

## Научная статья

УДК 621.825.038

DOI: 10.26730/1816-4528-2026-3-64-82

Туманов Исакул Елегенович

КазНУ имени аль-Фараби

\* для корреспонденции: altumani@gmail.com

## МУЛЬТИФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАСТРОЕЧНОГО КОНДЕНСАТОРА В РЕЗОНАНСНОМ КОНТУРЕ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ВОЗБУДИТЕЛЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

### Аннотация.

Настоящая статья посвящена мультифизическому моделированию ключевого элемента цепи питания – настроенного конденсатора (триммера), интегрированного в последовательный резонансный контур электромагнитного возбудителя низкочастотных механических колебаний (ЭМВ НЧК). Исследование сфокусировано на целенаправленной оптимизации электрического режима ЭМВ НЧК для достижения идеальной (искусственной) механической характеристики. В работе впервые введены ключевые понятия искусственной (идеальная окружность) и естественной (овал/эллипс) механических характеристик, определенных как геометрическое место точек суммарного тягового усилия ( $F_T$ ) в функции воздушного зазора ( $\delta$ ). Обосновано, что переход к оптимальной форме характеристики осуществляется путем точной подстройки электрической емкости контура. В рамках мультифизической модели настроенного конденсатора выполнено его детальное математическое и физическое описание. Моделирование доказало прямую взаимосвязь между электрическими параметрами, механической характеристикой и векторной диаграммой состояний ЭМС. Установлено и подтверждено условие оптимальности: траектория  $F_T$  максимально приближается к идеальной окружности, когда угол между вектором скорости и вектором тягового усилия близок к  $30^\circ$ . Этот режим достигается при определенном угле поворота ( $\Delta$ ) настроенного конденсатора, соответствующем оптимальной емкости ( $C_{opt}$ ). Ключевым практическим результатом является точное определение зависимости  $C(\Delta)$ . Это доказывает принципиальную возможность автоматизированного управления электрическим режимом системы: механическое регулирование угла поворота триммера позволяет прецизионно подстраивать электрическую емкость, обеспечивая условие резонанса напряжений. Таким образом, результаты моделирования подтверждают возможность дистанционного, автоматизированного управления рабочим режимом ЭМВ НЧК. Для обеспечения надежности в процесс моделирования включены все этапы – от создания геометрии до постобработки и визуализации динамических процессов. Успешная верификация методики позволила создать автономное приложение с пользовательским интерфейсом, что существенно повышает эффективность проектирования и возможность применения данной методологии к другим модификациям ЭМВ НЧК.



### Информация о статье

Поступила:

27 ноября 2025 г.

Одобрена после

рецензирования:

15 мая 2026 г.

Принята к печати:

15 июня 2026 г.

### Ключевые слова:

мультифизическое моделирование, настроенный конденсатор (триммер), электромагнитный возбудитель, низкочастотные колебания, резонансный контур, резонанс напряжений, механическая характеристика, векторная диаграмма

**Для цитирования:** Туманов И.Е. Мультифизическое моделирование настроенного конденсатора в резонансном контуре в электромагнитном возбудителе низкочастотных механических колебаний // Горное оборудование и электромеханика. 2026. № 3 (185). С. 64-82. DOI: 10.26730/1816-4528-2026-3-64-82, EDN: TLFZZU

### Введение

В современной промышленности широко применяются механизмы возвратно-поступательного движения, функционирующие с изменяющейся частотой механических колебаний рабочего органа. Среди них определенное значимое место занимают

электромагнитные возбудители низкочастотных механических колебаний (ЭМВ НЧК). Развитие теории электрических цепей, появление новых электротехнических конструкционных материалов и средств их расчета открывают возможности автоматизированного выбора режимов функциониро-

вания ЭМВ НЧК. Такой подход основывается на технологии параметрической оптимизации на основе схемных и мультифизических моделей. В статье представлена методика мультифизического моделирования настроечного (триммерного) конденсатора для точной подстройки параметров последовательного резонансного контура в ЭМВ НЧК. Целью данной методики является обеспечение работы возбудителя колебаний на механической характеристике, близкой к оптимальной. Оптимальный режим предполагает баланс между тяговым усилием электромагнита и частотой механических колебаний якоря, что позволяет вибрационному двигателю развивать необходимое усилие при заданной частоте колебаний, минимизировать потери энергии, обеспечивая плавность функционирования [1–3].

Обоснованная актуальность перехода к искусственным характеристикам ЭМВ НЧК требует детального описания выбранного мультифизического подхода и инструментария его реализации.

#### Методы

#### Симбиоз электрических и механических процессов и мультифизический подход

Для настройки последовательного резонансного контура параметры (индуктивность  $L$ , емкость  $C$  или частота  $f$ ) изменяют таким образом, чтобы собственная частота контура совпала с частотой питания. Это достигается регулировкой индуктивности, емкости или частоты источника [5, 6].

Достижение резонанса приводит к взаимной компенсации индуктивного и емкостного сопротивлений ( $X_L = X_C$ ), вследствие чего полное сопро-

тивление цепи уменьшается до чисто активного ( $Z = R$ ), а ток в контуре становится максимальным.

Применяя этот принцип, мы можем обеспечить работу ЭМВ НЧК в режиме, близком к оптимальному. Для распределения и достижения такого режима необходимо обратиться к оптимальной механической характеристике электромагнитного возбудителя, методика построения и анализ которой первоначально представлена в работе [6].

Мы вводим два ключевых понятия механических характеристик ЭМВ НЧК: искусственную и естественную.

#### 1. Искусственная характеристика (оптимальный режим)

Искусственной механической характеристикой называется такая характеристика, при которой оптимальному режиму функционирования ЭМВ НЧК соответствует траектория в виде идеальной окружности. Эта окружность представляет собой геометрическое место точек координат, отображающее зависимость суммарного тягового усилия электромагнита от величины воздушного зазора.

Траектория, близкая к идеальной окружности, достигается за счет целенаправленного подбора и сопоставления активных и пассивных параметров возбудителя колебаний.

#### 2. Естественная характеристика (фактический режим)

Естественной механической характеристикой называется характеристика, при которой фактическому режиму функционирования соответствует траектория в форме овала или эллипса, отражающая наличие фазового сдвига и неоптимальных

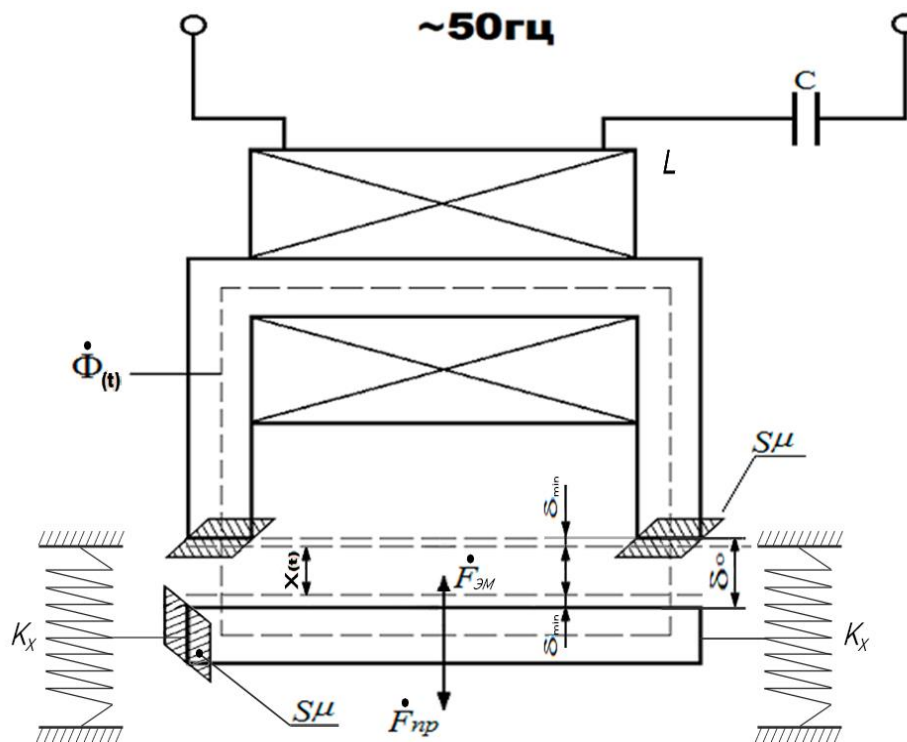


Рис. 1. Конструктивная схема ЭМВ НЧК в однофазном однократном исполнении  
Fig. 1. Structural diagram of the EME LFO in single-phase single-stroke design

энергетических потерь.

Для реализации поставленной задачи проведем детальный анализ и уточним исходные начальные данные для конструктивной схемы одноконтурного ЭМВ НЧК и его механической характеристики, граничные условия по воздушному зазору, а также для минимизации влияния силы тяжести на процесс колебательного движения в электромеханической системе используем конструктивную схему, в которой способ крепления якоря не связан механически с корпусом электромагнита.

Для реализации поставленной задачи необходимо провести детальный анализ и уточнить исходные данные для моделирования.

- Конструктивная схема: будет рассмотрена конструктивная схема одноконтурного электромагнитного возбуждателя низкочастотных колебаний (ЭМВ НЧК).

- Механическая характеристика: выполнен анализ ее текущей механической характеристики.

- Граничные условия: определены граничные условия по величине воздушного зазора.

Для минимизации влияния силы тяжести на процесс колебательного движения электромеханической системы используется конструктивная схема, в которой способ крепления якоря не имеет непосредственной механической связи с корпусом электромагнита (Рис. 1).

#### Принцип работы ЭМВ НЧК :

Энергетика процессов, происходящих в ЭМВ НЧК, соответствует функциональной модели возбуждателя как цепи последовательного преобразования электрической энергии питания в механиче-

скую работу якоря (Рис. 2) [5].

#### Физическая сущность резонанса

В основе функционирования ЭМВ НЧК лежит явление резонанса напряжений.

Его физическая сущность заключается в периодическом обмене энергией между полем катушки индуктивности и электрическим полем конденсатора. Этот обмен позволяет обеспечивать максимальный ток в контуре и, соответственно, максимальное тяговое усилие для поддержания колебательного процесса.

Физическая сущность резонанса напряжений заключается в периодическом обмене энергией между магнитным полем катушки индуктивности и электрическим полем конденсатора.

#### Математическое и физическое описание механической характеристики

Учетные допущения и начальные данные

Уточнения, внесенные в конструктивную схему ЭМВ НЧК (Рис. 1), учтены при построении его механической характеристики. Вводятся следующие ключевые параметры и их определения:

В описанной авторской методике приняты во внимание уточнения в конструктивной схеме (Рис. 1) учтены при построении механической характеристики ЭМВ НЧК [5, 6]:

- Воздушный зазор, изменяющийся во времени ( $\delta(t)$ )

- $\delta(0)$  Начальный воздушный зазор, который соответствует резонансному значению ( $\delta_{рез}$ ) в электрической подсистеме (условиям резонанса напряжений)

- $\delta_{min}$  Минимальный воздушный зазор между

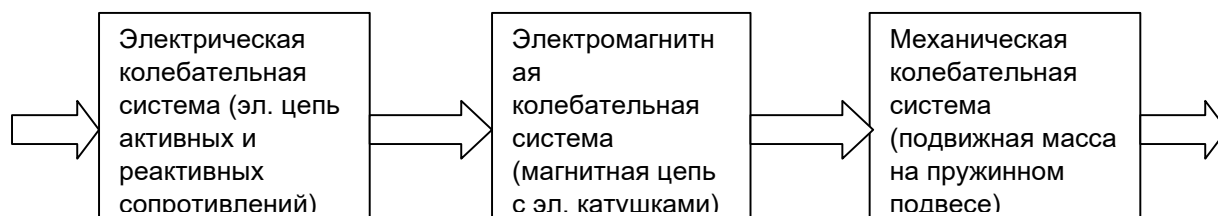


Рис. 2. Функциональная модель ЭМВ НЧК как цепи последовательного преобразования электрической энергии питания в механическую работу

Fig. 2. Functional model of the EME LFO as a circuit for sequential conversion of electrical energy into mechanical work

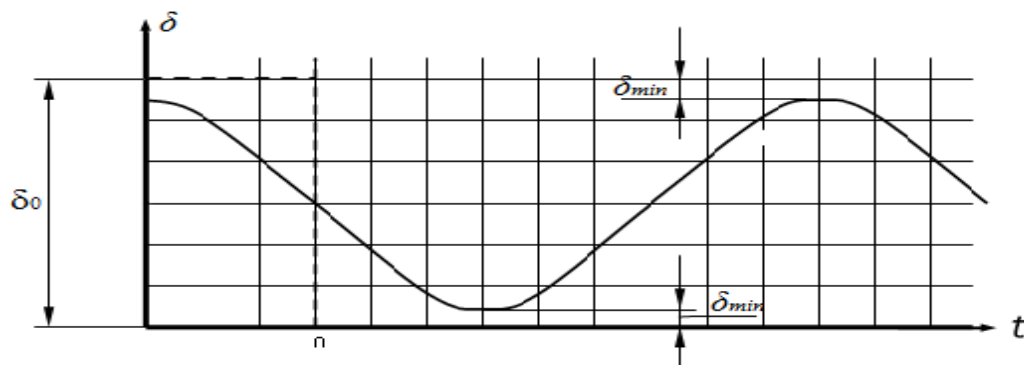


Рис. 3. Синусоидальный характер изменения воздушного зазора  $\delta(t)$  в функции времени

Fig. 3. Sinusoidal nature of the change in the air gap  $\delta(t)$  as a function of time

якорем и сердечником электромагнита, а также идентичный зазор (запас хода пружины) с противоположной стороны.

