

Научная статья

УДК 621.313.323

DOI: 10.26730/1816-4528-2026-3-40-51

Григорьев Александр Васильевич*, Миллер Никита Дмитриевич

Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева

* для корреспонденции: gav.eav@kuzstu.ru

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИНХРОННОГО РЕАКТИВНОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ В СОСТАВЕ ЧАСТОТНО-РЕГУЛИРУЕМОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Аннотация.

Выполнен обзор публикаций, посвященных моделированию синхронных реактивных двигателей в составе частотно-регулируемых электроприводов, представлены их математические модели. Выполнен расчет параметров электропривода вентилятора местного проветривания ВМЭ-6 и моделирование переходных процессов в нем на компьютерной модели. Обзор научных работ по вопросу моделирования синхронных реактивных двигателей показал, что существует две общепринятые модели для синтеза систем управления синхронных реактивных двигателей и моделирования динамических процессов: модель в системе координат $d-q$, связанной неподвижно с ротором, без учета и с учетом потерь в магнитной системе. Учет насыщения машины в данных моделях выполняется в основном при помощи зависимостей индуктивностей от токов статора. Наиболее точный учет насыщения обеспечивает модель с перекрестными зависимостями. Сделан вывод, что для управления синхронными реактивными двигателями применяются следующие системы управления: векторное управление и прямое управление моментом. При этом заданные величины на входах данных систем управления формируются разными способами (МТРА, МТРV, МРФС). Выполнено проектирование синхронного реактивного двигателя мощностью 25 кВт и номинальным напряжением 660 В для шахтовых вентиляторов местного проветривания. Моделирование показало, что КПД синхронного реактивного двигателя при тех же габаритах, что и асинхронного, достигает 95%. Выявлены недостатки синхронных реактивных двигателей: большие реактивные токи, приводящие к увеличенным потерям в инверторе, и недостаточная перегрузочная способность в зоне ослабления поля. Разработана модель электропривода вентилятора местного проветривания в среде Matlab Simulink с использованием библиотеки Simscape, учитывающая насыщение магнитной системы синхронного реактивного двигателя.



Информация о статье

Поступила:

08 апреля 2026 г.

Одобрена после

рецензирования:

15 мая 2026 г.

Принята к печати:

15 июня 2026 г.

Ключевые слова:

синхронный электродвигатель, реактивный, векторное управление, фазные преобразования, координатные преобразования

Для цитирования: Григорьев А.В., Миллер Н.Д. Математическая модель синхронного реактивного электропривода в составе частотно-регулируемого электропривода // Горное оборудование и электромеханика. 2026. № 3 (185). С. 40-51. DOI: 10.26730/1816-4528-2026-3-40-51, EDN: GVUEKW

Благодарность

Авторы выражают благодарность анонимным рецензентам за полезные замечания и ценные советы, способствовавшие улучшению качества данной статьи.

Введение (Introduction)

Повышение энергетической эффективности промышленности является одним из приоритетных направлений развития экономики Российской Федерации. В связи с этим повышение эффективности горной промышленности также является важной задачей. Основным типом двигателей, используемых на горных предприятиях, являются асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором. Дан-

ные двигатели обладают простой и надежной конструкцией, выполнены из доступных в Российской Федерации материалов, однако обладают большими габаритами и не самым высоким КПД. В настоящее время во многих технологических процессах асинхронные двигатели (АД) используются совместно с преобразователями частоты (ПЧ), позволяющими экономить электрическую энергию путем регулирования скорости двигателя. Таким образом,

повышение эффективности горной промышленности возможно путем замены электропривода по системе ПЧ-АД на более эффективный. В качестве альтернативы ПЧ-АД в данной работе предлагается электропривод на базе синхронного двигателя.

В области синхронных электродвигателей в научной и технической литературе установилась следующая терминология: синхронные двигатели с явнополюсным ротором, синхронные двигатели с неявнополюсным ротором, синхронные реактивные двигатели с независимым возбуждением (СРДНВ) или вентильно-индукторные двигатели с самовозбуждением (в англ. яз. лит. Switched Reluctance Motor – SRM) [1–4], вентильно-индукторные двигатели с независимым возбуждением, синхронные реактивные двигатели (в англ. яз. лит. Synchronous Reluctance Motor – SynRM, в рус. яз. лит. – СРД) [5, 6].

Вентильно-индукторные двигатели имеют более высокий КПД, чем СРД, однако также имеют большие колебания электромагнитного момента. Кроме того, конструкция СРДНВ и преобразователя для него сильно отличаются от ПЧ и АД, для технического обслуживания и ремонта которых на предприятиях имеется все необходимое оборудование. В связи с этим наиболее подходящим вариан-

том на роль замены электроприводов по системе ПЧ-АД является ПЧ-СРД.

Согласно [5–9] СРД имеют конструкцию, показанную на Рис. 1, 2.

Методы (Methods)

Согласно [5, 10, 11] математическая модель синхронного реактивного двигателя представляется уравнениями Парка-Горва:

$$\begin{cases} u_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d\psi_{sd}}{dt} - \omega_{эл} \psi_{sq}, \\ u_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d\psi_{sq}}{dt} + \omega_{эл} \psi_{sd}, \\ \psi_{sd} = L_{sd} i_{sd}, \\ \psi_{sq} = L_{sq} i_{sq}, \\ M = \frac{3}{2} p (\psi_{sd} i_{sq} - \psi_{sq} i_{sd}), \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} (M - M_C), \end{cases} \quad (1)$$

где u_{sd} , u_{sq} – составляющие обобщенного вектора напряжения в декартовой системе координат d - q , неподвижной относительно ротора; i_{sd} , i_{sq} – составляющие обобщенного вектора тока статора в декартовой системе координат d - q , неподвижной относительно ротора; ψ_{sd} , ψ_{sq} – составляющие обобщенного вектора потокоцепления статора в декартовой системе координат d - q , неподвижной относительно ротора; p – число пар полюсов; ω – частота враще-

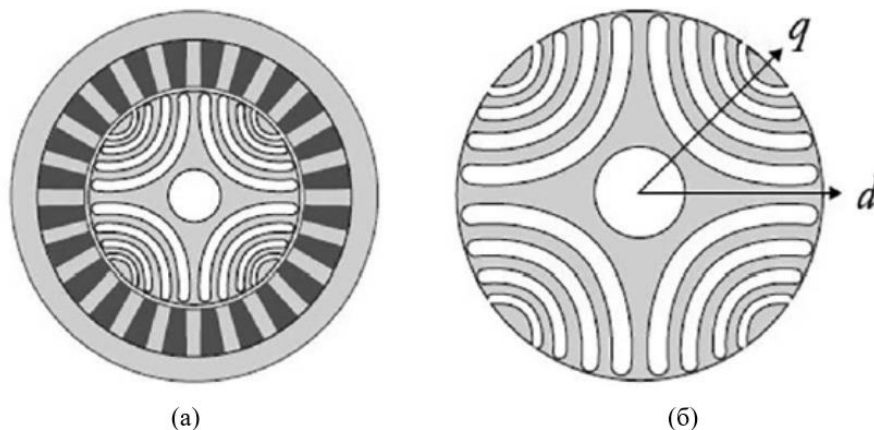


Рис. 1. Синхронный реактивный двигатель: а – СРД в поперечном разрезе, б – одна из конструкций ротора СРД
Fig. 1. Synchronous reluctance motor: (a) transverse cross-section of the SynRM; (b) one of the rotor designs of the SynRM

