальности, можно отметить их также существенно заниженные значения.

Рассмотрим трехслойную модель среды, в рамках которой неизвестными параметрами являются h_1 , h_2 – мощность слоев, м; ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 – УЭС слоев, Омм (Рис. 1). Также рассмотрим несколько методик решения поставленной задачи.

Методика 1. Определение всех неизвестных параметров. Получим следующие результаты. Таблица 1. ВЭЗ I: $\rho_1 = 27,648$, $\rho_2 = 14,541$, $\rho_3 = 0,0$ Омм; $h_1 = 1,35$, $h_2 = 25,68$ м; ВЭЗ II: $\rho_1 = 81,006$, $\rho_2 = 27,979$, $\rho_3 = 0,0$ Омм; $h_1 = 0,98$, $h_2 = 205,75$ м; ВЭЗ III: $\rho_1 = 16,149$, $\rho_2 = 1,321$, $\rho_3 = 0,0$ Омм; $h_1 = 16,454$, $h_2 = 48,999$

м. Таблица 2. ВЭЗ I: $\rho_1 = 20,964$, $\rho_2 = 48,997$, $\rho_3 = 49,0$ Омм; $h_1 = 15,988$, $h_2 = 0,245$ м; ВЭЗ II: $\rho_1 = 34,118$, $\rho_2 = 13,002$, $\rho_3 = 0,0$ Омм; $h_1 = 10,291$, $h_2 = 29,626$ м; ВЭЗ III: $\rho_1 = 23,814$, $\rho_2 = 0,208$, $\rho_3 = 342,998$ Омм; $h_1 = 15,759$, $h_2 = 0,354$ м. Уже по этим результатам (сильно завышенное значение h_2 , фактическое отсутствие УЭС 3-го слоя либо его совпадение с УЭС 2-го слоя) можно сделать предположение о двухслойном характере модели грунта для данных Таблицы 1.

Методика 2. В качестве УЭС верхнего слоя будем брать первую величину КУЭС в каждой таблице, остальные параметры будем определять по минимуму невязки (4). Приведем результаты вычислений только для тех ВЭЗ, где имеется обоснованное предположение для возможности трехслойной модели. Таблица 2. ВЭЗ II: $\rho_1 = 33,719$, $\rho_2 = 0,245$, $\rho_3 = 10,361$ Омм; $h_1 = 12,342$, $h_2 = 0,0$ м; ВЭЗ III: $\rho_1 = 24,589$, $\rho_2 = 0,533$, $\rho_3 = 71,932$ Омм; $h_1 = 15,509$, $h_2 = 0,507$ м; Таблица 3. ВЭЗ III: $\rho_1 = 29,818$, $\rho_2 = 0,430$, $\rho_3 = 70,0$ Омм; $h_1 = 5,409$, $h_2 = 0,019$ м. Как видим, и здесь значения найденных параметров весьма странные.

Методика 3. В качестве УЭС верхнего слоя будем брать первую величину КУЭС в каждой таблице, в качестве мощности 1-го слоя возьмем мощность, найденную исходя из двухслойной модели. Остальные параметры также будем определять по минимуму невязки (4). Приведем результаты вычислений только для ВЭЗ из методики 2. Таблица 2. ВЭЗ II: $\rho_1 = 33,719$, $\rho_2 = 39,439$, $\rho_3 = 20,778$ Омм; $h_1 = 2,333$, $h_2 = 5,825$ м; ВЭЗ III: $\rho_1 = 24,589$, $\rho_2 = 25,705$, $\rho_3 = 145,449$ Омм; $h_1 = 0,664$, $h_2 = 31,402$ м; Таблица 3. ВЭЗ III: $\rho_1 = 29,818$, $\rho_2 = 36,786$, $\rho_3 = 247,092$ Омм; $h_1 = 0,127$, $h_2 = 6,459$ м. Как видим, и здесь значения найденных параметров весьма странные.

Методика 4. Фиксация параметров 1-го и 3-го слоев соответствующими значениями КУЭС, а также мощностью 1-го слоя в рамках двухслойной модели, с последующими подбором параметров 2-го слоя. Приведем результаты вычислений также только для ВЭЗ из методики 2. Таблица 2. ВЭЗ II: $\rho_2 = 37,013$, Омм; $h_2 = 5,296$ м; ВЭЗ III: $\rho_2 = 19,742$, Омм; $h_2 = 7,0$ м; Таблица 3. ВЭЗ III: $\rho_2 = 28,145$, Омм; $h_2 = 5,799$ м.