**Силы и усилия в механической подсистеме**

На естественной механической характеристике ЭМВ НЧК (Рис. 4) с учетом минимальных потерь энергии:

- $F_{эм}$  – Электромагнитная составляющая тягово-

го усилия

- $F_{пр}$  – Сила упругости пружины, рабочий диапазон которой ограничен точками А и В
- $X(t)$  – Перемещение якоря в функции времени
- $F_{см}$  – Пиковое значение усилия в механической подсистеме в условиях стационарного процесса (резонансная характеристика)
- $F_{\Sigma}$  – Суммарное тяговое усилие, являющееся

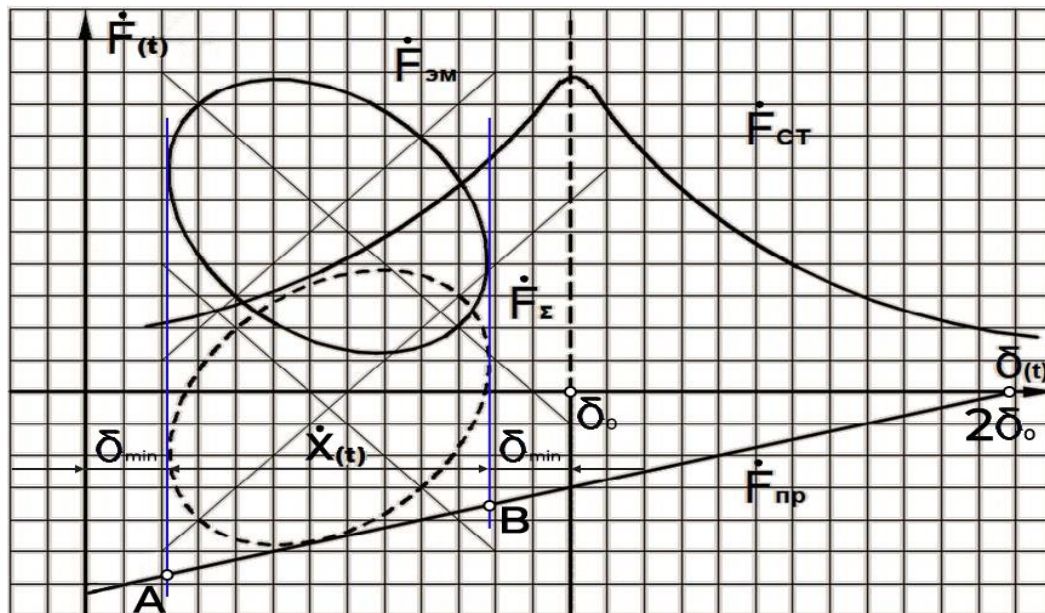


Рис. 4. Естественная механическая характеристика ЭМВ НЧК  
Fig. 4. Natural mechanical characteristics of the EME LFO

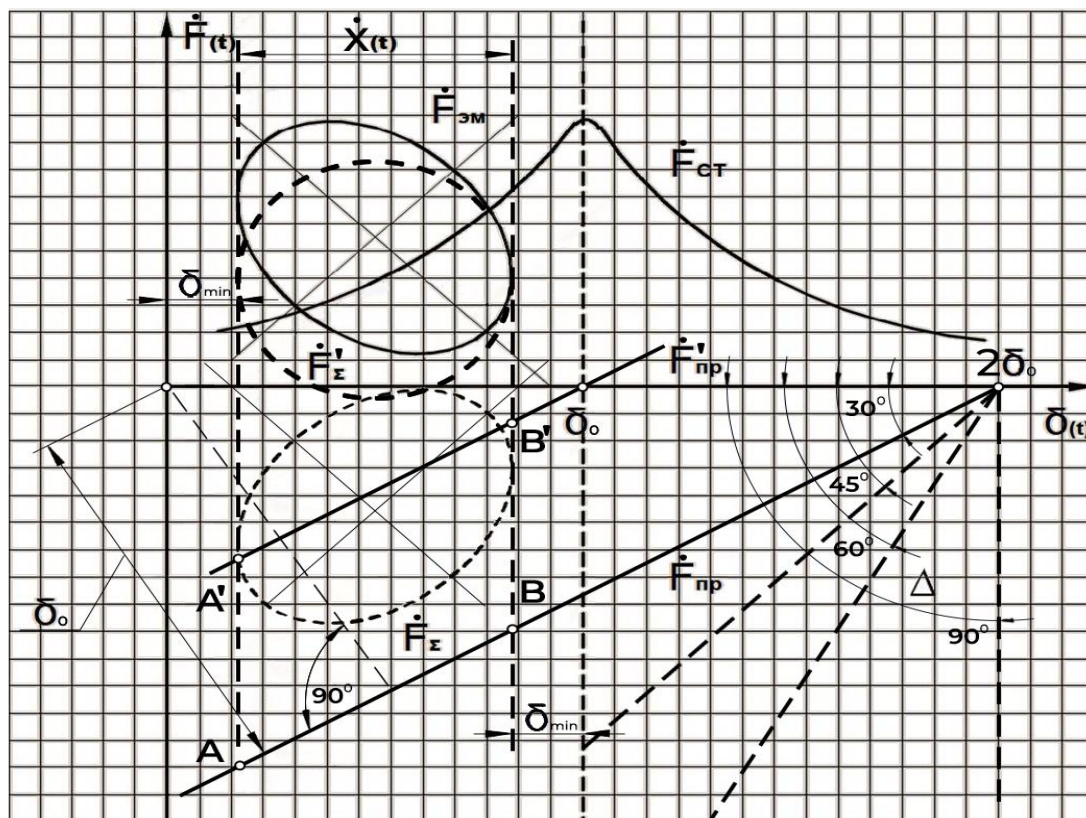


Рис. 5. Искусственная механическая характеристика ЭМВ НЧК  
Fig. 5. Artificial mechanical characteristic of the EME LFO

результатом суммирования электромагнитной составляющей тягового усилия и противодействующего усилия пружины ( $F_{\Sigma} = F_{эм} - F_{np}$ ).

Закон Гука и условие резонанса

Сила упругости пружины определяется прямой линией в соответствии с законом Гука:

$$F_{np} = k \cdot X(t)$$

где  $k$  – жесткость пружины.

Условие механического резонанса наступает, когда:

$$\delta(t) - X(vt) = \delta_0 = \delta_{рез},$$

где  $v$  – угловая частота.

#### Рабочий диапазон и геометрия характеристики

Нулевое значение усилия пружины ( $F_{np}=0$ ) определяется точкой пересечения прямой линии  $F_{np}$  (проходящей через точки  $A$  и  $B$ ) с осью ординат. Эта точка располагается в правой части графика механической характеристики, где механический

резонанс является убывающим (условно 1-й квадрант координатной оси, при отсчете зазора, начинающемся в точке  $2\delta(0)$ ). Следовательно, работа ЭМВ НЧК определяется рабочими параметрами, расположенными в левой части графика (1-й и 4-й квадранты координатной оси относительно центра). Анализ уточненной механической характеристики позволяет сделать следующие выводы:

- **Геометрическое место точек** функции суммарного тягового усилия  $F_{\Sigma}$  от изменяющегося параметра воздушного зазора будет представлять собой эллипс. Положение (подъем или опускание) этого эллипса зависит от угла наклона ( $\Delta$ ) функции силы упругости (прямой линии) к оси абсцисс, на которой выделяют три характерные точки: начало координат  $0$ ,  $\delta(0)$  и  $2\delta(0)$ .

- **Семейство механических характеристик** может быть получено путем изменения угла наклона  $\Delta$  в диапазоне  $0_0 < \Delta < 90_0$ . Это позволяет вы-

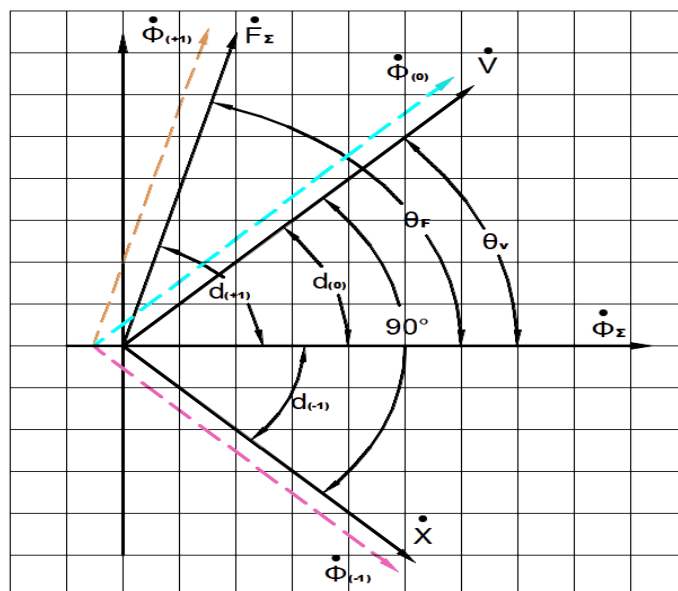


Рис. 6 Векторная диаграмма состояний активных параметров ЭМВ НЧК

Fig. 6. Vector diagram of states of the active parameters of the EME LFO

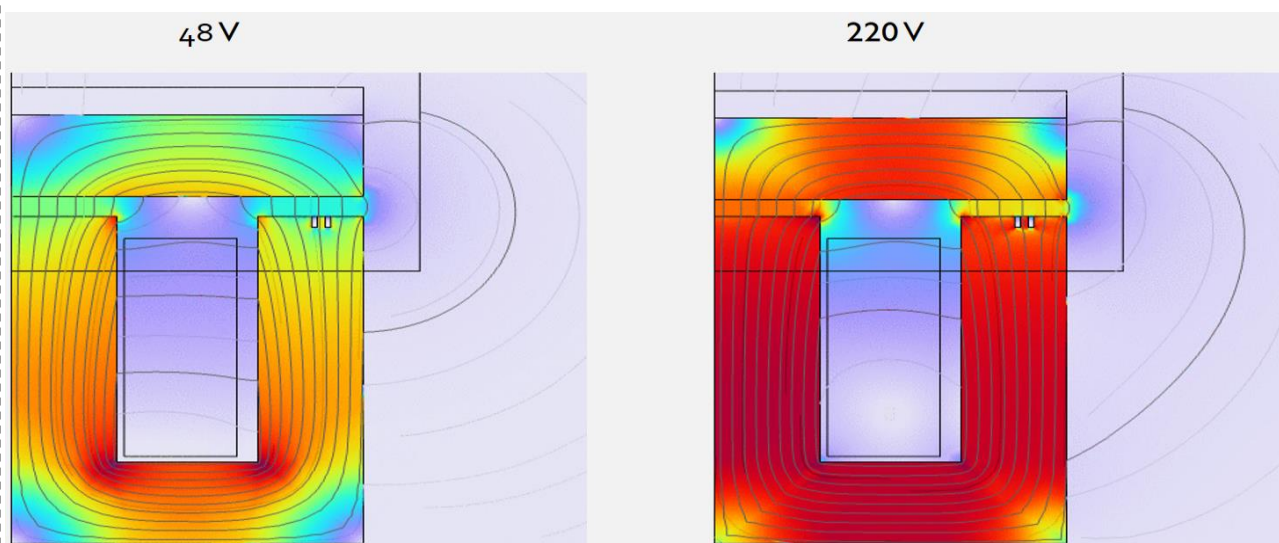


Рис. 7. Физика процессов в ЭМВ НЧК при разных значениях напряжения питания

Fig. 7. Physics of processes in the EME LFO at different supply voltage values

брать наиболее рациональную форму функции  $F_{\Sigma}$ : овал, эллипс или окружность.