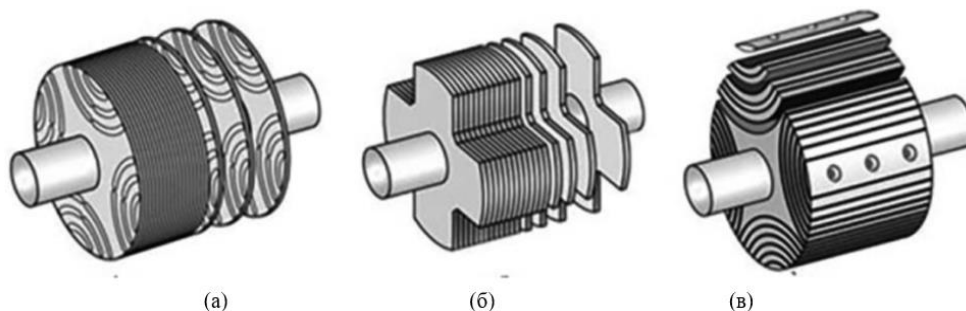


Рис. 2. Конструкция ротора СРД: а – аксиально-расслоенный ротор (ТЛА), б – ротор с явно-выраженными полюсами, в – радиально-расслоенный ротор
Fig. 2. Rotor designs of the synchronous reluctance motor: (a) axially laminated rotor (TLA), (b) salient-pole rotor, (c) radially laminated rotor

ния ротора; $\omega_{эл} = p\omega$ – электрическая частота вращения ротора; L_{sd}, L_{sq} – индуктивности обмоток статора по направлениям осей декартовой системы координат $d-q$, неподвижной относительно ротора; M – электромагнитный момент (коэффициент $3/2$ в выражении для электромагнитного момента учитывает инвариантность мощности при фазных преобразованиях); M_c – момент сопротивления механизма; J – суммарный момент инерции ротора двигателя и механизма.

Согласно [12] составляющие обобщенного вектора напряжения в системе координат $\alpha-\beta$ можно представить при помощи координатных преобразований:

$$\begin{cases} u_{s\alpha} = u_{sd} \cos(\varphi_{эл}) - u_{sq} \sin(\varphi_{эл}), \\ u_{s\beta} = u_{sd} \sin(\varphi_{эл}) + u_{sq} \cos(\varphi_{эл}), \end{cases} \quad (2)$$

$$\frac{d\varphi_{эл}}{dt} = \omega_{эл},$$

где $\varphi_{эл}$ – электрический угол ротора.

Для питания трехфазного СРД необходимо сформировать трехфазное напряжение, выраженное через составляющие в системе координат $\alpha-\beta$ при помощи фазных преобразований (преобразований Э. Кларка) [12]:

$$\begin{cases} u_{sa} = \left(u_{s\alpha} + \frac{\sqrt{2}}{2} u_{s0} \right), \\ u_{sb} = \left(-\frac{1}{2} u_{s\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2} u_{s\beta} + \frac{\sqrt{2}}{2} u_{s0} \right), \\ u_{sc} = \left(-\frac{1}{2} u_{s\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2} u_{s\beta} + \frac{\sqrt{2}}{2} u_{s0} \right), \end{cases} \quad (3)$$

где u_{sa}, u_{sb}, u_{sc} – фазные напряжения статора; u_{s0} – напряжение нулевой последовательности (при рассмотрении симметричных режимов работы СРД принимается равным 0).

Составляющие обобщенного вектора тока статора в системе координат $d-q$, неподвижной относительно ротора согласно [12], выражаются следующим образом:

$$\begin{cases} i_{s\alpha} = \left(i_{sa} - \frac{1}{2} i_{sb} - \frac{1}{2} i_{sc} \right), \\ i_{s\beta} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} i_{sb} - \frac{\sqrt{3}}{2} i_{sc} \right), \\ i_{s0} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} i_{sa} + \frac{\sqrt{2}}{2} i_{sb} + \frac{\sqrt{2}}{2} i_{sc} \right), \\ i_{sd} = i_{s\alpha} \cos(\varphi_{эл}) + i_{s\beta} \sin(\varphi_{эл}), \\ i_{sq} = -i_{s\alpha} \sin(\varphi_{эл}) + i_{s\beta} \cos(\varphi_{эл}), \end{cases} \quad (4)$$

где i_{sa}, i_{sb}, i_{sc} – фазные токи статора СРД; $i_{s\alpha}, i_{s\beta}$ – составляющие обобщенного вектора тока статора в системе координат $\alpha-\beta$, неподвижной относительно статора, i_{s0} – ток статора нулевой последовательности (при анализе симметричных режимов работы равен 0).

В работах [6, 7] приводится математическая модель СРД с ротором, показанным на Рис. 2а, и демпферной обмоткой. Для учета демпферной обмотки в систему уравнений (1) добавляются уравнения короткозамкнутой демпферной обмотки, а в выражения для составляющих обобщенного вектора потокосцепления статора вводятся дополнительные члены. Для электропривода с СРД, управляемого от преобразователя, демпферная обмотка не используется и не учитывается.

В работе [8] получено выражение для индуктивного сопротивления фазы СРД с явнополюсным ротором:

$$x_A = x_{m0} + x_{m\infty} \cos 2\beta, \quad (5)$$

где $x_{m0} = (x_{ad} + x_{aq}) / 2$; $x_{m\infty} = (x_{ad} - x_{aq}) / 2$; x_{ad}, x_{aq} – индуктивные сопротивления взаимной индукции по продольной и поперечной осям (d, q); β – электрическое угловое положение ротора.

Из выражения (5) видно, что индуктивное сопротивление фазы СРД имеет постоянную составляющую и переменную составляющую.

В работе [11] показаны способы управления синхронными реактивными двигателями:

1. Метод поддержания постоянного тока.
2. Метод МТРА (Maximum Torque Per Ampere).
3. Метод МТПВ (Maximum Torque Per Volt).
4. Метод МПФС (Maximum Power Factor Correction).

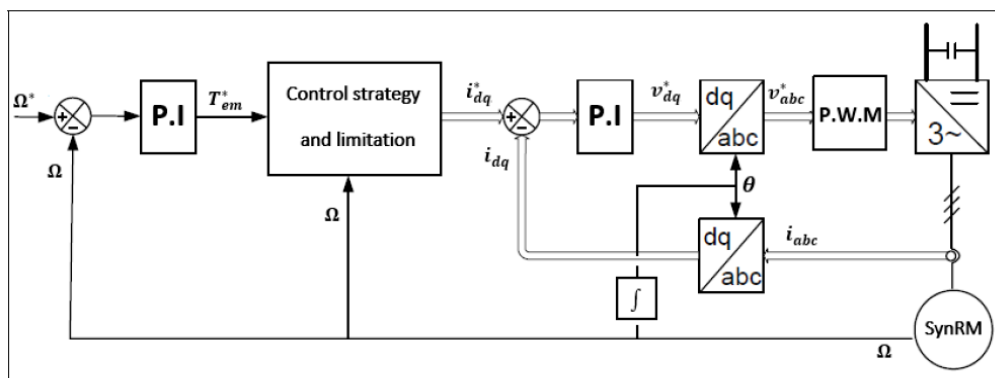


Рис. 3. Общая структура систем векторного управления СРД: «Control strategy and limitation» – блок формирования заданных значений, составляющих результирующего вектора тока статора в системе координат $d-q$, неподвижной относительно ротора

Fig. 3. General structure of synchronous reluctance motor vector control systems: “Control strategy and limitation” – block for generating reference values of the stator current resultant vector components in the $d-q$ coordinate system fixed relative to the rotor

Все указанные методы управления реализуются в рамках векторной системы управления, показанной на Рис. 3.

