СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

УДК 624/014

В. П. Силенко, В. Н. Ардеев, К. В. Ардеев

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ НЕКОТОРЫХ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ НЕРАЗРЕЗНЫХ ДВУХПРОЛЕТНЫХ ФЕРМ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ МЕТОДОМ ИЗМЕНЕНИЯ УРОВНЯ ОПОР

При назначении высоты неразрезной фермы с регулируемым напряжением необходимо знать как оптимальное (из условия минимума веса), так и минимальное (из условия жесткости) её значения.

Применительно к разрезным фермам различного назначения этот вопрос достаточно хорошо изучен и подробно изложен в работах проф. Н. С. Стрелецкого, В. К. Качурина и ряда других исследователей. Что касается неразрезных ферм, то он решен в первом приближении Н. С. Стрелецким только для конструкций железнодорожных мостов.

Такое положение объясняется сложностью решения задачи, так как в неразрезной конструкции усилия в стержнях основной системы является не только функциями нагрузки и геометрическое размеров ферм, но и площадей сечений всех элементов. Задача еще более усложняется при учете предварительного напряжения.

Однако, если ограничиться рассмотрением двухпролетных неразрезных ферм с параллельными поясами загруженных равномерно распределенной нагрузкой q и прибегнуть к балочной аналогии, считая, что регулирование напряжений достигается только за счет выравнивания пролетного и надопорного моментов (рис. 1), то можно предложить следующий путь решения задачи.

Так, на основании [1], вес любой фермы может быть представлен в виде рис.1.

$$G_ф = \psi_{об} \left(2\sum_{k=1}^{n_m} \frac{M_k}{h_k}\frac{l_m}{R}\rho\psi_m + \sum_{k=1}^{n_d}\frac{Q_k}{R}\frac{l_m^2+h_k^2}{h_k}\rho\psi_d + \sum_{k=1}^{n_c}\frac{Q_k}{R}h_k\rho\psi_c \right), \quad (1)$$

где M_k и Q_k – внутренние усилия (изгибающие моменты и поперечные силы) от нагрузки, прило-

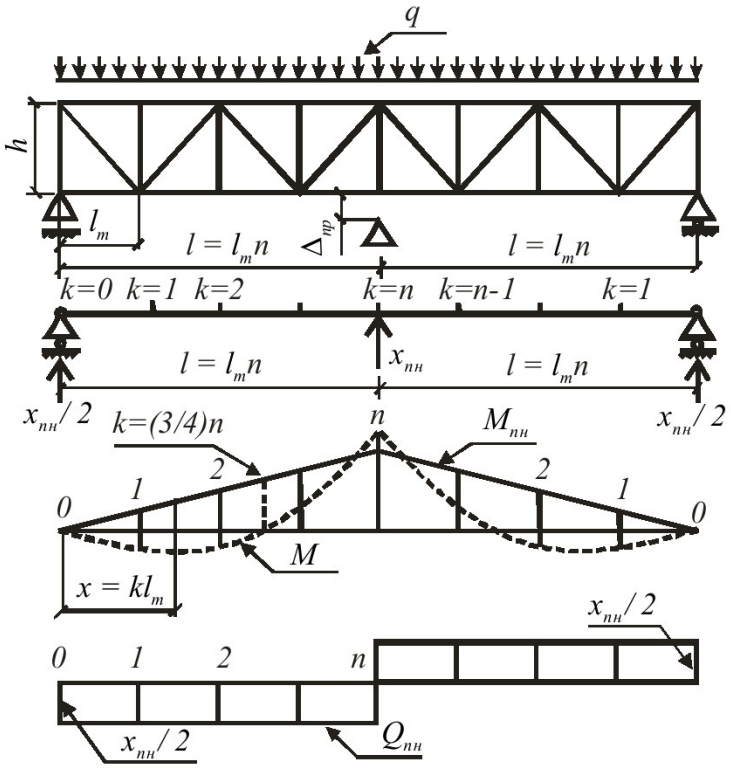

Рис. 1. Расчетная схема ферм

женной к эквивалентной балке с учетом предварительного напряжения, т.е. внутренние усилия в элементах эквивалентной балки без учета предварительного напряжения, т.е, $M_k = M+M_{пн}$ и $Q_k = Q+Q_{пн}$; k – порядковый номер узла; n_m, n_d, n_c – число стержней поясов, раскосов и стоек; ρ – плотность материала фермы; h_k – высота фермы в соответствующем сечении; l_m – длина панели фермы; R – расчетное сопротивление; $\Psi_{об}$ – конструктивный коэффициент для всей фермы в целом; Ψ_m, Ψ_d, Ψ_c – конструктивные коэффициенты для элементов поясов, раскосов и стоек.