• Особый интерес представляют два крайних ( $\Delta=0^\circ$ ,  $\Delta=90^\circ$ ) и три промежуточных положения ( $\Delta=30^\circ$ ,  $\Delta=45^\circ$ ,  $\Delta=60^\circ$ ), наиболее интересным является угол  $\Delta=30^\circ$ , при которой достигается желаемая форма окружности – искусственная характеристика.

#### **Связь механической характеристики с векторной диаграммой**

Сопоставление закономерностей, описывающих изменение угла наклона  $\Delta$  действующего усилия пружины ( $F_{пр}$ ) с траекторией суммарного тягового усилия ( $F_{\Sigma}$ ), а также анализ связей активных параметров на входе и выходе электромеханической системы показывает их взаимное соответствие векторной диаграмме (Рис. 5, 6).

Согласно этой векторной диаграмме (Рис. 6), оптимальному режиму функционирования ЭМВ НЧК соответствует состояние, при котором острый угол между вектором скорости и вектором тягового усилия стремится к  $30^\circ$  [5].

Векторная диаграмма состояний активных параметров также отражает механику колебательного движения при изменении напряжения (Рис. 7)

На Рис. 7 визуализированы результаты мультифизического моделирования электромагнитного возбудителя при двух значениях напряжения питания: 48 В и 220 В. Данная визуализация позволяет оценить распределение магнитных потоков и интенсивность физических процессов в системе.

• **Распределение магнитного поля:** на цветowych картах отчетливо видна разница в плотности магнитного потока в магнитопроводе и рабочем воздушном зазоре. При напряжении 220 В наблюдается значительно большая степень насыщения магнитной системы (отмечено красным цветом), что напрямую влияет на суммарное тяговое усилие  $F_{\Sigma}$

• **Линии магнитного потока:** визуализация силовых линий подтверждает адекватность созданной модели и корректность расчета взаимодействия между обмоткой и подвижной частью возбудителя.

• Влияние на механическую характеристику: различие в интенсивности процессов при разных напряжениях подтверждает тезис о необходимости точной подстройки электрической емкости контура (с помощью триммера) для компенсации изменений индуктивности и поддержания оптимального режима работы.

#### **Мультифизическое моделирование настроечного конденсатора**

##### **Общая концепция моделирования**

Поскольку для анализа электромеханических процессов используется программное обеспечение, включающее несколько связанных прикладных режимов (интерфейсов), данная модель классифицируется как мультифизическая [7–11].

Выбор граничных условий для мультифизической модели настроечного конденсатора осуществляется исходя из необходимости обеспечить соответствие его емкости параметрам резонансного

контура электромагнитного возбудителя низкочастотных колебаний (ЭМВ НЧК). Эти параметры должны позволить системе работать как на естественной (в реальном случае), так и на искусственной (в идеальном случае) механических характеристиках, анализ которых был представлен ранее [12, 13].

#### **Методологические рамки исследования**

Исследование имеет следующие ключевые компоненты:

• **Цель работы:** мультифизическое моделирование и всестороннее исследование электростатического устройства (настроечного конденсатора)

• **Объект исследования:** настроечный конденсатор (триммер), предназначенный для периодической точной настройки параметров емкости в последовательном контуре входной цепи питания ЭМВ НЧК.

• **Предмет исследования:** физические процессы, протекающие в электростатическом устройстве, которое включено последовательно с обмоткой электромагнита в цепи питания ЭМВ НЧК.

#### **Процесс мультифизического моделирования в COMSOL**

Моделирование выполняется с использованием интегрированной платформы COMSOL Multiphysics. Для обеспечения точности и надежности результатов процесс моделирования охватывает все необходимые этапы: от создания геометрии и определения свойств материалов до настройки решения и постобработки.

##### **Этапы работы с моделью**

При создании специализированной инженерной задачи возможности базового пакета COMSOL Multiphysics могут быть расширены за счет интеграции модулей расширения в любом их сочетании. Это позволяет применять в моделировании другие инженерные и математические программные средства [14].

Последовательность действий по созданию модели включает следующие этапы:

1. Настройка пользовательского интерфейса и построение геометрической модели.
2. Настройка физического интерфейса и описание материалов системы и их свойств.
3. Описание физики свойств материалов и выбор настроечных параметров.
4. Построение конечно-элементной сетки.
5. Выбор и запуск процесса исследования (Study).
6. Визуализация и постобработка результатов исследования.

##### **Заключительный этап**

На заключительном этапе возможно преобразование созданной модели в автономное приложение для моделирования со специальным пользовательским интерфейсом (Application Builder). Это позволит использовать его при разработке других элементов и модулей ЭМВ НЧК [15, 16, 17, 20].

• **Настройка моделирования и геометрия конденсатора**

##### **Настройка пользовательского интерфейса**

Для исследования электромеханической системы и упрощения задачи моделирования в программной среде Comsol Multiphysics были выбраны следующие настройки:

- Вкладка Model Wizard: выбран тип анализа 3D-моделирование и специализированный физический интерфейс «Magnetomechanics» (Магнитомеханика)

- Вкладка Study: Выбран тип исследования «Time Dependent» (Зависимый от времени), что позволяет анализировать процессы в функции изменения времени

Конструкция настроечного конденсатора (триммера)

Настроечный конденсатор, являющийся объектом исследования, имеет переменную емкость.

**Принцип регулировки:** Один из способов добиться переменной емкости – использование параллельно расположенных электродов с переменной площадью перекрытия. Емкость регулируется путем поворота одного из электродов (например, с помощью отвертки). При этом в технике часто требуется линейный угловой отклик емкости.

Настроечные конденсаторы используются для точной подстройки частоты в электрических цепях с последовательным резонансным контуром, в том числе в высокочастотных приложениях (радиочастотные и микроволновые фильтры).

### Геометрические параметры модели

В Таблице 1 представлены исходные геометрические параметры для создания 3D-модели настроечных конденсаторов.

### Геометрия настроечного конденсатора и этапы построения модели

#### Создание геометрической модели электродов

Построение трехмерной (3D) модели настроечного конденсатора включает следующие ключевые этапы:

1. Геометрическая модель поворотного электрода: создание геометрии электрода, который будет вращаться для изменения емкости.

2. Геометрическая модель зафиксированного электрода: создание стационарного электрода.

3. Геометрическая модель с подводящими элементами: включение в модель элементов, обеспечивающих электрическое подключение.

Таблица 1. Исходные данные для модели настроечного конденсатора

Table 1. Initial data for the trimmer capacitor model

Параметр	Обозначение	Значение	Описание
Толщина пластины	d	0.2 мм	
Внешний радиус пластины	r1	2.5 мм	
Внутренний радиус пластины 1	r10	0.5 мм	
Внутренний радиус пластины 2	r20	1.0 мм	
Расстояние между пластинами	d1	0.2 мм	
Ширина канавки	t1	0.3 мм	
Угол поворота регулируемого электрода	Alpha	30°	Начальный угол поворота

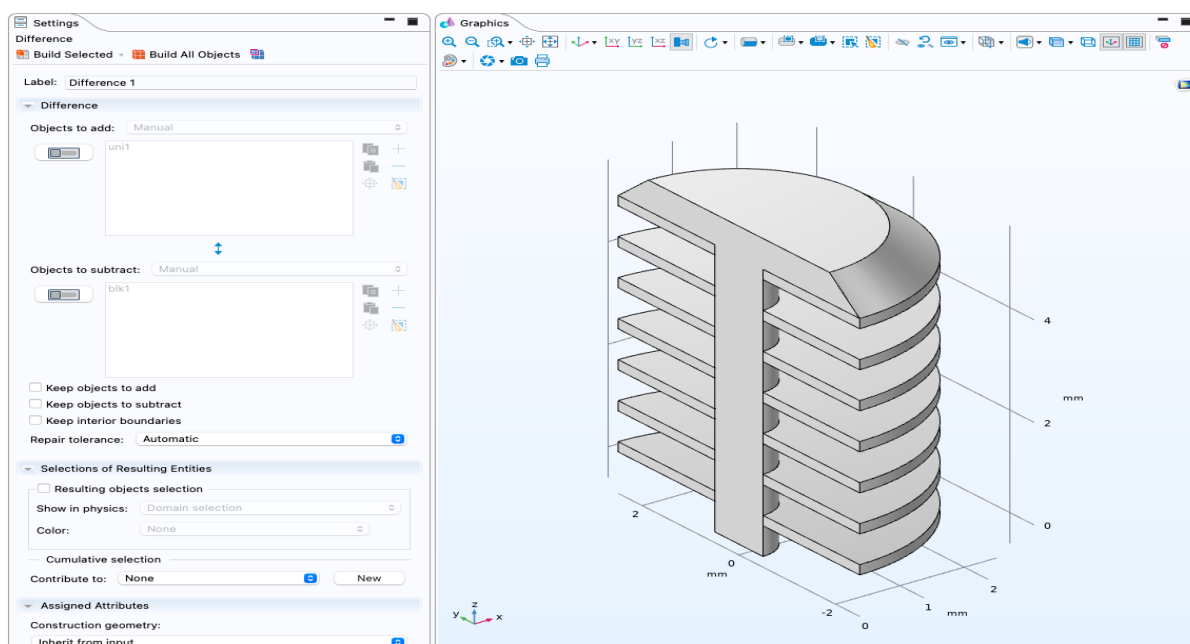


Рис. 8. Геометрическая модель поворотного электрода

Fig. 8. Geometric model of the rotary electrode

## Сборка и определение области моделирования

После создания отдельных компонентов выполняется сборка и определение граничных условий:

- Поворот электрода (Rotate) с блокирующей подложкой (Block): моделирование механизма регулировки, при котором поворотный электрод взаимодействует с фиксирующими элементами
- Окружающее пространство (сфера): определение воздушной или диэлектрической области вокруг конденсатора (в форме сферы) для корректно-

го расчета электрического поля

- Кумулятивные выборы (Cumulative Selection) – создание основных элементов (Tuning Electrode Boundary): применение кумулятивных выборов для логического объединения или выделения ключевых поверхностей (например, границы настроечного электрода) для дальнейшего назначения граничных условий.