Метод поддержания постоянного тока [11] основан на выражениях:

$$\begin{cases} i_{sd}^* = \frac{\Psi_{smax}^*}{\sqrt{2}L_{sd}}, \\ \Psi_{smax}^* = \sqrt{\frac{4M^* \cdot L_{sd} \cdot L_{sq}}{3p(L_{sd} - L_{sq})}}, \\ i_{sq}^* = \frac{M^*}{3p(L_{sd} - L_{sq})i_{sd}^*}, \end{cases} \quad (8)$$

где Ψ_{smax}^* – максимальное заданное значение потокосцепления статора; i_{sd}^* , i_{sq}^* – заданные значения составляющих результирующего вектора тока статора в системе координат $d-q$, неподвижной относительно ротора; M^* – заданное значение электромагнитного момента двигателя, Н·м

Выражение (8) используется при скорости ниже номинальной. При скорости выше номинальной (в

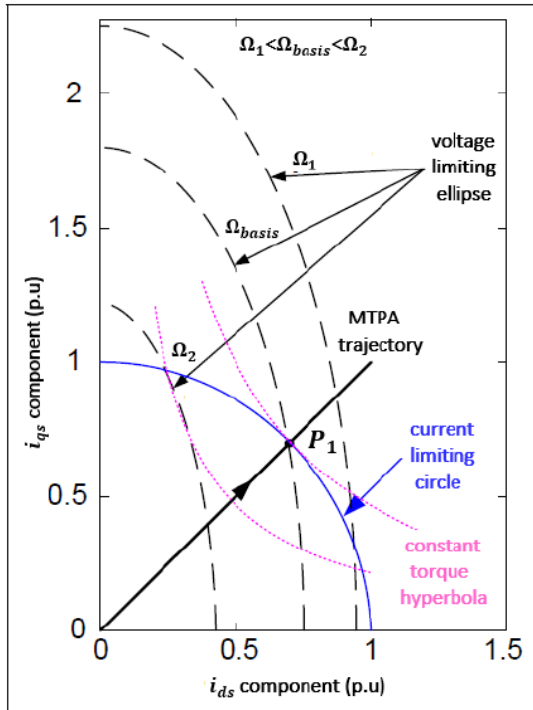


Рис. 4. Кривые тока при постоянной амплитуде тока, постоянном моменте, постоянной амплитуде напряжения

Fig. 4. Current curves at constant current amplitude, constant torque, and constant voltage amplitude

зоне ослабления магнитного поля) используется выражение (9):

$$i_{sd}^* = \frac{\omega_{ном}}{\omega} \cdot \frac{\Psi_{smax}^*}{\sqrt{2}L_{sd}}, \quad (9)$$

где $\omega_{ном}$ – номинальная круговая частота вращения ротора двигателя, рад/с.

Выражение (9) связано с тем, что при скорости выше номинальной достаточно точно работает выражение $U_{sном} = p\omega\Psi_{smax}^*$, где $U_{sном}$ – номинальное значение напряжения статора. Если учесть, что $U_{sном} = p\omega_{ном}\Psi_{sном}$, где $\omega_{ном}$ – номинальная скорость ротора, $\Psi_{sном}$ – номинальное значение потокосцепления статора, то

$$\frac{p\omega_{ном}\Psi_{sном}}{p\omega\Psi_{smax}^*} = \frac{U_{sном}}{U_{sном}} \rightarrow \frac{\Psi_{sном}}{\Psi_{smax}^*} = \frac{\omega}{\omega_{ном}}. \quad (10)$$

Из выражения (10) вытекает выражение (9).

Метод МТРА [11] основан на том, что максимальное значение момента СРД при заданной амплитуде тока достигается при равенстве $i_{sd} = i_{sq}$:

$$\begin{cases} M = \frac{3}{2}p(L_{sd} - L_{sq})i_{sd}i_{sq}, \\ I_s = \sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2}. \end{cases}$$

тогда справедливы выражения:

$$\begin{cases} i_{sd}^* = \sqrt{\frac{2M^*}{3p(L_{sd} - L_{sq})}}, \\ i_{sq}^* = i_{sd}^* \cdot \text{sign}(M^*). \end{cases}$$

На Рис. 4 показаны кривые тока при постоянном моменте, постоянной амплитуде тока и постоянной амплитуде напряжения.

Метод МТРВ [11] применяется в зоне ослабления магнитного поля (при скорости выше номинальной). В этом случае в установившемся режиме (производные равны 0), учитывая $R_{s i_{sd}} \ll u_{sd}$, $R_{s i_{sq}} \ll u_{sq}$, выражения (1) примут вид:

$$\begin{cases} u_{sd} = -p\omega L_{sq}i_{sq}, \\ u_{sq} = p\omega L_{sd}i_{sd}, \\ M = \frac{3}{2}p(L_{sd} - L_{sq})i_{sd}i_{sq}. \end{cases} \quad (11)$$

В зоне ослабления поля амплитуда напряжения статора постоянна и равна номинальной, следовательно:

$$u_{sd}^2 + u_{sq}^2 = (p\omega L_{sq})^2 i_{sq}^2 + (p\omega L_{sd})^2 i_{sd}^2 = U_{sном}^2. \quad (12)$$

Выражение (12) соответствует параметрической функции эллипса на Рис. 4.

Выразим электромагнитный момент через амплитуду напряжения статора и угол результирующего вектора статора:

$$\begin{aligned} M &= -\frac{3p(L_{sd} - L_{sq})}{2(p\omega)^2 L_{sd} L_{sq}} u_{sd} u_{sq} = \\ &= -\frac{3p(L_{sd} - L_{sq})}{4(p\omega)^2 L_{sd} L_{sq}} U_{sном}^2 \sin(2\delta), \end{aligned} \quad (13)$$

где δ – угол результирующего вектора напряжения статора в системе координат $d-q$, неподвижной относительно ротора.

Максимум электромагнитного момента по выражению (13) достигается при $\delta = -\pi / 4$. В этом случае

$$u_{sd} = U_{sном} \cos(\delta) = \frac{\sqrt{2}}{2} U_{sном} = -p\omega L_{sq} i_{sq}, \quad (14)$$

$$u_{sq} = U_{sном} \sin(\delta) = -\frac{\sqrt{2}}{2} U_{sном} = p\omega L_{sd} i_{sd}. \quad (15)$$

Из выражений (14) и (15) следует, что

$$\frac{L_{sq} i_{sq}}{L_{sd} i_{sd}} = 1 \rightarrow L_{sd} i_{sd}^* = L_{sq} i_{sq}^*. \quad (16)$$

Из выражений (16) и (11) следуют выражения для метода МТРВ [11]:

$$\begin{cases} i_{sd}^* = \sqrt{\frac{2L_{sq}M^*}{3pL_{sd}(L_{sd} - L_{sq})}}, \\ i_{sq}^* = i_{sd}^* \cdot \frac{L_{sd}}{L_{sq}} \text{sign}(M^*), \end{cases}$$

Метод МРФС [11] состоит в том, чтобы максимизировать коэффициент мощности при заданном

электромагнитном моменте. Коэффициент мощности с учетом выражений (11) можно записать следующим образом:

$$\cos(\varphi) = \frac{u_{sd}i_{sd} + u_{sq}i_{sq}}{|\bar{u}_s||\bar{i}_s|} = \frac{(\xi - 1)}{\sqrt{\left(1 + \frac{\xi^2}{\tan(\delta)^2}\right)(1 + \tan(\delta)^2)}} = (\xi - 1) \sqrt{\frac{\sin(2\delta)}{2 \tan(\delta) + 2\xi^2 \cot(\delta)}} \quad (17)$$

где $U_s = u_{sd} + ju_{sq}$ – результирующий вектор напряжения статора; $I_s = i_{sd} + ji_{sq}$ – результирующий вектор тока статора; $\tan(\delta) = i_{sq} / i_{sd}$; $\xi = L_{sd} / L_{sq}$.