В нашем случае (1) будет иметь вид

$$G_ф = \frac{\rho}{R}\psi_{об}\left(2\frac{l_m}{R}\sum_{k=1}^{n_m}M_k\psi_m + \frac{l_m^2+h_k^2}{h}\sum_{k=1}^{n_d}\frac{Q_k}{R}\psi_d + h\sum_{k=1}^{n_c}Q_k\psi_c\right). \quad (2)$$

Дифференцируя (2) по h и приравняв итог к нулю, получим общую формулу для определения оптимальной высоты фермы:

$$h_{опт} = \sqrt{\frac{2\frac{l_m}{R}\sum_{i=1}^{n_m}M_k\psi_m + l_m^2\sum_{i=1}^{n_d}Q_i\psi_d}{h\sum_{i=1}^{n_c}Q_i\psi_c + \sum_{i=1}^{n_d}Q_i\psi_d}}. \quad (3)$$

Для определения внутренних усилий – изгибающего момента и поперечной силы, входящих в формулу (3), предлагается следующее.

Рассмотрим двухпролетную ферму, загруженную единичными силами, приложенными к узлам верхнего пояса (рис.1), как обычную неразрезную балку и установим закон изменения изгибающего момента и поперечной силы по ее пролету. Тогда изгибающий момент M_x в произвольном сечении на расстоянии x от левой опоры, вызванный нагрузкой интенсивностью q, будет равен:

$$M_x = \frac{ql}{8}x\left(3-\frac{4x}{l}\right) = M_o\frac{(3n-4k)}{n^2}, \quad (4)$$

где $x=kl_n$;; $M_0=ql^2/8$ – балочный момент; k – текущий порядковый номер узла; n – число панелей в ферме.

На основании формулы (4) можно записать выражение суммы абсолютных значений ординат эпюры изгибающих моментов для сечений эквивалентной балки, находящихся под каждым узлом рассматриваемой фермы:

$$\sum_{k=0}^{k=n}M = \frac{M_o}{n^2}\left[\sum_{k=0}^{k=\frac{3}{4}n}(3n-4k) + \sum_{k=\frac{3}{4}n}^{k=n}(4k-3n)\right] = \frac{M_o}{n^2}(A_1-A_2), \quad (5)$$

где

$$A_1 = \sum_{k=0}^{k=\frac{3}{4}n}(3n-4k)k\ ;\ A_2 = \sum_{k=\frac{3}{4}n}^{k=n}(4k-3n)k\ .$$

Вычисляя приведенные суммы, получаем:

$$A_1 = \frac{n(9n^2-16)}{32},\ A_2 = \frac{n(11n^2+48n+16)}{96}. \quad (6)$$

Далее, подставляя (6) в формулу (5) имеем:

$$\sum_{k=0}^{k=n}M = \frac{nl_n^2}{384}(19n^2+24n+16). \quad (7)$$

Совершенно аналогично могут быть получены выражения для значений изгибающего момента и поперечной силы от предварительного напряжения:

$$\sum_{k=0}^{k=\frac{3}{4}(n-1)}M_{пн} = x_{пн}l_n\frac{3n(3n-4)}{64},$$

$$\sum_{k=\frac{3}{4}n}^{k=n}M_{пн} = x_{пн}l_n\frac{7n(n+4)}{64}; \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^{k=n}Q = \frac{3n^3-2n^2+n-2}{8n},$$

$$\sum_{k=0}^{k=n-1}Q_{пн} = \frac{x_{пн}}{2}(n-1). \quad (9)$$

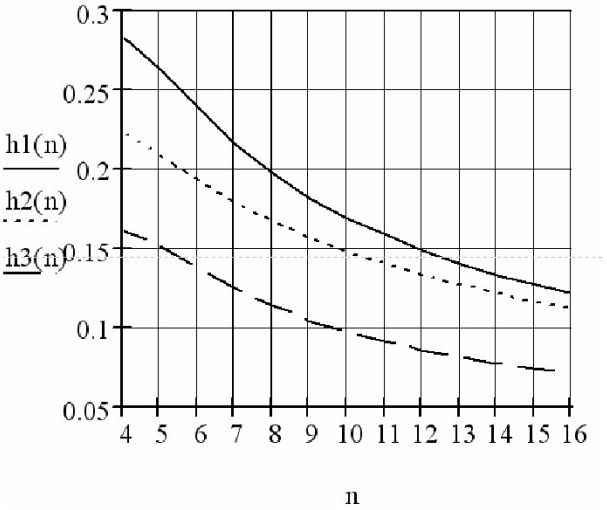

Рис. 2. Изменение отношения оптимальной высоты к пролету в зависимости от количества панелей для: h1(n) – фермы с треугольной решеткой без стоек; h2(n) – фермы с треугольной решеткой со стойками; h3(n) – фермы с раскосной решеткой