Реализация описанной методики моделирования и дискретизации расчетной области позволила получить конкретные количественные зависимости и

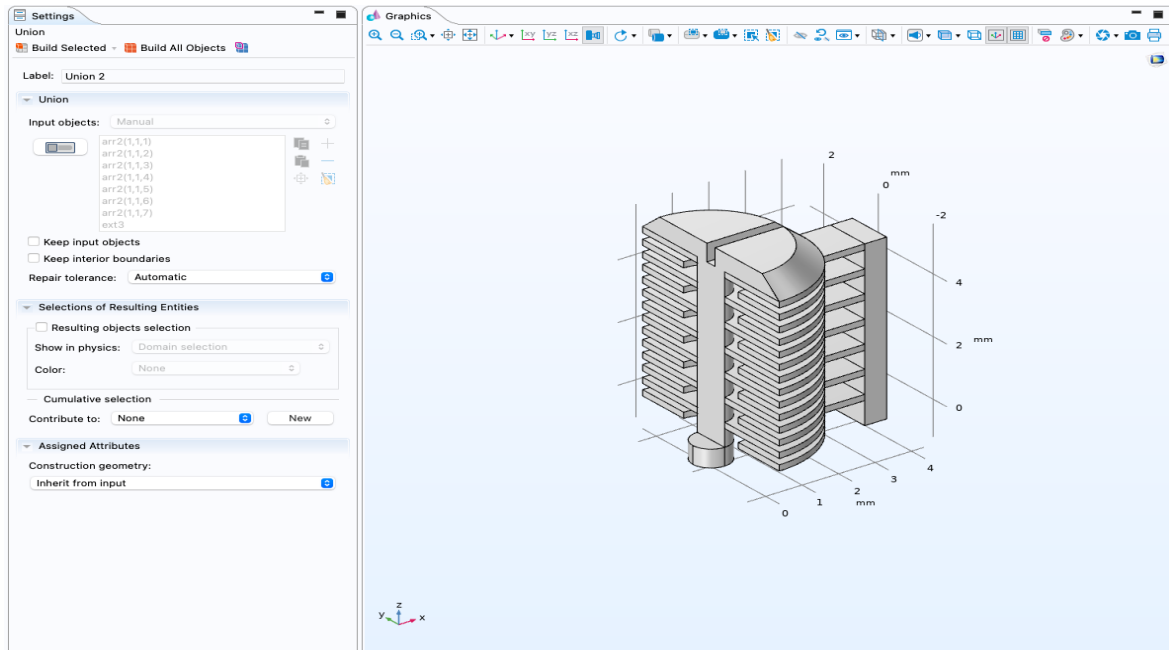


Рис. 9. Геометрическая модель зафиксированного электрода  
Fig. 9. Geometric model of a fixed electrode

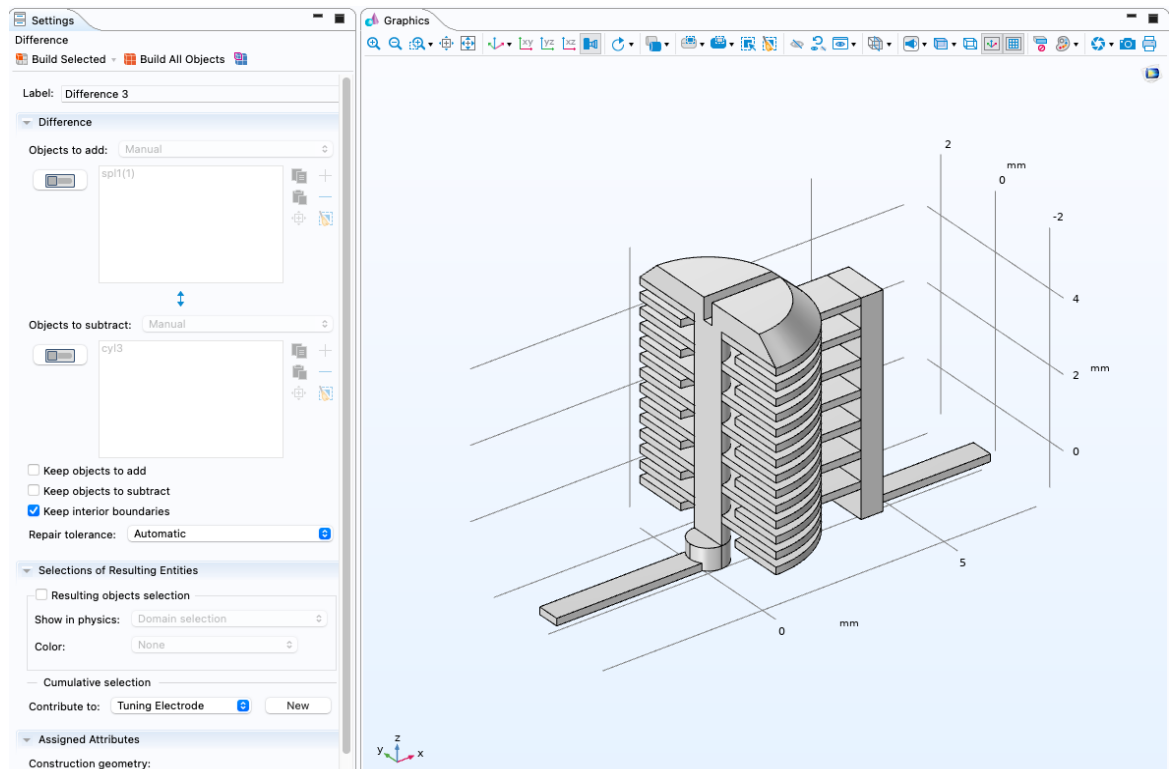


Рис. 10. Геометрическая модель с подводящими элементами  
Fig. 10. Geometric model with supply elements

визуализировать физику процессов в системе.

### Результаты исследования

#### Модель поворотного электрода настроенного конденсатора.

- Геометрическая модель в формате 3D: окончательное представление модели для визуализации и анализа.

- Mesh-построение сетки: разбиение области моделирования на конечно-элементную сетку для численного расчета.

- Область электрического поля: четкое определение области, в пределах которой будет рассчитываться распределение электрического поля.

Мультифизическое моделирование системы базируется на анализе распределения магнитных потоков и прецизионном расчете электростатических параметров триммера при изменении его геометрии. При этом анализ магнитной системы (Рис. 7) показывает, что при повышении напряжения до 220 В происходит интенсивное насыщение магнитопровода, визуализированное переходом цветового спектра в красную зону, что качественно меняет конфигурацию силовых линий и величину тягового усилия  $F_{\Sigma}$ . Это распределение напрямую коррелирует с вектором тягового усилия, траектория которого в оптимальной механической характеристике приближается к идеальной окружности при достижении своего оптимума.

Процесс поворота электрода: процесс изменения емкости реализуется через прецизионное регулирование угла поворота  $\Delta$  подвижного электрода относительно фиксированных пластин (Рис. 8–11).

- Геометрическое перекрытие: поворот на угол  $\Delta$  изменяет площадь эффективного перекрытия

между многоярусными пластинами электродов, что позволяет плавно варьировать емкость  $C$ .

- Взаимосвязь параметров: установленная зависимость  $C(\Delta)$  обеспечивает возможность точной подстройки контура под конкретный индуктивный импеданс системы, возникающий при различных режимах магнитного насыщения.

- Результат подстройки: механическое позиционирование электродов с учетом блокирующей подложки (Рис. 11) позволяет достичь условия резонанса напряжений, при котором угол между вектором скорости и вектором тягового усилия максимально приближается к оптимальному значению  $30^\circ$ .

#### Моделирование электростатического домена и расчетная сетка

Этап формирования расчетной области включает в себя создание виртуального пространства и дискретизацию модели для последующего численного анализа.

- **Формирование расчетного домена:** для корректного учета рассеяния электрического поля триммер помещается в окружающую сферу (Рис. 12), имитирующую бесконечное пространство. Внутренние границы этой области определяются контурами основных элементов (Tuning Electrode Boundary), что необходимо для задания граничных условий электростатики (Рис. 13, 14).

- **Дискретизация модели:** на Рис. 15 представлена визуализация конечно-элементной сетки (Finite Element Mesh). Для обеспечения высокой точности результатов в зонах малых зазоров между электродами применено адаптивное сгущение сетки с минимальным размером 0,2 мм, в то время как

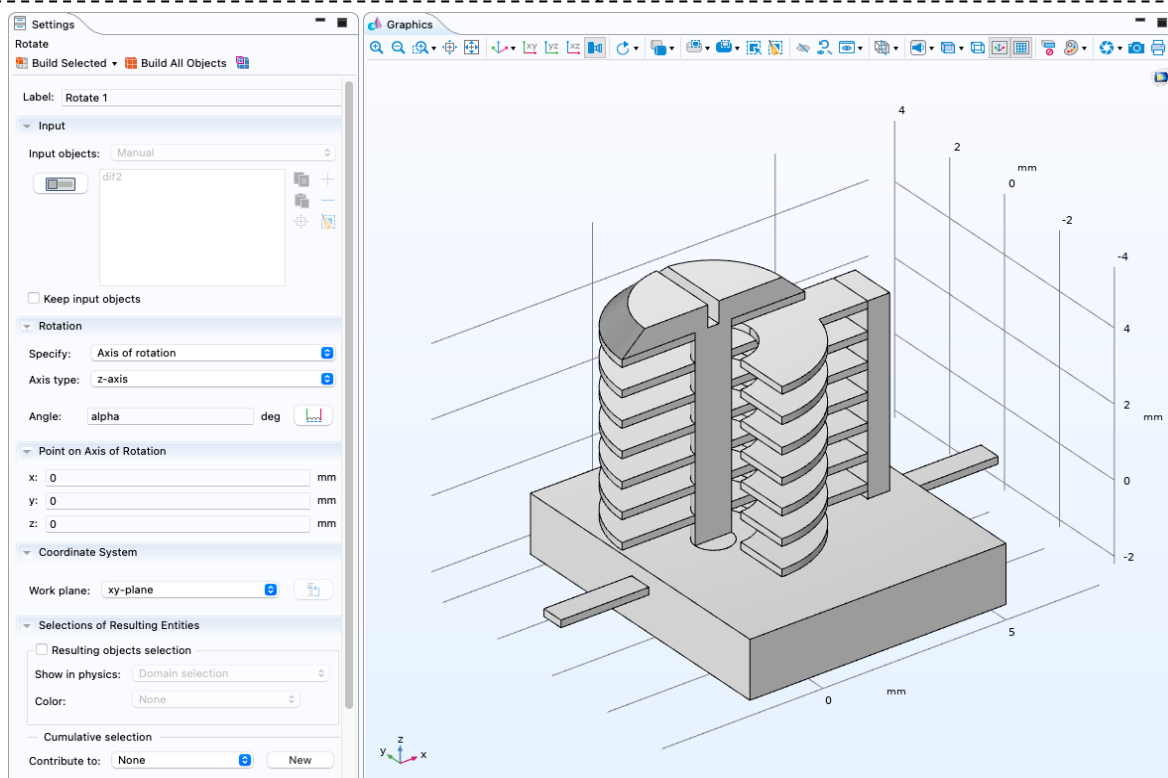


Рис. 11. Поворот электрода с блокирующей подложкой  
Fig. 11. Rotation of the electrode with a blocking substrate

для свободного пространства (воздушного домена) использованы более крупные тетраэдральные элементы.

• **Анализ распределения поля:** финальная визуализация области электрического поля (Рис. 16) демонстрирует норму напряженности поля ( $V/m$ ) в сечениях расчетного домена. Это позволяет верифицировать отсутствие пробоев и оценить влияние

краевых эффектов на общую емкость системы при различных углах поворота электрода.