Выражение (17) достигает максимума при

$$\tan(\delta) = \sqrt{\xi} = \sqrt{\frac{L_{sd}}{L_{sq}}} \quad (18)$$

Максимум коэффициента мощности равен

$$\cos(\varphi)_{max} = \frac{(\xi - 1)}{(\xi + 1)} \quad (19)$$

Из выражения (19) видно, что коэффициент мощности СРД тем выше, чем больше ξ , то есть чем больше анизотропия ротора. Отсюда следует превосходство конструкций, показанных на Рис. 2б, в.

Метод МРФС состоит из нескольких этапов работы:

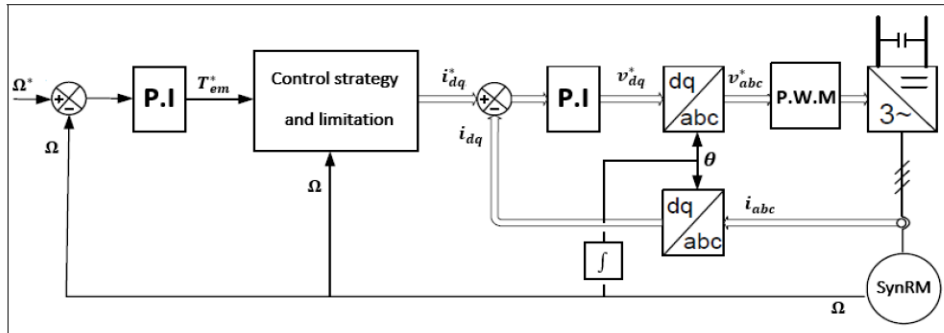


Рис. 5. Структурная схема системы управления DTC для СРД

Fig. 5. Block diagram of the DTC control system for the synchronous reluctance motor.

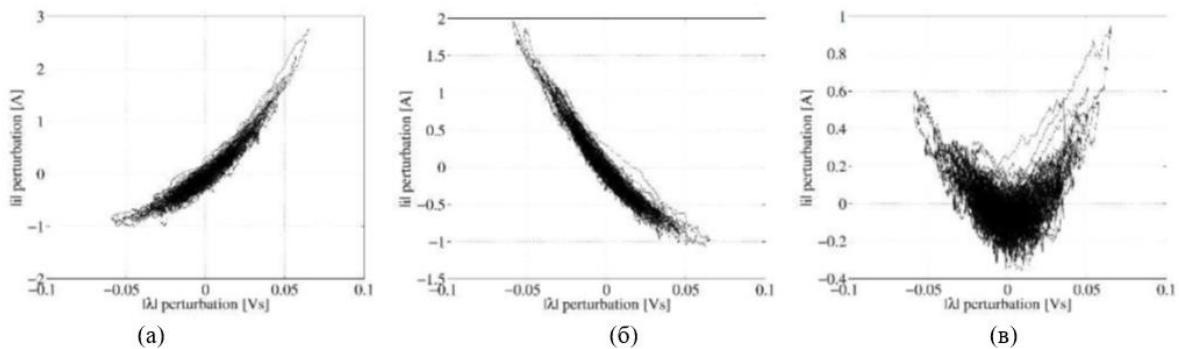


Рис. 6. Зависимость изменений амплитуды тока относительно изменений амплитуды потокосцепления статора: (а) потокосцепление больше оптимального, (б) потокосцепление меньше оптимального, (в) потокосцепление равно оптимальному значению

Fig. 6. Dependence of current amplitude variations on changes in the stator flux linkage amplitude: (a) flux linkage greater than the optimal value, (b) flux linkage less than the optimal value, (c) flux linkage equal to the optimal value

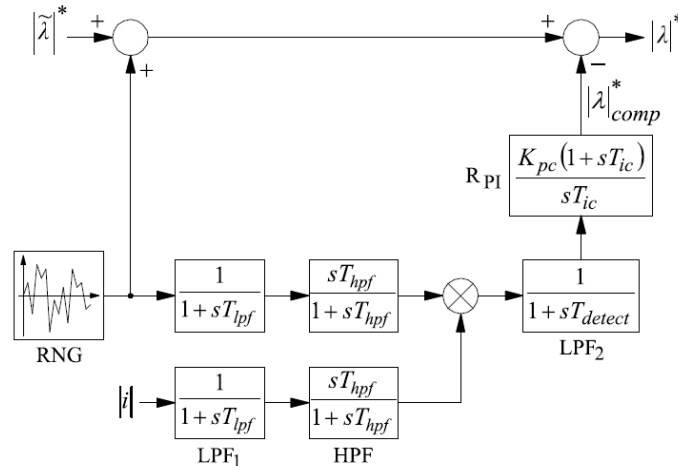


Рис. 7. Блок МТРА-detector

Fig. 7. MTPA detector block

1. При работе на низкой скорости (если $i_{sd}^* < i_{sdmax}$)

$$\begin{cases} i_{sd}^* = \sqrt{\frac{2M^*}{3p\sqrt{\xi}(L_{sd} - L_{sq})}}, \\ i_{sq}^* = i_{sd}^* \cdot \sqrt{\xi} \cdot \text{sign}(M^*), \end{cases}$$

где i_{sdmax} – значение составляющей результирующего вектора тока статора по оси d , при котором достигается максимальное значение потокосцепления статора Ψ_{smax} .

С учетом выражения (18)

$$i_{sdmax} = \frac{\Psi_{smax}}{\sqrt{L_{sd}^2 + L_{sq}^2 \xi}}$$

2. При $i_{sd}^* > i_{sdmax}$ и $\omega < \omega_{ном}$ заданные составляющие вектора тока статора вычисляются следующим образом:

$$\begin{cases} i_{sd}^* = i_{sdmax}, \\ i_{sq}^* = \frac{2M^*}{3p(L_{sd} - L_{sq})i_{sdmax}}. \end{cases}$$

3. При $\omega > \omega_{ном}$ метод МРФС переходит в метод МТРВ.

В работе [10] рассматривается система управления СРД, основанная на принципе DTC (Direct Torque Control) и подстройке сигнала задания потокосцепления в реальном времени с целью минимизации потерь (см. Рис. 5). Для достижения максимального момента при минимальном токе (метод МТРА) в сигнал задания амплитуды магнитного потока вводится случайный сигнал, который провоцирует незначительные изменения тока статора. Изменения тока статора в зависимости от нахождения системы относительно оптимальной точки потокосцепления имеют различный характер (Рис. 6). Блок, подстраивающий заданное потокосцепление статора к оптимальной точке (МТРА-detector), показан на Рис. 7.

Для выявления точки МТРА в сигнал задания амплитуды потокосцепления вводится переменный сигнал. В работе [10] в качестве переменного сигнала использован сигнал генератора псевдослучайных чисел, который позволяет снизить пульсации потокосцепления и электромагнитного момента в

сравнении с методами модуляции синусоидальным сигналом. Сигнал амплитуды тока статора проходит через блоки LPF₁ и HPF, которые убирают постоянную составляющую и сигналы высоких частот, вызванные переключениями ключей инвертора. Сигнал генератора псевдослучайных чисел проходит через точно такие же фильтры для согласования фазовых сдвигов с сигналом амплитуды тока статора. После фильтрации сигналы генератора псевдослучайных чисел и пульсации амплитуды тока статора перемножаются и передаются на фильтр LPF₂, где происходит демодуляция диагностического сигнала. С выхода фильтра LPF₂ диагностический сигнал подается на ПИ-регулятор R_{PI}, который корректирует задание амплитуды потокосцепления статора.

Если пульсации амплитуды тока статора синфазны пульсациям амплитуды потокосцепления, то согласно Рис. 6а на выходе LPF₂ сигнал будет увеличиваться, что приведет к снижению амплитуды потокосцепления статора до тех пор, пока не будет достигнута точка оптимального режима работы (режим МТРА). Аналогично работает система при противофазных сигналах.