Подставляя полученные зависимости (8-9) в общую формулу для определения оптимальной высоты фермы (3), после некоторых преобразова-

ний получим, что отношение оптимальной высоты к пролету для неразрезных предварительно напряженных ферм с параллельными поясами составляет (рис. 2):

для фермы с треугольной решеткой без стоек

$$\frac{h_{опт}}{l} = \frac{1}{n}\sqrt{0{,}55\frac{a - cx_{пн}}{}}\,; \qquad (10)$$

для фермы с треугольной решеткой со стойками

$$\frac{h_{опт}}{l} = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{0{,}55\dfrac{a - cx_{пн}}{1 - dx_{пн}} + 1}{\dfrac{2b}{1 - bsx_{пн}} + 1}}\,; \qquad (11)$$

для фермы с раскосной решеткой

$$\frac{h_{опт}}{l} = \frac{1}{n}\sqrt{0{,}55\frac{a - cx_{пн}}{1 - dx_{пн}} + 1}\,. \qquad (12)$$

В приведенных выше зависимостях значения коэффициентов a, b, c, d, и s могут быть определено по формулам или по графикам (рис. 3):

$$a = \frac{n^2\left(19n^2 + 24n - 16\right)}{24\left(3n^3 - 2n^2 + n - 2\right)};$$

$$b = \frac{4n^2}{3n^3 - 2n^2 + n - 2};$$

$$c = \frac{2n\left(n + 20\right)}{3n^3 - 2n^2 + n - 2};$$

$$d = \frac{4n\left(n - 2\right)}{3n^3 - 2n^2 + n - 2};\ s = \frac{n - 2}{n}.$$

Что касается значений минимальной высоты из условия жесткости, то они могут быть определены по формуле [2]:

$$h_{\min} = \frac{R_n l}{E_f n k_d}\left[\frac{l}{f}\right]A\,,$$

где R_n – нормативное сопротивление; l – пролет фермы; E_f – модуль упругости материала поясов; f – нормируемый прогиб фермы; A и k_d – безразмерные коэффициенты, зависящие от схемы фермы и системы решетки.

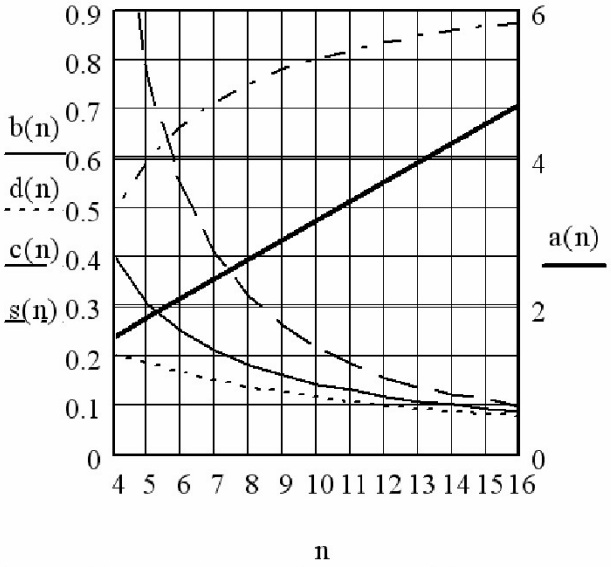

Рис. 3. Графики для определения коэффициентов для расчета оптимальной высоты ферм в зависимости от количества панелей

Полученные зависимости носят обобщенный характер, то есть одинаково приемлемы как для неразрезных предварительно напряженных ферм, так и для обычных разрезных конструкций. Их анализ показывает, что оптимальная высота ферм всех схем уменьшается от разрезной схемы (*1/6*)*l* к неразрезной предварительно напряженной (*1/11*)*l*. Минимальная же высота ферм по жесткости несколько меньше у неразрезных, по сравнению с разрезными и больше у неразрезных предварительно напряженных, чем у неразрезных. Это объясняется появлением большего количества растянутых стержней в фермах с регулируемым напряжением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Стрелецкий, Н. С.* Законы изменения веса металлических мостов. // Сб. науч. трудов бюро инженерных исследований. – М.: Транспечать, 1926. – № 8. – С. 29–71.

2. *Silenko, V. P.* Výskum spojitých priehradových nosnikov predpátých zmenou polohy podpier // Zbornik vedeckých prác stavebnej fakulty SVŠT. – Bratislava: 1971. – С. 99–105.

Авторы статьи:

Силенко
Владимир Петрович
– канд. тех. наук, доц. каф. строительных конструкций
Тел. 58-08-86

Ардеев
Валерий Николаевич
– доц. каф. строительных конструкций
Тел. 58-08-86

Ардеев
Константин Валерьевич
– канд. тех. наук, доц. каф. строительных конструкций
Тел. 58-08-86