**Кумулятивные выборки (Cumulative Selections), операция создания основных элементов (Tuning Electrode Boundary)**

### 3.3. Электростатический Анализ Настроечного Конденсатора

**Геометрия и электростатические параметры**

## Окружающее (пространство) сфера

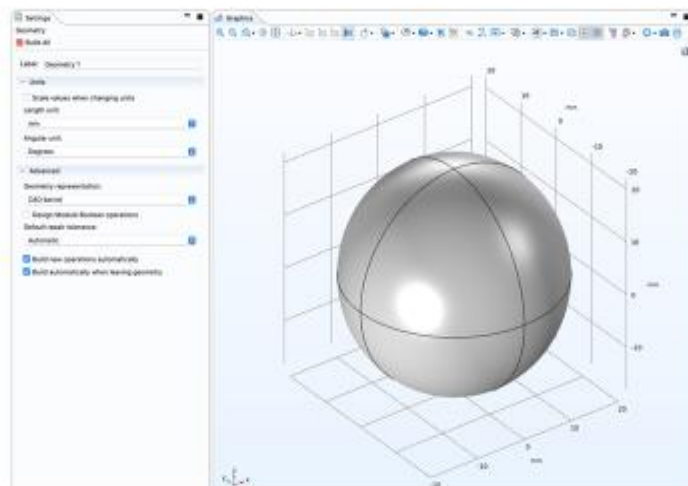


Рис. 12. Окружающее пространство (сфера)  
Fig. 12. Surrounding space (sphere)

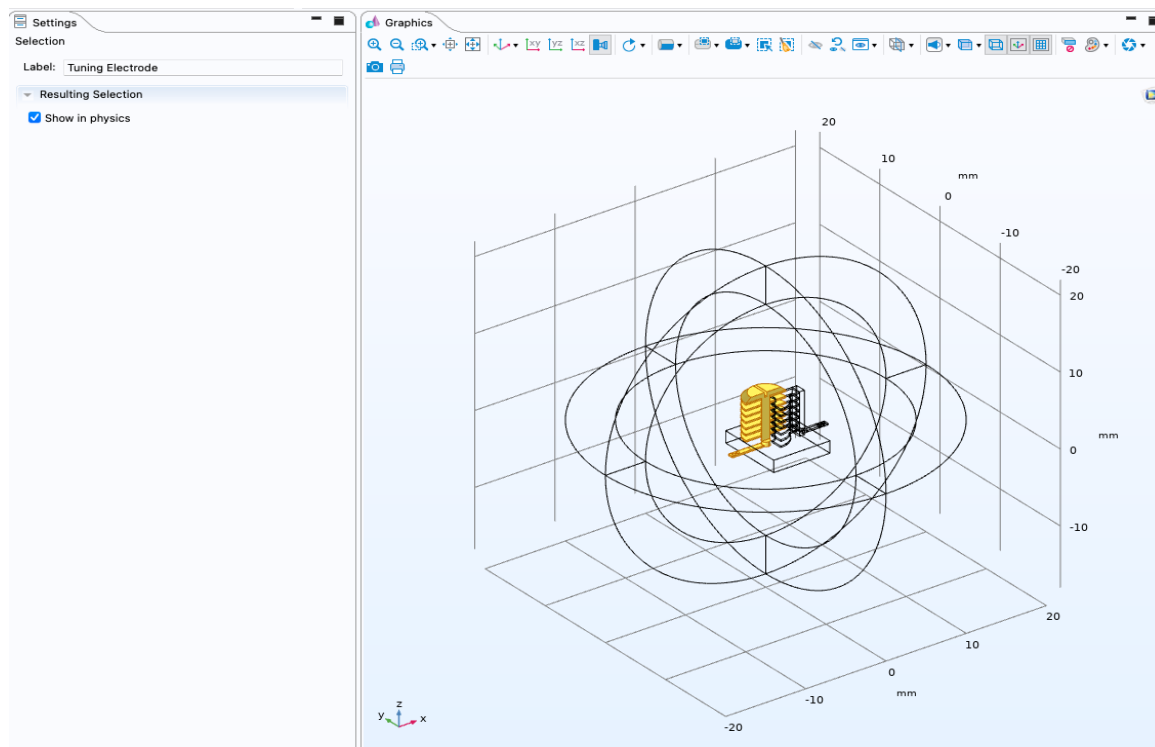


Рис. 13. Контуры создания основных элементов (Tuning Electrode Boundary)  
Fig. 13. Contours for creating basic elements (Tuning Electrode Boundary)

Анализ проводился для триммерного конденсатора с круглыми обкладками, модель которого создана в 3D-формате. Ключевые результаты электростатического моделирования включают:

**Распределение электрического потенциала и поверхностной плотности заряда:**

Визуализация распределения этих параметров на поверхности и в объеме электродов позволяет оценить равномерность поля и зоны концентрации заряда.

Комментарий: высокая поверхностная плотность заряда обычно наблюдается на острых кром-

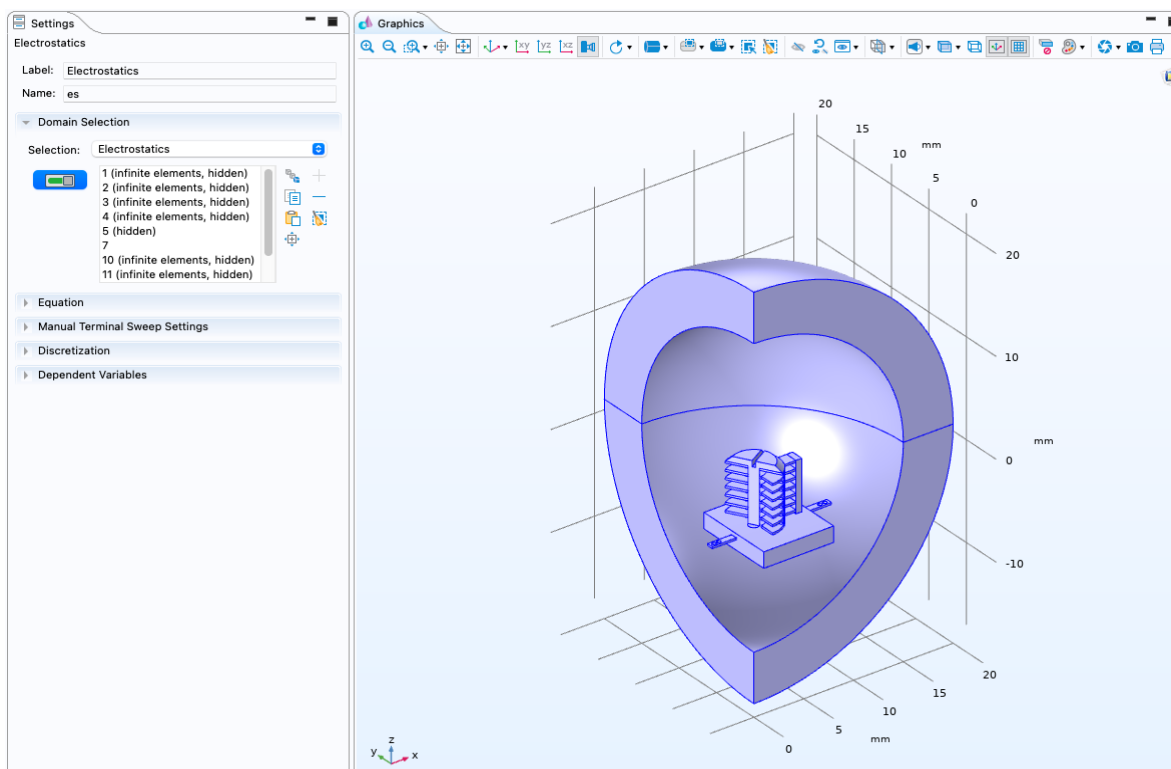


Рис. 14. Геометрическая модель в формате 3D  
Fig. 14. Geometric model in 3D format

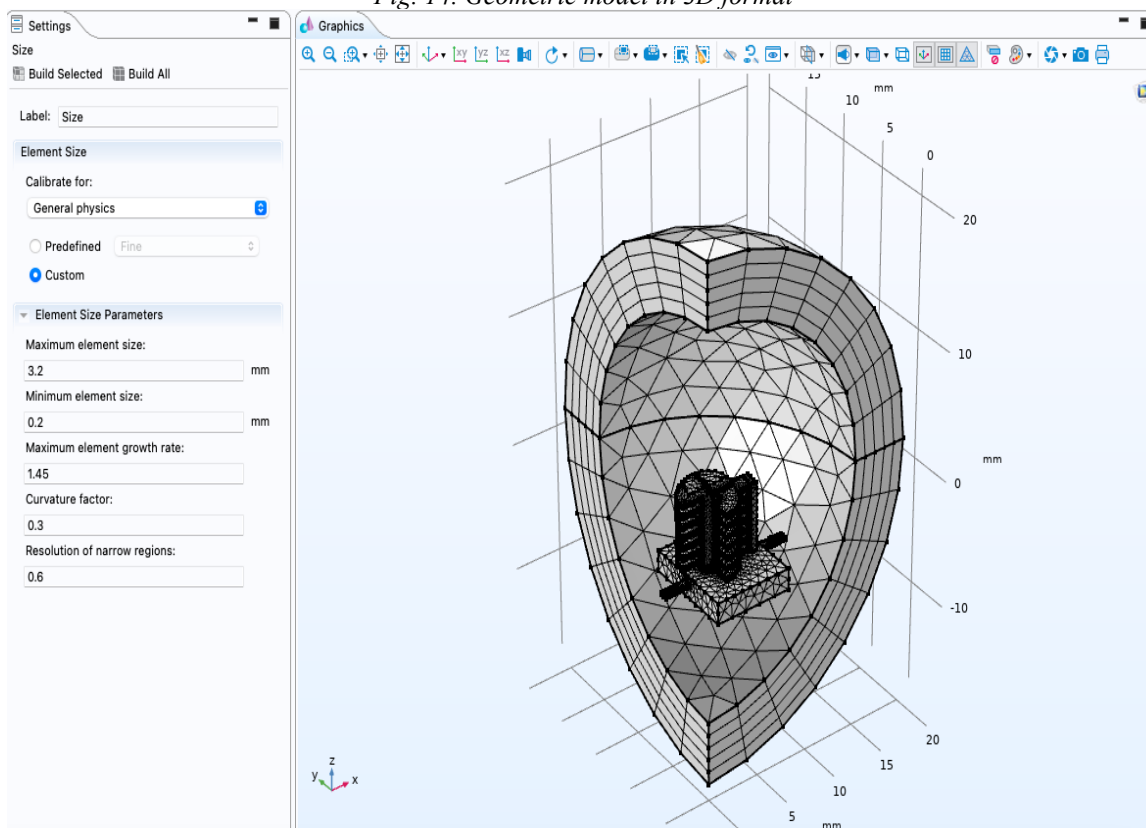


Рис. 15. Визуализация конечно-элементной сетки  
Fig. 15. Visualization of finite element mesh

ках или зонах минимального воздушного зазора.

### Диапазон изменения емкости

Ключевой задачей моделирования является определение диапазона изменения емкости конденсатора в зависимости от угла поворота ( $\alpha$ ) подвиж-

ного электрода.

### График «Maxwell capacitance (pF) – alpha (угол поворота настроечного электрода)»

Данный график представляет собой зависимость расчетной емкости (в пикофарадах) от угла поворо-

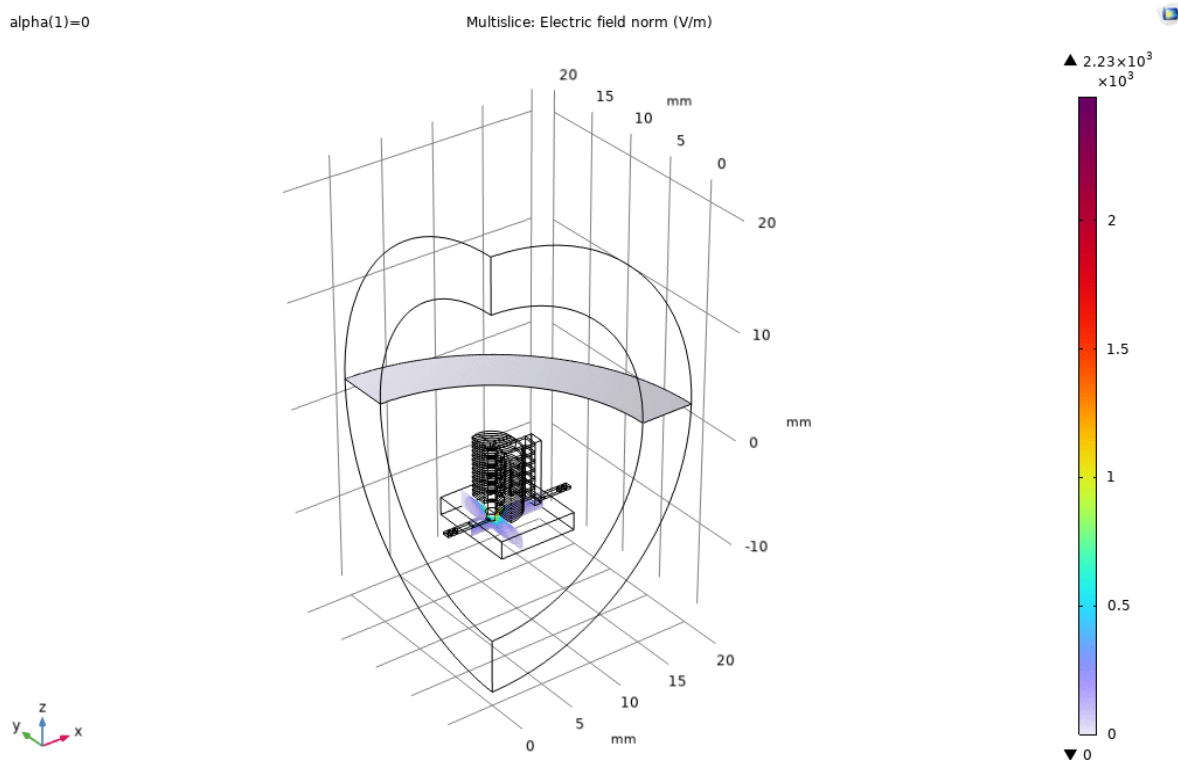


Рис. 16. Визуализация области электрического поля  
Fig. 16. Visualization of the electric field region