Методы управления СРД, основанные на модели (1), в реальном электроприводе могут работать неправильно в связи с тем, что не учитывают насыщение магнитной системы. Для проверки методов управления необходимо добавить в модель нелинейную зависимость потокосцепления воздушного зазора Ψ_m от тока намагничивания I_m . В работе [9] приводится метод вычисления данных зависимостей, основанный на методе локальных сечений. На Рис. 8 показан пример результатов расчета для СРД.

В работе [13] учет насыщения выполняется двумя способами, и анализируется влияние стандартной модели (1) с учетом и без учета насыщения на бездатчиковую систему векторного управления:

1) $\Psi_{md} = L_{md}(i_{md}) \cdot i_{md}$, $\Psi_{mq} = L_{mq}(i_{mq}) \cdot i_{mq}$ (способ не учитывает взаимного влияния составляющих тока намагничивания). Пример зависимостей показан на Рис. 9.

2) $\Psi_{md} = L_{md}(i_{md}, i_{mq}) \cdot i_{md}$, $\Psi_{mq} = L_{mq}(i_{md}, i_{mq}) \cdot i_{mq}$.

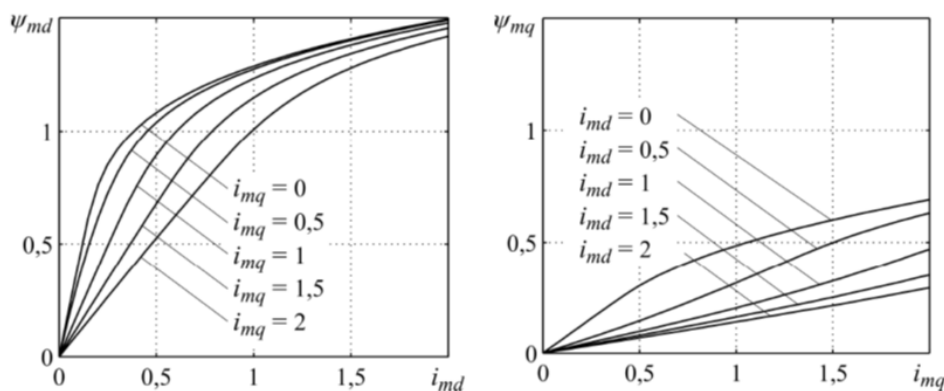


Рис. 8. Пример нелинейных зависимостей $\Psi_{md} = f(i_{md}, i_{mq})$, $\Psi_{mq} = f(i_{md}, i_{mq})$, вычисленных методом локальных сечений

Fig. 8. Example of nonlinear dependencies $\Psi_{md} = f(i_{md}, i_{mq})$, $\Psi_{mq} = f(i_{md}, i_{mq})$, calculated using the local cross-section method

Пример зависимостей показан на Рис. 10.

В работе [13] показано, что при оценке положения ротора обе модели насыщения приводят к соизмеримым ошибкам. Если насыщение не учитывать, то ошибка определения положения ротора периодически будет превышать ошибку, даваемую моделями с насыщением. Также в указанной работе показано, что первый способ учета насыщения приводит к значительным колебаниям в переходных процессах. Второй способ учета насыщения позволяет снизить колебания в переходных процессах.

Модель (1) не учитывает потери в магнитной системе. В работах [15, 16] приводится математическая модель СРД (20), учитывающая потери в

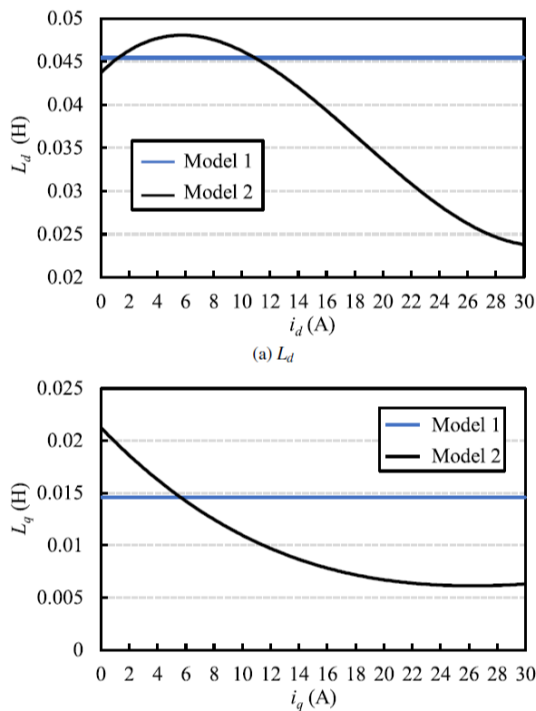


Рис. 9. Зависимости $L_{md} = f(i_{md})$, $L_{mq} = f(i_{mq})$
Fig. 9. Dependencies $L_{md} = f(i_{md})$, $L_{mq} = f(i_{mq})$

магнитной системе на гистерезис и вихревые токи, основанная на схеме замещения СРД, представленной на Рис. 11.

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{sd} = R_s i_{sd} + L_{md}(i_{md}) \frac{di_{md}}{dt} - \\ \quad - \left(1 + \frac{R_s}{R_c}\right) \omega_{эл} L_{mq}(i_{mq}) i_{mq}, \\ u_{sq} = R_s i_{sq} + L_{mq}(i_{mq}) \frac{di_{mq}}{dt} + \\ \quad + \left(1 + \frac{R_s}{R_c}\right) \omega_{эл} L_{md}(i_{md}) i_{md}, \\ M = \frac{3}{2} p \left(L_{md}(i_{md}) - L_{mq}(i_{mq}) \right) i_{md} i_{mq}, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} (M - M_C), \end{array} \right. \quad (20)$$

где R_c – эквивалентное сопротивление, рассеивающее мощность, равную мощности потерь на гистерезис и вихревые токи.

При получении модели (20) из схемы замещения (Рис. 11) не учитывают влияние гистерезиса и вихревых токов на динамику моментобразующего

тока I_m , то есть сопротивление R_c работает только в установившемся режиме.

Результаты исследования (Results);

Для моделирования электропривода на базе СРД шахтного вентилятора местного проветривания ВМЭ-6 в программе Ansys MotorCAD была создана и оптимизирована модель синхронного реактивного двигателя на основе исходных данных, представленных в Таблице 1. На Рис. 12 показана оптимизированная конструкция СРД с техническими характеристиками по Таблице 1.

Моделирование вентилятора ВМЭ-6 с разработанным СРД выполнялось в среде Matlab Simulink с

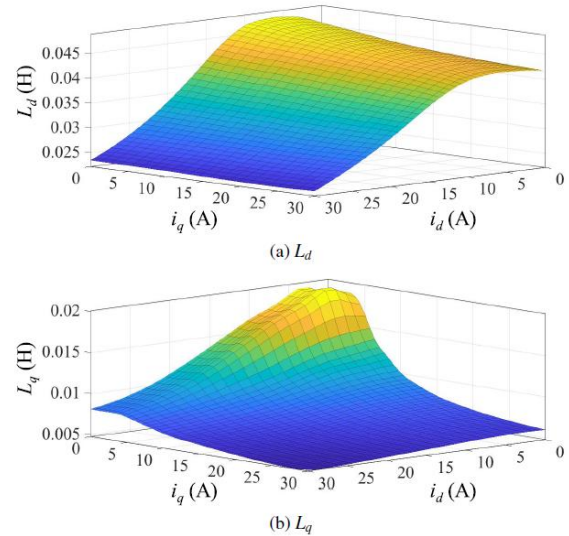


Рис. 10. Зависимости $L_{md} = f(i_{md}, i_{mq})$, $L_{mq} = f(i_{md}, i_{mq})$
Fig. 10. Dependencies $L_{md} = f(i_{md}, i_{mq})$, $L_{mq} = f(i_{md}, i_{mq})$