Методика 5. Фиксация величин УЭС всех трех слоев соответствующими значениями КУЭС. Определению подлежат мощности обоих слоев. Приведем результаты вычислений также только для ВЭЗ из методики 2. Таблица 2. ВЭЗ II: $h_1 = 1,018$, $h_2 = 1,310$ м; ВЭЗ III: $h_1 = 3,275$, $h_2 = 1,447$ м; Таблица 3. ВЭЗ III: $h_1 = 1,31$, $h_2 = 2,42$ м. Полученные значения мощностей вполне укладываются в допустимые диапазоны, полученные геологическими методами.

Выводы. 1) Решения, получаемые с помощью специализированных программных комплексов на основе подбора всех неизвестных параметров, оказываются:

а) различными в зависимости от применяемого метода оптимизации;

б) существенно отличными от реально измеренных мощностей с помощью геологических методов;

2) Из разнообразных методик определения мощностей слоев оптимальным оказался полуавтоматический метод, который сочетает:

а) подбор общего типа кривой КУЭС из перечня кривых для двухслойной или трехслойной моделей;

б) определение конкретных значений мощностей слоев как решение обратной задачи с помощью метода наименьших квадратов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Калайгорода В. В. [и др.] Комплексный геофизический мониторинг для локации очагов эндогенных пожаров в борту угольного разреза // Известия вузов. Горный журнал. 2023 г. № 4. С. 120–131.
2. Соловицкий А. Н. [и др.] О зонировании отработанного участка для обеспечения его рекультивации на основе прикладных малоглубинных геофизических технологий // Вестник СГУГиТ. 2003. Т. 28. № 6. С. 124–132.
3. Эльжаев А. С. [и др.] Опыт проведения электротомографии на загрязненном нефтепродуктами участке. // Сб. тр. Конференции Молодежь, наука, инновации. Грозный, 18.10.2023 г. С. 172–179.
4. Рыжов Н. В., Петросян Р. Н. Возможности 2d интерпретации данных, полученных методом вертикального электрического зондирования // Сб. науч. трудов. Теория и практика разведочной и промысловой геофизики. Пермь, 2023.
5. Петросян Р. Н., Гинзбург Е. А. Оценка разрешающей способности метода ВЭЗ при картировании кровли коренных пород с использованием имитационного моделирования // Геология и полезные ископаемые западного Урала. 2023. № 6. С. 155–160.
6. Хмелевской В. К., Шевнин В. А. Электрическое зондирование геологической среды. Ч. 1, 2, 3. М.: Изд-во МГУ, 1988. 177 с.
7. Колесников В. П. Основы интерпретации электрических зондирований. М.: Научный мир, 2007. 248 с.
8. Матвеев В. К. Электроразведка. М.: Недра, 1990. 368 с.
9. Slichter L. B. The interpretation of the resistivity prospecting method for horizontal structures // Physics, 1933. V. 4. Pp. 307–322.
10. Ваньян Л. Л. [и др.] О расчете теоретических кривых электрического зондирования // Прикладная геофизика. М.: Гостоптехиздат, 1962. 254 с.
11. Куфуд О. Зондирование методом сопротивлений. М.: Недра, 1984. 270 с.
12. Stefanescu S. S., Schlumberger M. Sur la distribution électrique potentielle autour d'une prise de terre ponctuelle dans un terrain à couches horizontales, homogènes et isotropes // J. Physics. Radium. 1930. V. 7. Pp. 132–141.
13. Бобачев А. А. [и др.] Эффект выбора сетки разносов при прецизионном решении обратной задачи вертикального электротомографии // Вестник МГТУю 2024. Т. 27. № 1. С. 5–23.
14. Бобачев А. А. [и др.] Оценка погрешности решения обратной задачи ВЭЗ для прецизионных исследований временных вариаций геоэлектрического разреза с сильным сезонным эффектом // Сейсмические приборы. 2022. Т. 58. № 4. С. 41–61.
15. Бобачев А. А. [и др.] Алгоритмы регуляризации для повышения устойчивости решения обратной задачи при прецизионном мониторинге удельных электрических сопротивлений методом ВЭЗ // Сейсмические приборы. 2020. Т. 56. № 3. С. 61–82.
16. Обернебесов Д. С. [и др.] Оценка возможностей электротомографии путем сравнения ее результатов с результатами наблюдений с использованием традиционной методики ВЭЗ // Геология и полезные ископаемые Урала. 2020. № 3. С. 200–207.
17. Гавеиш В. Р., Мараев И. А. Интерпретации данных вертикального электрического зондирования (ВЭЗ) для поисков малоглубинных подземных горизонтов в районе Мандиша, в оазисе Эль-Бахария, западная пустыня, Египет // Новые идеи в науках о Земле. Материалы XIV Межд. Научн.-практ. Конференции. 2019. Т. 4.
18. Сирота Д. Ю. Расчет кажущегося удельного электросопротивления при вертикальном электротомографии многослойной среды // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2023. № 2 (156). С. 4–14.
19. Караблин М. М. [и др.] Программа расчета коэффициента анизотропии акустических свойств пород прибортового массива / Свид-во о рег-ции прог-мы для ЭВМ RU 2020661977. 2020 г.
20. Hager W. W., Zhang H. A survey of nonlinear conjugate gradient methods // Pacific J. Optim. 2006. № 2. Pp. 35–58.
21. Сирота Д. Ю., Иванов В. В. Диагностика формы и ориентации очага разрушения горных пород на основе электрических измерений как обратная задача геофизики // Геология и геофизика. 2018. Т. 59. № 1. С. 129–135.
22. Сирота Д. Ю. [и др.] Оценка размеров области и величины перепадов давления в массиве горных пород на основе анализа потенциала ЕЭП на земной поверхности // Вестник ВостНИИ. 2022. № 2. С. 17–29.