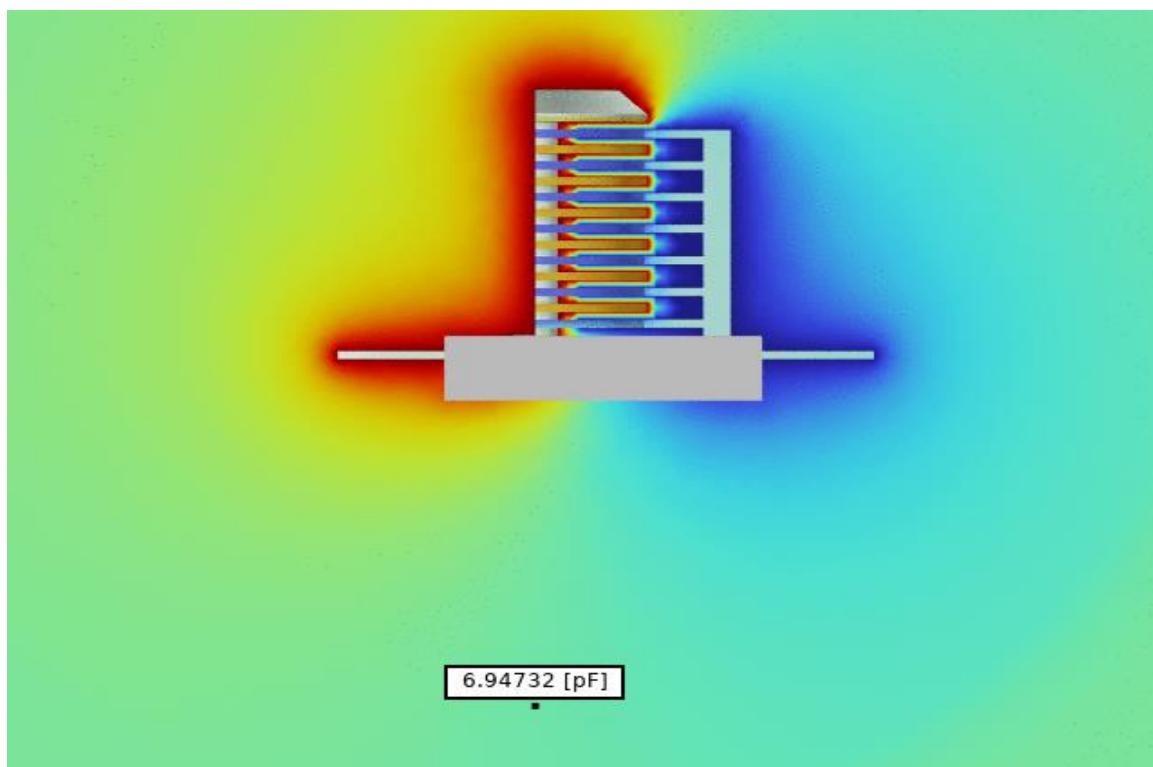


Рис. 17. Настраиваемый конденсатор с круглыми обкладками  
Fig. 17. Trimmer capacitor with round plates

alpha(1)=0 Multislice: Electric potential (V) Surface: Surface charge density (C/m<sup>2</sup>)  
Surface: Electric potential (V)

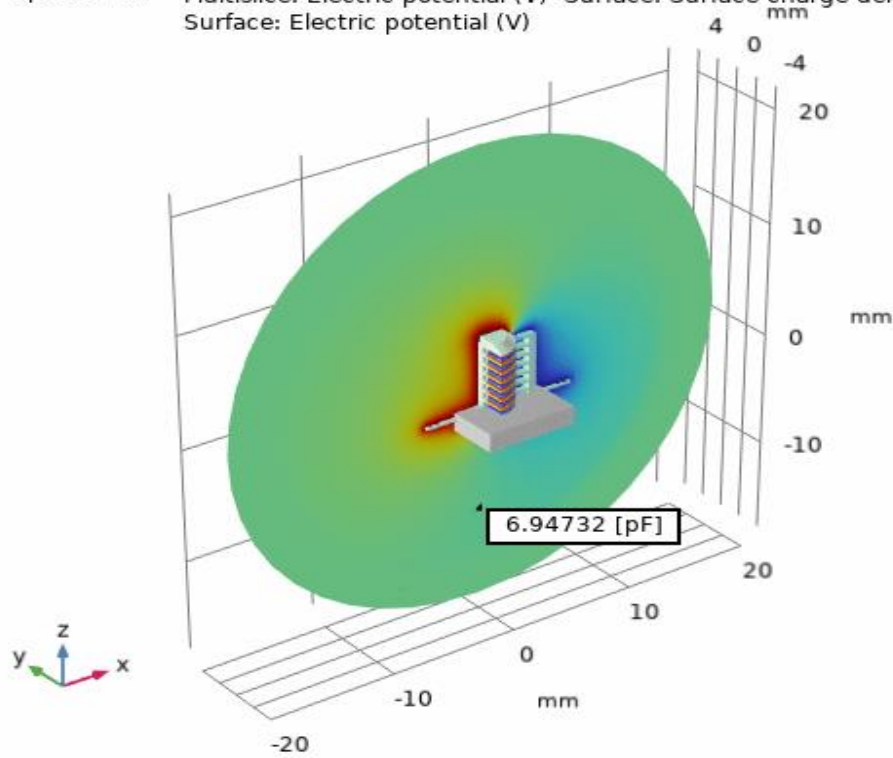


Рис. 18. Определение диапазона изменения емкости конденсатора в зависимости от угла поворота

Fig. 18. Determining the range of change in capacitor capacitance depending on the rotation angle

alpha(1)=0 Multislice: Electric potential (V) Surface: Surface charge density (C/m<sup>2</sup>) Surface: 1 (1)

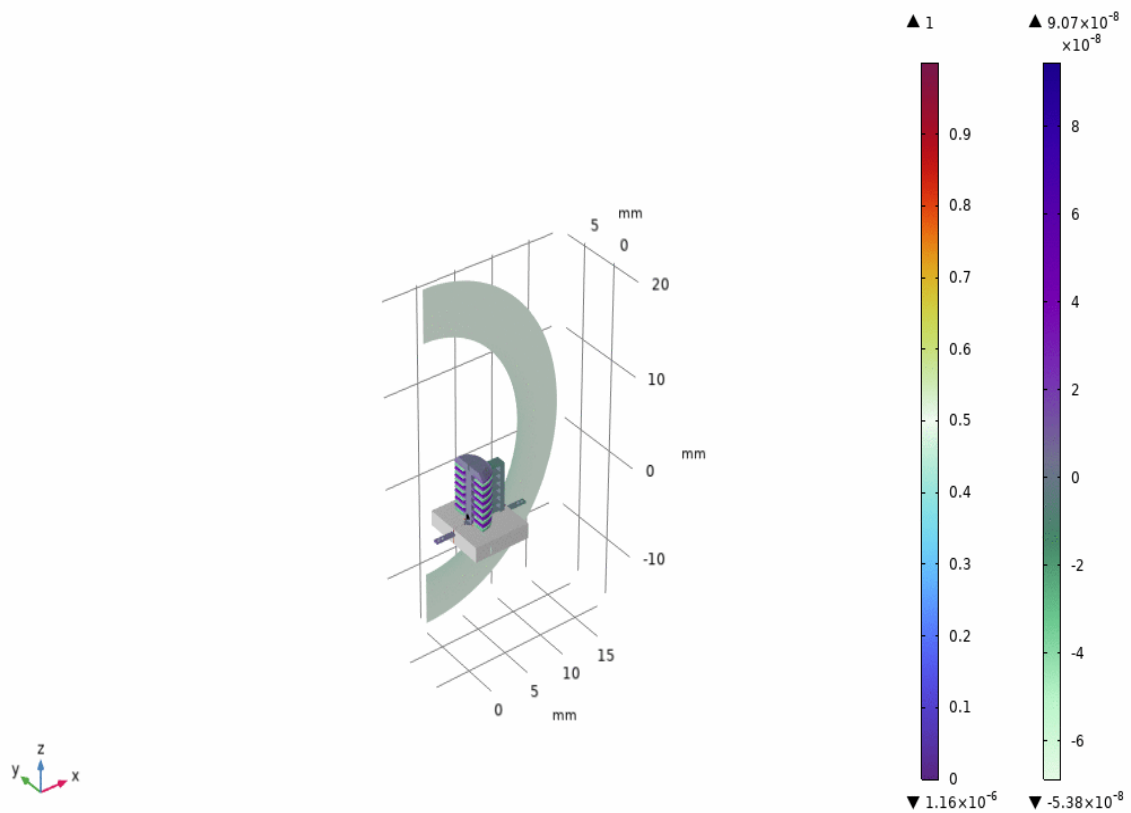


Рис. 19. Распределение электрического потенциала и поверхностной плотности заряда  
Fig. 19. Distribution of electric potential and surface charge density

та ( $\alpha$ ) настроечного электрода.

#### График «Поверхностной плотности заряда и емкости в системе от угла поворота»

Этот комбинированный график отображает, как одновременно изменяются поверхностная плотность заряда и общая емкость системы при изменении угла ( $\alpha$ ).

Выводы по результатам:

Результаты моделирования подтверждают, что:

1. Емкость  $C$  изменяется в требуемом диапазоне (соответствующем условиям резонанса ЭМВ НЧК).

2. Зависимость  $C(\alpha)$  является близкой линейной, что необходимо для точной и предсказуемой настройки резонансного контура.

3. Численные данные из модели ( $C_{расч}$ ) могут быть использованы для корректировки угла  $\Delta$  наклона усилия пружины, обеспечивая достижение режима ( $30^\circ$  на векторной диаграмме).

#### Анализ электростатических характеристик и расчет емкости

• **Визуализация электростатического потенциала:** На Рис. 17–19 показано распределение электрического потенциала ( $V$ ) и плотности заряда вокруг круглых обкладок конденсатора. Градиентная заливка подтверждает концентрацию поля в межэлектродном пространстве и его плавное рассеяние в окружающую среду, что позволяет точно учесть краевые эффекты при расчете общей емкости.

• **Определение диапазона регулирования:** С помощью мультифизического анализа в COMSOL определен рабочий диапазон изменения емкости в зависимости от взаимного перекрытия электродов (Рис. 18), составивший значения от  $\sim 1.3$  до  $\sim 6.2$  пФ при заданных габаритах.

• **Функциональная зависимость  $C(\alpha)$ :** Ключевым результатом моделирования является график

на Рис. 20, отображающий нелинейную зависимость емкости Максвелла (Maxwell capacitance) от угла поворота настроечного конденсатора ( $\alpha$ ). Эта кривая служит математической основой для автоматизированного управления резонансным режимом системы, позволяя точно сопоставить механический угол поворота триммера с требуемой электрической емкостью.

На основе полученной зависимости емкости от угла поворота настроечного конденсатора  $C(\alpha)$  (Рис. 20) и результатов мультифизического моделирования можно сформулировать следующие практические рекомендации для проектирования и эксплуатации ЭМВ НЧК:

#### 1. Калибровка системы управления

• **Создание таблицы соответствия:** необходимо интегрировать полученный график  $C(\alpha)$  в программное обеспечение контроллера управления в виде аппроксимирующей функции или Look-up table. Это позволит системе мгновенно определять необходимый угол поворота триммера  $\alpha$  для достижения целевой резонансной емкости  $C_{omm}$ .