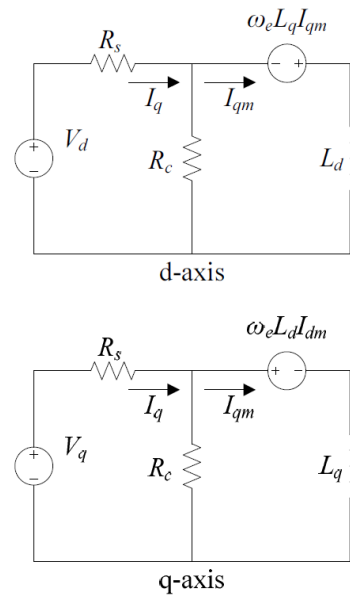


Рис. 11. Схема замещения СРД, учитывающая потери на гистерезис и вихревые токи
Fig. 11. Equivalent circuit of the synchronous reluctance motor accounting for hysteresis and eddy current losses

использованием библиотеки физического моделирования Simscape (Рис. 13). В блоке «Synchronous Reluctance Machine» включен учет насыщения магнитной системы в соответствии с моделью 2 (см. Рис. 10). Блок «Converter (Three-Phase)» моделирует трехфазный мостовой инвертор на базе транзисторов IGBT. В модели инвертора включены демпфирующие RC-цепочки.

Момент сопротивления вентилятора ВМЭ-6 был задан выражением:

$$M_c = 0,0008\omega^2.$$

Моделирование механической подсистемы выполнялось блоками «Inertia» и «Ideal Torque Source» в соответствии с выражением (1):

$$J \frac{d\omega}{dt} = M - M_c.$$

На Рис. 14 показаны временные зависимости электромагнитного момента M , момента сопротивления M_c и скорости n (об/мин). Заданная скорость задавалась следующим образом: линейное изменение от 0 до 3000 об/мин за 1,5 с, стабилизация на постоянном значении 1 с, линейное изменение от 3000 до 0 об/мин (останов) за 1,5 с. На Рис. 15 по-

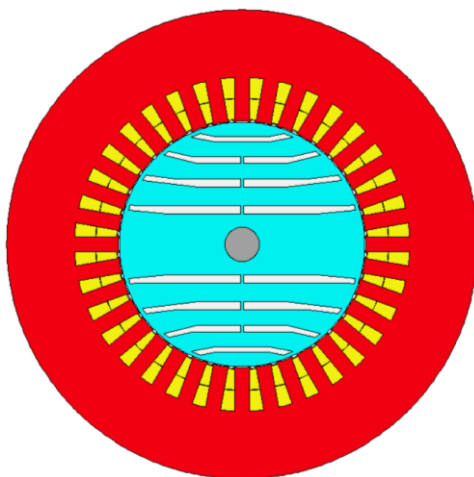


Рис. 12. Поперечный разрез СРД в программе Ansys MotorCAD

Fig. 12. Transverse cross-section of the synchronous reluctance motor in Ansys MotorCAD

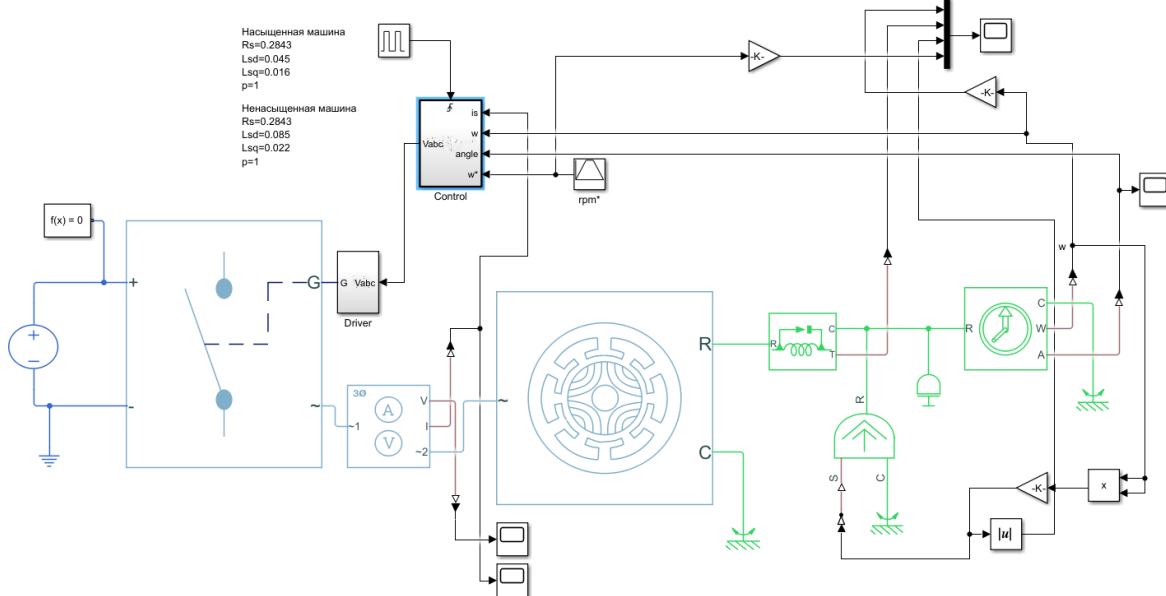


Рис. 13. Модель вентилятора ВМЭ-6 на базе СРД в Matlab Simulink

Fig. 13. VME-6 fan model based on the synchronous reluctance motor in MATLAB Simulink

Таблица 1. Технические характеристики СРД для ВМЭ-6

Table 1. Technical specifications of the synchronous reluctance motor for ВМЭ-6

Параметр	Значение
Номинальная мощность	25 кВт
Номинальная скорость	3000 об/мин
Номинальное напряжение	3 фазы, 660 В
Схема соединения	Треугольник
КПД	95 %

казаны временные зависимости токов i_{sd} , i_{sq} при реализации алгоритма управления МТРА.

Обсуждение (Discussion);

Обзор литературных источников по теме моделирования синхронных реактивных двигателей показал, что наиболее распространены две модели: уравнение Парка-Горьева с учетом и без учета потерь магнитной системы. Основными системами управления электроприводов на базе СРД являются векторное управление, прямое управление моментом. На вход данных систем управления задания формируются при помощи алгоритмов МТРА, МТРV, МРФС.

Моделирование электропривода на базе СРД показало, что в номинальном режиме работы при реализации системы векторного управления (алгоритм МТРА) двигатель потребляет большие реактивные токи, что, несмотря на высокий КПД двига-

теля, может привести к снижению общего КПД электропривода из-за увеличения потерь в инверторе. В связи с этим при дальнейшем исследовании в области энергоэффективности электропривода необходимо учитывать параметры инвертора.

Было установлено, что модель электропривода на базе СРД без учета насыщения не разгоняется до номинальной скорости в связи с большим индуктивным сопротивлением, ограничивающим ток на скорости, близкой к номинальной.

Дальнейшее исследование планируется проводить на представленной модели с использованием теории оптимального управления. Синтез регуляторов, оптимальных по энергоэффективности, планируется выполнять на модели СРД, совмещенной с моделью инвертора.