© 2026 Авторы. Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Об авторах:

Сирота Дмитрий Юрьевич, кандидат технических наук, e-mail: sdy.pm@kuzstu.ru, Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева, 650000, Россия, г. Кемерово, ул. Весенняя, 28

Подя Владимир Иванович, студент, Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева, 650000, Россия, г. Кемерово, ул. Весенняя, 28

Заявленный вклад авторов:

Сирота Дмитрий Юрьевич – постановка цели и задач исследования, разработка теоретических основ интерпретации полученных экспериментальных данных, разработка численных алгоритмов и написание расчетных программ, написание основного текста, анализ полученных результатов, формулировка выводов.

Подя Владимир Иванович – проведение натурных экспериментов, написание части текста, кото-рая посвящена их описанию.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Original article

DETERMINING THE LAYERS THICKNESS OF SOIL FROM A SMALL NUMBER OF OBSERVED AER VALUES

Dmitry Yu. Sirota, Vladimir I. Podya

T.F. Gorbachev Kuzbass State Technical University

* for correspondence: sdy.pm@kuzstu.ru



Article info

Received:

18 August 2025

Accepted for publication:

15 January 2026

Accepted:

12 February 2026

Published:

19 March 2026

Keywords: Vertical electric sounding, linear filter, apparent electrical resistance, Wenner electrical installations.

Abstract.

Remote, non-destructive methods for determining the geometric parameters of near-surface soil layers remain in demand at the present time as part of preparatory work in the design of buildings and structures. There are quite a large number of ways to determine such parameters of layers with-in the framework of the well-known method of electrical exploration, such as vertical electric sounding. One of the most well-known and systematically used is a group of methods for analyzing and interpreting apparent electrical resistivity. Many of these interpretation methods are implement-ed as ready-made software packages. The inversion algorithms that are embed-ded in these pro-grams are focused on a sufficiently large amount of observable data, which must be produced on a logarithmic scale. This imposes significant limitations on the measurement technology and is not always possible to implement in practice. Based on this, the relevance of the topic of the proposed article becomes clear. The main aim of the study to develop the theoretical foundations of a meth-odology for determining the capacities of near-surface soil layers based on a small number of ob-served values of apparent electrical resistivity in a database of field measurements.

Used in the study methods of direct current electrical exploration, methods of mathematical physics in determining calculation formulas, methods of applied mathematics and numerical algorithms in solving inverse problems. A new (linear) substitution of variables suitable for a small number of observations has been ob-tained, coefficients of new filters based on such a substitution have been obtained, theoretical foundations of a technique for restoring layer capacities within the framework of two-layer and three-layer soil models have been developed, and a numerical algorithm for quantifying

the thick-ness of layers based on solving the inverse problem has been developed.

For citation: Sirota D.Yu., Podya V.I. Determining the layers thickness of soil from a small number of observed AER values. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*=Bulletin of the Kuzbass State Technical University. 2026; 1(173):5-14. (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.26730/1999-4125-2026-1-5-14, EDN: WZPQIA