• **Учет нелинейности:** поскольку  $C(\alpha)$  имеет выраженную нелинейность (Рис. 20), привод настроечного конденсатора должен обладать высокой дискретностью шага в диапазоне углов  $0^\circ$ – $60^\circ$ , где изменение емкости происходит наиболее интенсивно.

#### 2. Оптимизация рабочего диапазона

• **Выбор начального положения:** для обеспечения максимальной чувствительности настройки рекомендуется выбирать рабочую точку в средней части диапазона (около  $90^\circ$ ), что обеспечит запас по регулировке емкости как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения при изменении индуктивности ЭМВ.

• **Компенсация температурного дрейфа:** при

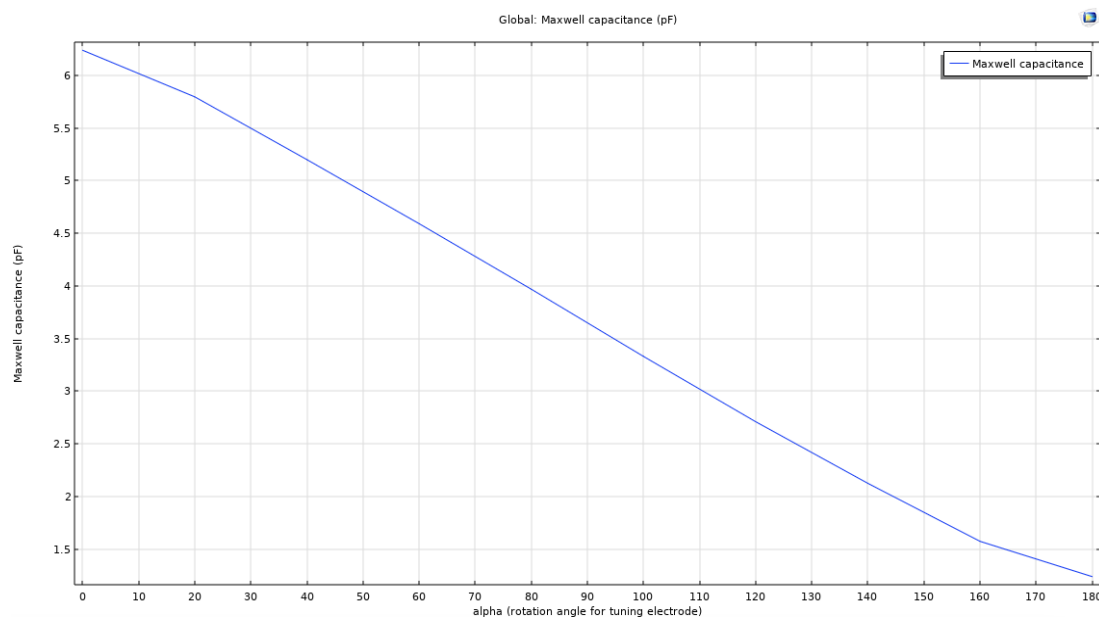


Рис. 20. График (Maxwell capacitance (pF)) альфа (угол поворота настроечного электрода), поверхностной плотности заряда и емкости в системе от угла поворота

Fig. 20. Graph of (Maxwell capacitance (pF)) alpha (angle of rotation of the tuning electrode), surface charge density and capacitance in the system from the angle of rotation

эксплуатации системы следует учитывать, что изменение геометрии пластин при нагреве может сместить кривую  $C(\alpha)$ . Рекомендуется проводить периодическую автокалибровку «нулевого» угла поворота.

### 3. Настройка условий резонанса

- Синхронизация с вектором тягового усилия: регулировку угла  $\alpha$  следует производить до момента, пока фазовый сдвиг в цепи не обеспечит угол в  $30^\circ$  между векторами скорости и тягового усилия. Это гарантирует переход механической характеристики от «естественного» овала к «искусственной» окружности.

- Автоматизация подстройки: использование выявленной зависимости  $C(\alpha)$  позволяет реализовать алгоритм автоматического поиска резонанса напряжений: система может изменять угол поворота триммера, отслеживая максимум тока в контуре в режиме реального времени.

### 4. Конструктивные рекомендации

- Прецизионный привод: для реализации расчетных характеристик рекомендуется использовать шаговый микродвигатель с редуктором, обеспечивающим точность позиционирования электрода не менее  $0,5^\circ$ .

- Защита от помех: учитывая малые значения емкости (единицы пикофарад), подводящие шины (Рис. 10) должны иметь жесткую фиксацию и экранирование, чтобы паразитная емкость монтажа не вносила погрешность в расчетную кривую  $C(\alpha)$ .

Выявленные зависимости параметров и траекторий тягового усилия нуждаются в глубокой технической интерпретации и сопоставлении с условиями резонансной настройки контура.

#### Обсуждение

**Концептуальные и методологические достижения**

1. **Введены ключевые понятия механических характеристик:** на основе анализа принципов функционирования возбудителя колебаний выведены и определены два ключевых понятия механических характеристик: искусственная (идеальная окружность) и естественная (овал с переходом в эллипс). Обе характеристики определены как геометрическое место точек координат суммарного тягового усилия ( $F_{\Sigma}$ ) в функции воздушного зазора ( $\delta$ ).

2. **Обоснование оптимизации:** установлено, что переход от естественной механической характеристики к искусственной осуществляется посредством целенаправленной оптимизации параметров элементов последовательного резонансного контура в цепи питания возбудителя колебаний.

3. **Разработка методики:** разработана и верифицирована методика построения механической характеристики с оптимальной формой активного параметра на выходе во взаимозависимости с активным параметром на входе электромеханической системы (ЭМС) на основе мультифизического моделирования.

4.2. **Результаты мультифизического моделирования**

1. **Моделирование ключевого элемента:** осуществлено мультифизическое моделирование настроечного конденсатора (триммера), предназначенного для точной подстройки электрической емкости и частоты питания во входной цепи.

2. **Интегрированный анализ:** В рамках мультифизической модели настроечного конденсатора выполнено математическое и физическое описание механической характеристики и выявлена прямая связь механической характеристики с векторной диаграммой состояний параметров электромеханической системы.

3. **Подтверждение условий оптимальности:**

- Подтверждено соответствие векторной диаграмме: оптимальному режиму соответствует состояние, при котором острый угол между вектором скорости и вектором тягового усилия должен быть близким к  $30^\circ$ .

- На основе моделирования установлено, что траектория суммарного тягового усилия  $F_{\Sigma}$  максимально приближается к идеальной окружности (искусственная механическая характеристика) при угле поворота  $\Delta=30^\circ$ , что соответствует оптимальной емкости ( $C_{opt}$ ).

4. **Практическая применимость:** Полученные результаты подтверждают возможность автоматизированной оптимизации режима работы возбудителя: точное определение зависимости  $C(\Delta)$  является ключевым, так как путем механического регулирования можно точно подстраивать электрический параметр (емкость), обеспечивая условие резонанса напряжений и таким образом доказывая возможность дистанционного автоматизированного управления электрическим режимом системы.

4.3. **Выводы по инструментальной разработке**

1. **Надежность моделирования:** для обеспечения точности и надежности результатов в процесс моделирования были включены все основные этапы: от создания геометрии, определения свойств материалов до настройки решения и постобработки. Анимации и визуализация динамических процессов коррелируют с заданными граничными условиями и теоретическими выкладками при определении активных и пассивных параметров ЭМС.

2. **Создание приложения:** успешная реализация всех этапов позволила создать автономное приложение для моделирования со специальным пользовательским интерфейсом, которое может быть применено при разработке других элементов и модулей ЭМВ НЧК, повышая эффективность проектирования.

По аналогии с [19–21] интегрируем полученные данные в общую мультифизическую модель ЭМВ НЧК и определим прикладную значимость результатов исследования.

**Прикладная ценность результатов исследования**

Практическая ценность работы заключается в разработке инженерной методики программного инструментария для прецизионного управления

режимами работы электромагнитных возбудителей низкочастотных колебаний (ЭМВ НЧК). Основные результаты, имеющие прикладное значение, включают:

- **Алгоритмизация управления резонансом:** Полученная математическая зависимость емкости от угла поворота настроечного электрода  $C(\alpha)$  позволяет автоматизировать процесс настройки последовательного резонансного контура. Это обеспечивает возможность оперативного перехода системы в режим резонанса напряжений без прерывания технологического процесса.

- **Достижение оптимальных механических характеристик:** Установление условия оптимальности (угол 30 между векторами скорости и тягового усилия) служит критерием для автоматизированных систем управления при формировании «искусственной» круговой характеристики ЭМВ НЧК. Это гарантирует стабильность амплитуды колебаний и повышение энергоэффективности оборудования.

- **Снижение трудоемкости проектирования:** Разработанное автономное приложение с пользовательским интерфейсом позволяет проводить быстрый пересчет параметров триммера при изменении конструктивных модификаций ЭМВ, исключая необходимость повторного создания сложных конечно-элементных моделей в универсальных программных пакетах.

- **Дистанционное управление:** Доказанная взаимосвязь между механическим регулированием угла поворота триммера и электрическим режимом открывает возможность создания защищенных систем дистанционного оборудования, работающего в агрессивных средах или труднодоступных зонах.

- **Методологическая универсальность:** Предложенный алгоритм мультифизического моделирования – от построения 3D-геометрии до анализа векторных диаграмм – может быть адаптирован для проектирования широкого класса электромеханических систем с емкостной компенсацией реактивной мощности.

Обобщение результатов анализа прикладных аспектов модели и предложенных рекомендаций позволяет сформулировать итоговые выводы о достижении цели исследования.

#### **Заключение**

В ходе проведенного исследования была решена задача оптимизации электрического режима работы электромагнитного возбудителя низкочастотных механических колебаний (ЭМВ НЧК) посредством мультифизического моделирования настроечного конденсатора. На основании полученных данных сформулированы следующие выводы:

1. **Теоретическое обоснование характеристик:** впервые введено и обосновано разграничение между «естественной» (эллиптической) и искусственной (круговой) механическими характеристиками. Доказано, что геометрическое место точек суммарного тягового усилия  $F_{\Sigma}$  в функции зазора  $\delta$  напрямую определяется точностью настройки электрической емкости контура.

2. **Установление условий оптимальности:** установлено критическое условие достижения идеальной механической характеристики: траектория  $F_{\Sigma}$  максимально приближается к форме окружности при угле между вектором скорости и вектором тягового усилия, близком к  $30^{\circ}$ . Данный режим соответствует состоянию резонанса напряжений в системе.

3. **Математическая зависимость:** Выявлена и верифицирована аналитическая зависимость емкости от угла поворота триммера  $C(\Delta)$ . Это подтверждает возможность прецизионного управления параметрами системы за счет механического позиционирования пластин конденсатора.

4. **Практическая реализация и автоматизация:** Доказана принципиальная возможность создания систем дистанционного и автоматизированного управления ЭМВ НЧК. Разработанное в рамках работы автономное приложение с пользовательским интерфейсом позволяет существенно сократить временные затраты на проектирование и настройку различных модификаций возбудителей.

5. **Верификация методики:** Полный цикл моделирования – от построения геометрии до визуализации динамики – подтвердил высокую надежность предложенного мультифизического подхода, что открывает перспективы для его применения в смежных областях электромеханики.

#### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Липай Б. Р., Маслов С. И. Компьютерные модели электромеханических систем: модели основных компонентов электромеханических систем. М. : Изд. дом МЭИ, 2022.
2. Электромагнитные устройства и электроника : практикум [Электронный ресурс] / [Вавилова И. В. и др.] ; Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. Уфа : УГАТУ, 2021. URL: [https://www.ugatu.su/media/uploads/MainSite/Ob%20universitete/Izdateli/EI\\_izd/2021-185.pdf](https://www.ugatu.su/media/uploads/MainSite/Ob%20universitete/Izdateli/EI_izd/2021-185.pdf)
3. Пановко Г. Я. Лекции по основам теории вибрационных машин и технологий: Учеб. пособие для вузов. М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 192 с.: ил. 4.
4. Вибрации в технике: Справочник в 6 т. Том 2. Колебания нелинейных механических систем. Под ред. Блехмана И. И. М., 1989.
5. Туманов И. Е. Электромагнитный возбудитель низкочастотных механических колебаний. Вопросы теории, моделирования, разработки и прикладной значимости // Интеллектуальная электротехника. 2021. № 1. С. 83–92. DOI: 10.46960/2658-6754\_2021\_1\_83.
6. Туманов И. Е. Параметрический синтез механической характеристики электромагнитного возбудителя низкочастотных колебаний на основе методов аналитической геометрии и его мультифизическое моделирование // Электрооборудование: эксплуатация и ремонт. 2023. № 10.
7. Янкин С. Электротехнические расчеты в COMSOL Multiphysics // Вебинар Московского представительства Multiphysics. 2019.