Выводы (Conclusion)

Исследования на модели электропривода с СРД

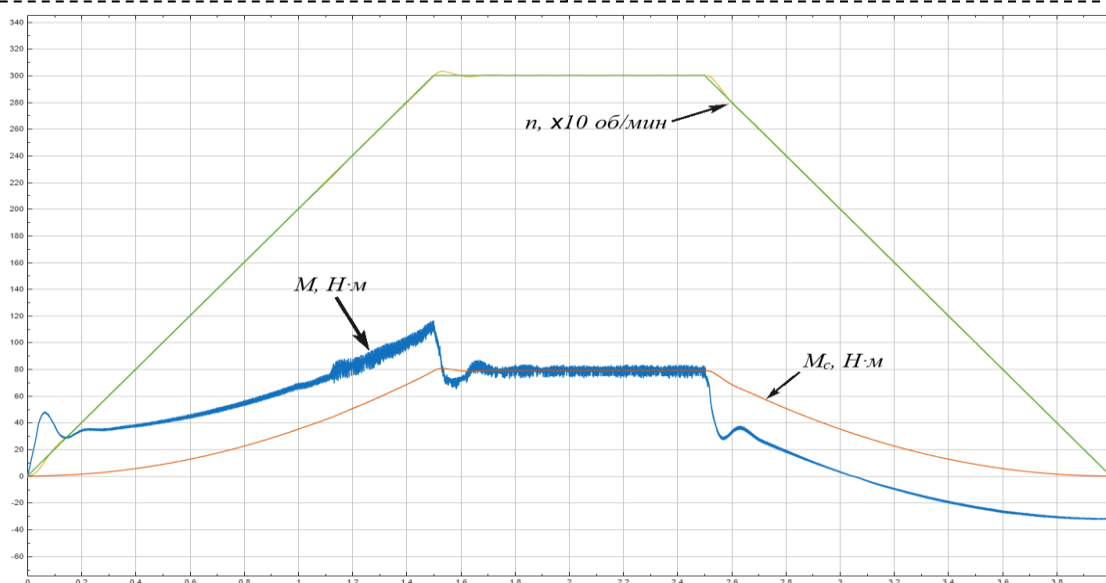


Рис. 14. Временные зависимости электромагнитного момента M , момента сопротивления M_c и скорости n (об/мин)

Fig. 14. Time dependencies of the electromagnetic torque M , load torque M_c , and speed n (rpm)

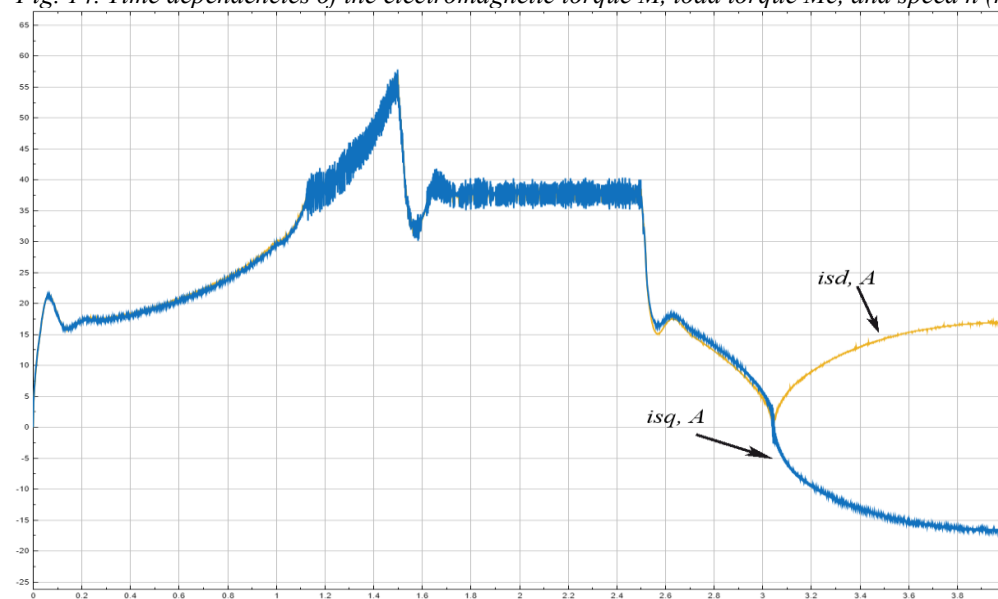


Рис. 15. Временные зависимости токов i_{sd} , i_{sq} при реализации алгоритма управления МТРА

Fig. 15. Time dependencies of currents i_{sd} and i_{sq} during the implementation of the MTPA control algorithm

(способ МТРА) показали, что учет насыщения важен для моделирования работы во всем рабочем диапазоне скоростей. Кроме того, исследования на модели показали, что в связи с большими реактивными токами для создания энергоэффективного электропривода на базе СРД необходимо учитывать параметры инвертора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Журавлев А. М., Белоусов Е. В., Сычев Д. А., Кинас С. И. Математическая модель электропривода с синхронной реактивной машиной независимого возбуждения // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». 2014. Т. 14. № 1. С. 66–70.

2. Григорьев М. А. Электропривод с синхронной реактивной машиной независимого возбуждения // Вест. Юж.-Урал. гос. ун-та. Сер. «Энергетика». 2013. Т. 13. № 1. С. 118–123.

3. Усынин Ю. С., Григорьев М. А., Шишков А. Н. Вентильный электропривод с синхронной реактивной машиной независимого возбуждения // Электротехника. 2013. № 3. С. 37–43.

4. Григорьев М. А. Система управления электроприводом с синхронной реактивной машиной независимого возбуждения // Электротехника 2013. № 10. С. 29–35.

5. Таначев Г. П., Шайхлисламов И. Р., Корнилов В. Ю. Математическое описание синхронного реактивного двигателя малой мощности // Международный технический журнал 2025. № 3(97). С. 32–42.

6. Караулов В. Н., Курлаков Е. А. Параметрическая модель синхронного реактивного двигателя с ТЛА-ротором и демпферной обмоткой в установившихся и переходных режимах // Вестник ИГЭУ. 2025. Вып. 3. С. 66–72.

7. Караулов В. Н., Доржинкевич А. Н. Параметрическая модель синхронного реактивного двигателя с ТЛА-ротором в установившихся и переходных режимах // Вестник ИГЭУ. 2023. Вып. 4. С. 46–53.

8. Суворкова Е. Е., Дементьев Ю. Н., Бурулько Л. К. Расчет магнитных полей и индуктивных

параметров синхронных реактивных двигателей // Фундаментальные исследования. 2016. № 6. С. 112–116.

9. Шрейнер Р. Т., Шилин С. И., Медведев А. В. Математическое моделирование синхронных реактивных двигателей в составе частотно-регулируемого электропривода // Тезисы материалов конференции «Электроприводы переменного тока». Екатеринбург. 2018. С. 58–63.

10. Bolognani S., Peretti L., Zigliotto M. On-line МТРА control strategy for DTC synchronous reluctance motor drives // IEEE Transactions on Power Electronics 2011. Vol. 26. Issue 1. Pp. 1–9.

11. Zahraoui Y., Moutchou M., Tayane S. Vector control strategies for synchronous reluctance motor: constant current control, МТРА, МТРW and MPFC [Электронный ресурс] // Int. J. Modelling, Identification and Control. In press. URL: <https://hal.science/ffhal-04887233>.

12. Ключев В. И. Теория электропривода: Учеб. для вузов. 2-е изд. перераб. и доп. М. : Энергоатомиздат, 2001. 704 с.

13. Tsujii Y., Inoue Y., Moromoto S., Sanada M. Effect of Inductance Model on Sensorless Control Performance of SynRM with Magnetic Saturation // IEEE Journal of Industry Applications. Vol. 12. № 5. Pp. 596–602. DOI: 10.1541/ieejia.22007253.

14. Alex V., Rammohan A. Adaptive МТРА Curve Fitting with Anti-Windup Current Control [Электронный ресурс] // Results in Engineering. 2025. № 27. Art. 106658. DOI: 10.1016/j.rineng.2025.106658.