REFERENCES

1. Kalaigorod V.V. [et al.] Integrated geophysical monitoring for the location of endogenous fires in the board of a coal mine. *Izvestiya vuzov. Mining Journal*. 2023; 4:120-131.
2. Solovitsky A.N. [et al.] On the zoning of a waste site to ensure its reclamation based on applied shallow-depth geophysical technologies. *Bulletin of the SSUGiT*. 2023; 6(28):124-132.
3. Elzhaev A.S. [et al.] The experience of conducting electrotomography at a site polluted by oil products. *Collection of proceedings of the Conference Youth, Science, innovation*. Grozny. 18.10.2023 Pp. 172-179.
4. Ryzhov N.V., Petrosyan R.N. Possibilities of 2d interpretation of data obtained by vertical electric sensing. *Collection of scientific pap. works. Theory and practice of exploration and field geophysics*. Perm, 2023.
5. Petrosyan R.N., Ginzburg E.A. Assessment of the resolving power of the EEZ method for mapping the roof of bedrock using simulation modeling. *Geology and Minerals of the Western Urals*. 2023; 6:155-160.
6. Khmelevskaya V.K., Shevnin V.A. Electrical sounding of the geological environment. Parts 1, 2, 3. M.: Publishing House of Moscow State University; 1988. 177 p.
7. Kolesnikov V.P. Fundamentals of interpretation of electrical soundings. M. : Scientific world; 2007. 248 p.
8. Matveev V.K. Electrical exploration M. : Nedra; 1990. 368 p.
9. Slichter L.B. The interpretation of the resistivity prospecting method for horizontal structures. *Physics*. 1933; 4:307-322.
10. Vanyan L.L. [et al.] On the calculation of theoretical curves of electrical sensing. *Applied geophysics*. M.: Gost-ptehizdat; 1962. 254 p.
11. Kufud O. Probing by the resistance method. Moscow: Nedra; 1984. 270 p.
12. Stefanescu S.S., Schlumberger M. Sur la distribution électrique potentielle autour d'une prise de terre ponctuelle dans un terrain a couches horizontals, homogenes et isotropes. *J. Physics. Radium*. 1930; 7:132-141.
13. Bobachev A.A. [et al.] The effect of choosing a grid of spacings in the precision solution of the reverse problem of vertical electric sounding. *Bulletin of the Moscow State Technical University*. 2024; 27(1):5-23.
14. Bobachev A.A. [et al.] Estimation of the error of the solution inverse EEZ problems for precision studies of time variations of a geoelectric section with a strong seasonal effect. *Seismic Instruments*. 2022; 58(4):41-61.
15. Bobachev A.A. [et al.] Regularization algorithms for increasing the stability of solving the inverse problem in precision monitoring of electrical resistivity by the EEZ method. *Seismic Instruments*. 2020; 56(3):61-82.
16. Obernebesov D.S. [et al.] Evaluation of the possibilities of electrotomography by comparing its results with the results of observations using the traditional EEZ technique. *Geology and Minerals of the Urals*. 2020; 3:200-207.
17. Gaveish V.R., Maraev I.A. Interpretations of vertical electric sounding (VEZ) data for searching shallow underground horizons in the Mandisha area, in the oasis of El Bahariya, western desert, Egypt. *New ideas in Earth Sciences. Materials of the XIV International Scientific and Practical conferences*. 2019; 4.
18. Sirota D.Y. Calculation of apparent electrical resistivity during vertical electric sounding of a multilayer medium. *Bulletin of the Kuzbass State Technical University*. 2023; 2(156):4-14.
19. Karablin M.M. [et al.] Program for calculating the coefficient of anisotropy of acoustic properties of rocks of the instrument massif / Report on the computer software registration RU 2020661977. 2020 .
20. Hager W.W., Zhang H. A survey of nonlinear conjugate gradient methods. *Pacific J. Optim*. 2006; 2:35-58.
21. Sirota D.Y., Ivanov V.V. Diagnostics of the shape and orientation of the source of rock destruction based on electrical measurements as an inverse problem of geophysics. *Geology and Geophysics*. 2018; 59(1):129-135.
22. Sirota D.Yu., Sirota V.V., Sementsov V.V. Estimation of the size of the region and the magnitude of pressure drops in the rock mass based on the analysis of the potential of the CES on the Earth's surface *Vestnik VostNI*. 2022; 2:17-29.

© 2026 The Authors. This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

The authors declare no conflict of interest.

About the authors:

Dmitry Yu. Sirota, assistant professor, e-mail: sdym@kuzstu.ru, T.F. Gorbachev Kuzbass State Technical University, 28 street Vesennyyaya, Kemerovo, 650000, Russian Federation

Vladimir I. Podya, student, T.F. Gorbachev Kuzbass State Technical University, 28 street Vesennyyaya, Kemerovo, 650000, Russian Federation

Contribution of the authors:

Dmitry Yu. Sirota – formulation of research goals and objectives, development of theoretical foundations for the interpretation of experimental data, development of numerical algorithms and writing computational programs, writing the main text, analysis of the results obtained, formulation of conclusions.

Vladimir I. Podya – conducting field experiments, writing part of the text, which is devoted to their description.

All authors have read and approved the final manuscript.