8. Янкин С. Вибрационный анализ в COMSOL Multiphysics // Вебинар Московского представительства Multiphysics. 2019.

9. Янкин С. Сопряженные магнитные и механические расчеты в COMSOL Multiphysics // Вебинар Московского представительства Multiphysics. 2019.

10. Sonnerlind H. Performing Random Vibration Analyses in COMSOL Multiphysics // Webinar: Random Vibration. 2019.

11. Образовательный портал Томского политехнического университета [Электронный ресурс]. Томск, 2024. URL: <https://portal.tpu.ru/SHARED/r/RASPOPOVANI/Teaching/> (дата обращения: 08.04.2025)

12. Finite-element Methods for Electromagnetics. Stanley Humphries President, Field Precision LLC Professor Emeritus, University of New Mexico, Published by Field Precision LLC. E-mail: [techinfo@fieldp.com](mailto:techinfo@fieldp.com) Internet: <http://www.fieldp.c> (Originally published under the title Field Solutions on Computers by CRC Press, 1997.).

13. Григорьев А. Д. Методы вычислительной электродинамики. М. : изд. фирма «Физико-математическая литература», 2016.

14. Сопряженные мультифизические задачи, COMSOL NEWS // Журнал мультифизического моделирования. 2018. № 3.

15. Chen A. B. Optimization Techniques for Power Delivery in Vibratory Systems. Sensors and Actuators A: Physical, 2020. Vol. 301.

16. Thompson G. H. Nonlinear Effects in Low-Frequency Electromagnetic Actuators // Journal of Applied Physics. 2015. Vol. 118. № 4.

17. Li Q. Remote Control of Resonant Frequency in Inductive Power Transfer Systems // Applied Energy. 2019. Vol. 255.

18. COMSOL Multiphysics, AC/DC Module User's Guide, ver.6.1. Stockholm, Sweden: COMSOL AB, 2022. Available: <https://doc.comsol.com/6.1/doc/com.comsol.help.acdc/ACDCModuleUsersGuide.pdf> (Main guide for electrostatic and magnetics field Multiphysics calculation).

19. Туманов И. Е. Конструирование и анализ мультифизической модели трехфазного электромагнитного возбудителя низкочастотных колебаний с четырехконтурным силовым модулем // iPolytech Journal. 2025. № 29(1). С. 107–122. DOI: 10.21285/1814-3520-2025-1-107-122

20. Туманов И. Е. Построение и анализ мультифизической модели двухтактного электромагнитного возбудителя низкочастотных колебаний // Горное оборудование и электромеханика. 2025. № 1 (177). С. 13–24. DOI: 10.26730/1816-4528-2025-1-13-24.

21. Туманов И. Е. Мультифизическое моделирование и разработка электромагнитного возбудителя низкочастотных колебаний в качестве преобразователя возобновляемых источников энергии. // Горное оборудование и электромеханика. 2025. № 3(179). С. 21–29. DOI: 10.26730/1816-4528-2025-3-21-29.

© 2026 Авторы. Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Об авторах:

**Туманов Исакул Елегенович**, канд. техн. наук, доцент, КазНУ имени аль-Фараби (050040, Казахстан, г. Алматы, проспект Аль-Фараби, 71, ORCID: 0000-0001-9874-5788, e-mail: [altumani@gmail.com](mailto:altumani@gmail.com))

Заявленный вклад авторов:

Туманов Исакул Елегенович – постановка исследовательской задачи, выводы, концептуализация исследования, научный менеджмент. сбор и анализ данных, написание текста, обзор соответствующей литературы.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

## Original article

DOI: 10.26730/1816-4528-2026-3-64-82

**Issakul E. Tumanov**

Al-Farabi Kazakh National University

\* for correspondence: [altumani@gmail.com](mailto:altumani@gmail.com)

**MULTIPHYSICAL MODELING OF A TUNING CAPACITOR IN A RESONANT CIRCUIT IN AN ELECTROMAGNETIC EXCITER OF LOW-FREQUENCY MECHANICAL VIBRATIONS**



### Article info

Received:

27 November 2025

Accepted for publication:

15 May 2026

Accepted:

15 June 2026

**Keywords:** multiphysical modeling, tuning capacitor (trimmer), electromagnetic exciter, low-frequency oscillations, resonant circuit, voltage resonance, mechanical characteristic, vector diagram

### Abstract.

This paper explores multiphysical modeling of a key power supply circuit element – a tuning capacitor (trimmer) integrated into a series resonant circuit of an electromagnetic exciter of low-frequency mechanical oscillations (EMF LFO). The study focuses on the targeted optimization of the electrical mode of the EMF LFO to achieve an ideal (artificial) mechanical characteristic. This paper introduces for the first time the key concepts of artificial (ideal circle) and natural (oval/ellipse) mechanical characteristics, defined as the locus of points of the total traction force ( $F_{\Sigma}$ ) as a function of the air gap ( $\delta$ ). It is substantiated that the transition to the optimal shape of the characteristic is achieved by fine-tuning the electrical capacitance of the circuit. A detailed mathematical and physical description of the tuning capacitor is provided within the framework of a multiphysical model. Modeling has demonstrated a direct relationship between the electrical parameters, mechanical characteristic, and the EMF state vector diagram. An optimality condition was established and confirmed: the  $F_{\Sigma}$  trajectory approaches a perfect circle as closely as possible when the angle between the velocity vector and the traction vector is close to  $30^{\circ}$ . This mode is achieved at a specific rotation angle ( $\alpha$ ) of the tuning capacitor, corresponding to the optimal capacitance ( $C_{opt}$ ). A key practical result is the precise determination of the  $C(\Delta)$  dependence. This proves the fundamental feasibility of automated control of the system's electrical mode: mechanical adjustment of the trimmer's rotation angle allows for precise adjustment of the electrical capacitance, ensuring voltage resonance. Thus, the simulation results confirm the feasibility of remote, automated control of the EME LFO operating mode. To ensure reliability, the simulation process includes all stages—from geometry creation to post-processing and visualization of dynamic processes. Successful verification of the methodology allowed for the creation of a standalone application with a user interface, significantly increasing design efficiency and the applicability of this methodology to other EME LFO modifications.

**For citation:** Tumanov I.E. Multiphysical modeling of a tuning capacitor in a resonant circuit in an electromagnetic exciter of low-frequency mechanical vibrations. *Mining Equipment and Electromechanics*, 2026; 3(185):64-82 (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.26730/1816-4528-2026-3-64-82, EDN: TLFZZU

### REFERENCES

1. Lipai B.R., Maslov S.I. Computer models of electromechanical systems: models of the main components of electromechanical systems. Moscow: MPEI Publishing House; 2022.
2. Electromagnetic devices and electronics: practical training [Electronic resource] / [Vavilova I. V. et al.]; Ufa State Aviation Technical University. Ufa: Ufa State Aviation Technical University; 2021. URL: [https://www.ugatu.su/media/uploads/MainSite/Ob%20universitete/Izddateli/El\\_izd/2021-185.pdf](https://www.ugatu.su/media/uploads/MainSite/Ob%20universitete/Izddateli/El_izd/2021-185.pdf)
3. Panovko G.Ya. Lectures on the fundamentals of the theory of vibration machines and technologies: Textbook for universities. Moscow: Publishing house of Bauman Moscow State Technical University; 2008. 192 p.: ill. 4.
4. Vibrations in Engineering: Handbook in 6 Volumes. Vol. 2. Oscillations of Nonlinear Mechanical Systems. Ed. I.I. Blekhman. Moscow, 1989.
5. Tumanov I.E. Electromagnetic Exciter of Low-Frequency Mechanical Oscillations. Theory, Modeling, Development, and Applied Significance. *Intelligent Electrical Engineering*. 2021; 1:83–92. DOI: 10.46960/2658-6754\_2021\_1\_83.
6. Tumanov I.E. Parametric Synthesis of the Mechanical Characteristics of an Electromagnetic Exciter of Low-Frequency Oscillations Based on Analytical Geometry Methods and Its Multiphysical Modeling. *Electrical Equipment: Operation and Repair*. 2023; 10.
7. Yankin S. Electrical Calculations in COMSOL Multiphysics. *Webinar of the Moscow Representative Office of Multiphysics*. 2019.
8. Yankin S. Vibration Analysis in COMSOL Multiphysics. *Webinar of the Moscow Representative Office of Multiphysics*. 2019.
9. Yankin S. Conjugate Magnetic and Mechanical Calculations in COMSOL Multiphysics. *Webinar of the Moscow Representative Office of Multiphysics*. 2019.
10. Sonnerlind H. Performing Random Vibration Analyses in COMSOL Multiphysics. *Webinar: Random Vibration*. 2019.
11. Educational portal of Tomsk Polytechnic University [Electronic resource]. Tomsk, 2024. URL: <https://portal.tpu.ru/SHARED/r/RASPOPOVANI/Teaching/> (accessed: 08.04.2025)
12. Finite-element Methods for Electromagnetics. Stanley Humphries President, Field Precision LLC Professor Emeritus, University of New Mexico, Published by Field Precision LLC. E-mail: [techinfo@fieldp.com](mailto:techinfo@fieldp.com) Internet: <http://www.fieldp.c> (Original-

ly published under the title Field Solutions on Computers by CRC Press, 1997.).

13. Grigoriev A.D. Methods of Computational Electrodynamics. Moscow: publ. firma "Physical and Mathematical Literature"; 2016.

14. Conjugate Multiphysical Problems, COMSOL NEWS. *Journal of Multiphysical Modeling*. 2018; 3.

15. Chen A.B. Optimization Techniques for Power Delivery in Vibratory Systems. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2020. Vol. 301.

16. Thompson G.H. Nonlinear Effects in Low-Frequency Electromagnetic Actuators. *Journal of Applied Physics*. 2015; 118(4).

17. Li Q. Remote Control of Resonant Frequency in Inductive Power Transfer Systems. *Applied Energy*. 2019; 255.

18. COMSOL Multiphysics, AC/DC Module User's Guide, ver.6.1. Stockholm, Sweden: COMSOL AB, 2022. Available:

<https://doc.comsol.com/6.1/doc/com.comsol.help.acdc/ACDCModuleUsersGuide.pdf> (Main guide for electrostatic and magnetic field Multiphysics calculation).

19. Tumanov I.E. Construction and analysis of a multiphysical model of a three-phase electromagnetic exciter of low-frequency oscillations with a four-circuit power module. *iPolytech Journal*. 2025;29(1):107–122. DOI: 10.21285/1814-3520-2025-1-107-122.

20. Tumanov I.E. Construction and analysis of a multiphysical model of a two-stroke electromagnetic exciter of low-frequency oscillations. *Mining equipment and electromechanics*. 2025; 1(177):13–24. DOI: 10.26730/1816-4528-2025-1-13-24.

21. Tumanov I.E. Multiphysical modeling and development of an electromagnetic exciter of low-frequency oscillations as a converter of renewable energy sources. *Mining equipment and electromechanics*. 2025; 3 (177):13–24. DOI: 10.26730/1816-4528-2025-1-13-24.

© 2026 The Authors. This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

*The authors declare no conflict of interest.*

*About the author:*

**Issakul E. Tumanov**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Al-Farabi Kazakh National University (050040, Kazakhstan, Almaty, Al-Farabi Avenue, 71) ORCID: 0000-0001-9874-5788, e-mail: altumani@gmail.com

*Contribution of the authors:*

Issakul E. Tumanov – formulation of a research task, conclusions, conceptualization of research, scientific management. data collection and analysis, writing of the text, review of relevant literature.

*Authors have read and approved the final manuscript.*