15. Yahia K., Matos D., Estima J. O., Marques Cardoso A. J. Modeling Synchronous Reluctance Motors Including Saturation, Iron Losses and Mechanical Losses [Электронный ресурс] // SPEEDAM. 2014. DOI: 10.1109/SPEEDAM.2014.6871965.

16. Сычев Д. А., Кинас С. И., Наумович Н. И. Особенности расчета тепловой модели синхронного реактивного двигателя с независимым управлением по каналу возбуждения // Новые задачи технических наук и пути их решения: сборник статей Международной научно-практической конференции. Уфа : Аэтерна, 2014. С. 54–60.

© 2026 Авторы. Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Об авторах:

Григорьев Александр Васильевич, доцент каф. ЭПА Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева (650000, г. Кемерово, ул. Весенняя, д. 28), кандидат техн. наук, ORCID: 0000-00001-7429-3174, e-mail: gav.eav@kuzstu.ru

Миллер Никита Дмитриевич, аспирант каф. ЭПА Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева (650000, г. Кемерово, ул. Весенняя, д. 28), ORCID: 0009-0001-0314-5761

Заявленный вклад авторов:

Григорьев Александр Васильевич – постановка исследовательской задачи, научный менеджмент, обзор соответствующей литературы, концептуализация исследования, сбор и анализ данных, выводы, написание текста.

Миллер Никита Дмитриевич – обзор соответствующей литературы, сбор и анализ данных, моделирование, написание текста.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

MATHEMATICAL MODEL OF A SYNCHRONOUS RELUCTANCE MOTOR IN A VARIABLE-FREQUENCY DRIVE SYSTEM

Abstract.

A review of publications devoted to the modeling of synchronous reluctance motors in variable-speed electric drives was carried out, and their mathematical models are presented. The parameters of the electric drive of the VME-6 local ventilation fan were calculated, and transient processes in it were simulated using a computer model. The review of scientific works on the modeling of synchronous reluctance motors showed that there are two generally accepted models for the synthesis of control systems for synchronous reluctance motors and for the simulation of dynamic processes: the model in the d - q coordinate system rigidly linked to the rotor, without and with account of magnetic system losses. In these models, machine saturation is taken into account mainly through current-dependent stator inductance characteristics. The most accurate representation of saturation is provided by a model with cross-coupling dependencies. It was concluded that the following control systems are used for synchronous reluctance motors: vector control and direct torque control. The reference quantities at the inputs of these control systems are generated in different ways (MTPA, MTPV, MPFC). A 25 kW synchronous reluctance motor with a rated voltage of 660 V was designed for mine local ventilation fans. The simulation showed that the efficiency of the synchronous reluctance motor reaches 95% at the same dimensions as an induction motor. The disadvantages of synchronous reluctance motors were identified: high reactive currents leading to increased inverter losses, and insufficient overload capability in the field-weakening region. A model of the local ventilation fan electric drive was developed in Matlab Simulink using the Simscape library, taking into account magnetic saturation in the synchronous reluctance motor.



Article info

Received:

08 April 2026

Accepted for publication:

15 May 2026

Accepted:

15 June 2026

Keywords: synchronous motor, reluctance, vector control, phase transformations, coordinate transformations

For citation: Grigoriev A.V., Miller N.D. Mathematical model of a synchronous reluctance motor in a variable-frequency drive system. *Mining Equipment and Electromechanics*, 2026; 3(185):40-51 (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.26730/1816-4528-2026-3-40-51, EDN: GVUEKW

REFERENCES

- Zhuravlev A.M., Belousov E.V., Sychev D.A., Kinas S.I. Mathematical model of a drive with a synchronous reluctance independently excited machine. *Vestnik SUSU. Series "Energy"*. 2014; 14(1):66-70.
- Grigoriev M.A. Drive with a synchronous reluctance independently excited machine. *Vestnik of South Ural State University. Series "Energy"*. 2013; 13(1):118-123.
- Usynin Y.S., Grigoriev M.A., Shishkov A.N. Inverter drive with a synchronous reluctance independently excited machine. *Elektrotehnika*. 2013; 3:37-43.
- Grigoriev M.A. Control system of a drive with a synchronous reluctance independently excited machine. *Elektrotehnika*. 2013; 10:29-35.
- Tanachev G.P., Shaikhislamov I.R., Kornilov V.Yu. Mathematical description of a low-power synchronous reluctance motor. *International Technical Journal*. 2025; 3(97):32-42.
- Karaulov V.N., Kurlakov E.A. Parametric model of a synchronous reluctance motor with TLA rotor and damper winding in steady-state and transient modes. *Vestnik IGESU*. 2025; 3:66-72.
- Karaulov V.N., Dorzhinkevich A.N. Parametric model of a synchronous reluctance motor with TLA rotor in steady-state and transient modes. *Vestnik IGESU*. 2023; 4:46-53.
- Suvorkova E.E., Demytyev Y.N., Burulko L.K. Calculation of magnetic fields and inductive parameters of synchronous reluctance motors. *Fundamental Research*. 2016; 6:112-116.
- Schreiner R.T., Shilin S.I., Medvedev A.V. Mathematical modeling of synchronous reluctance motors in variable-frequency drive systems. *Proceed-*

ings of the Conference "AC Drives". Yekaterinburg. 2018. Pp. 58-63.

10. Bolognani S., Peretti L., Zigliotto M. On-line MTPA control strategy for DTC synchronous reluctance motor drives. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2011; 26(1):1-9.

11. Zahraoui Y., Moutchou M., Tayane S. Vector control strategies for synchronous reluctance motor: constant current control, MTPA, MTPW and MPFC [Electronic resource]. *Int. J. Modelling, Identification and Control*. In press. URL: <https://hal.science/fhal-04887233>

12. Klyuchev V.I. Electric Drive Theory: Textbook for Universities, 2nd ed., revised and enlarged. Moscow: Energoatomizdat; 2001. 704 p.

13. Tsujii Y., Inoue Y., Moromoto S., Sanada M. Effect of inductance model on sensorless control performance of SynRM with magnetic saturation. *IEEJ*

Journal of Industry Applications. 2013; 12(5):596-602. DOI: 10.1541/ieejia.22007253.

14. Alex V., Rammohan A. Adaptive MTPA Curve Fitting with Anti-Windup Current Control [Electronic resource]. *Results in Engineering*. 2025; 27. Art. 106658. DOI: 10.1016/j.rineng.2025.106658.

15. Yahia K., Matos D., Estima J.O., Marques Cardoso A.J. Modeling synchronous reluctance motors including saturation, iron losses and mechanical losses [Electronic resource]. *SPEEDAM*. 2014. DOI: 10.1109/SPEEDAM.2014.6871965.

16. Sychev D.A., Kinas S.I., Naumovich N.I. Features of calculating the thermal model of a synchronous reluctance motor with independent excitation. *New Problems of Technical Sciences and Their Solutions: Proceedings of the International Scientific and Practical Conference*. Ufa: Aeterna; 2014. Pp. 54-60.

© 2026 The Authors. This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

The authors declare no conflict of interest.

About the author:

Alexander V. Grigoriev, Associate Professor, Department of Electric Drives and Automation, T.F. Gorbachev Kuzbass State Technical University (650000, Kemerovo, 28 Vesennaya St.), Dr. Sc. (Engineering), ORCID: <https://orcid.org/0000-00001-7429-3174>, gav.eav@kuzstu.ru

Nikita D. Miller, PhD Student, Department of Electric Drives and Automation, T.F. Gorbachev Kuzbass State Technical University (650000, Kemerovo, 28 Vesennaya St.)

Contribution of the authors:

Alexander V. Grigoriev – formulation of the research problem, scientific supervision, literature review, research conceptualization, data collection and analysis, drawing conclusions, manuscript writing.

Nikita D. Miller – literature review, data collection and analysis, modeling, manuscript writing.

Authors have read and approved the final manuscript.

