

## СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

**УДК 624/014**

**В. П. Силенко, В. Н. Ардеев, К. В. Ардеев**

### **К ОПРЕДЕЛЕНИЮ НЕКОТОРЫХ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ НЕРАЗРЕЗНЫХ ДВУХПРОЛЕТНЫХ ФЕРМ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ МЕТОДОМ ИЗМЕНЕНИЯ УРОВНЯ ОПОР**

При назначении высоты неразрезной фермы с регулируемым напряжением необходимо знать как оптимальное (из условия минимума веса), так и минимальное (из условия жесткости) её значения.

Применительно к разрезным фермам различного назначения этот вопрос достаточно хорошо изучен и подробно изложен в работах проф. Н. С. Стрелецкого, В. К. Качурина и ряда других исследователей. Что касается неразрезных ферм, то он решен в первом приближении Н. С. Стрелецким только для конструкций железнодорожных мостов.

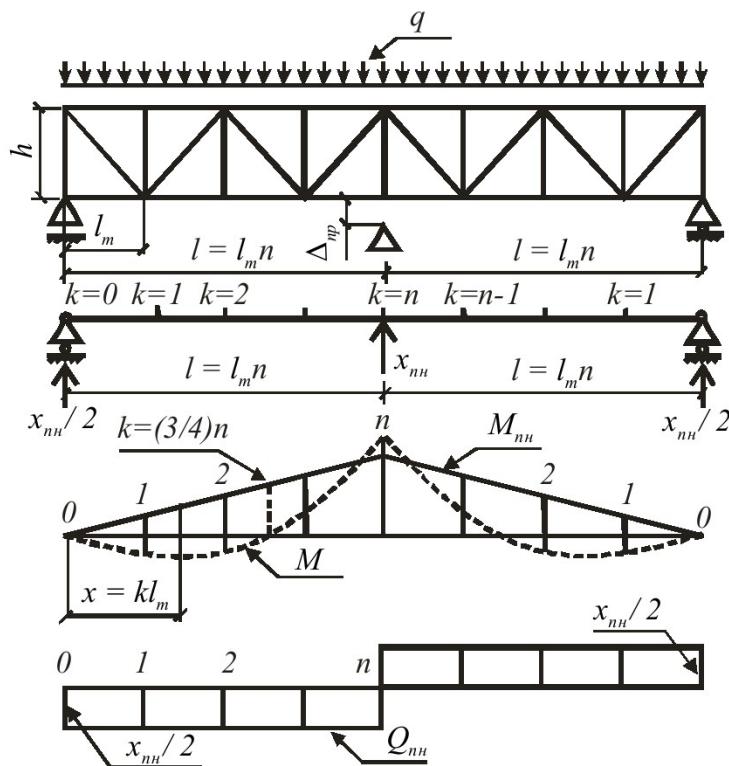
Такое положение объясняется сложностью решения задачи, так как в неразрезной конструкции усилия в стержнях основной системы являются не только функциями нагрузки и геометрическое размеров ферм, но и площадей сечений всех элементов. Задача еще более усложняется при учете предварительного напряжения.

Однако, если ограничиться рассмотрением двухпролетных неразрезных ферм с параллельными поясами загруженных равномерно распределенной нагрузкой  $q$  и прибегнуть к балочной аналогии, считая, что регулирование напряжений достигается только за счет выравнивания пролетного и надопорного моментов (рис. 1), то можно предложить следующий путь решения задачи.

Так, на основании [1], вес любой фермы может быть представлен в виде рис.1.

$$G_\phi = \psi_{ob} \left( 2 \sum_{k=1}^{n_m} \frac{M_k l_m}{h_k R} \rho \psi_m + \sum_{k=1}^{n_d} \frac{Q_k l_m^2 + h_k^2}{R h_k} \rho \psi_d + \sum_{k=1}^{n_c} \frac{Q_k}{R} h_k \rho \psi_c \right), \quad (1)$$

где  $M_k$  и  $Q_k$  – внутренние усилия (изгибающие моменты и поперечные силы) от нагрузки, прило-



*Рис. 1. Расчетная схема ферм*

женной к эквивалентной балке с учетом предварительного напряжения, т.е. внутренние усилия в элементах эквивалентной балки без учета предварительного напряжения, т.е.  $M_k = M + M_{nh}$  и  $Q_k = Q + Q_{nh}$ ;  $k$  – порядковый номер узла;  $n_m$ ,  $n_d$ ,  $n_c$  – число стержней поясов, раскосов и стоек;  $\rho$  – плотность материала фермы;  $h_k$  – высота фермы в соответствующем сечении;  $l_m$  – длина панели фермы;  $R$  – расчетное сопротивление;  $\Psi_{ob}$  – конструктивный коэффициент для всей фермы в целом;  $\Psi_m$ ,  $\Psi_d$ ,  $\Psi_c$  – конструктивные коэффициенты для элементов поясов, раскосов и стоек.

В нашем случае (1) будет иметь вид

$$G_\phi = \frac{\rho}{R} \Psi_{ob} \left( 2 \frac{l_m}{R} \sum_{k=1}^{n_m} M_k \psi_m + \frac{l_m^2 + h_k^2}{h} \sum_{k=1}^{n_d} \frac{Q_k}{R} \psi_d + \right. \\ \left. + h \sum_{k=1}^{n_c} Q_k \psi_c \right). \quad (2)$$

Дифференцируя (2) по  $h$  и приравняв итог к нулю, получим общую формулу для определения оптимальной высоты фермы:

$$h_{onm} = \sqrt{\frac{2 \frac{l_m}{R} \sum_{i=1}^{n_m} M_i \psi_m + l_m^2 \sum_{i=1}^{n_d} Q_i \psi_d}{h \sum_{i=1}^{n_c} Q_i \psi_c + \sum_{i=1}^{n_d} Q_i \psi_d}}. \quad (3)$$

Для определения внутренних усилий – изгибающего момента и поперечной силы, входящих в формулу (3), предлагается следующее.

Рассмотрим двухпролетную ферму, загруженную единичными силами, приложенными к узлам верхнего пояса (рис.1), как обычную неразрезную балку и установим закон изменения изгибающего момента и поперечной силы по ее пролету. Тогда изгибающий момент  $M_x$  в произвольном сечении на расстоянии  $x$  от левой опоры, вызванный нагрузкой интенсивностью  $q$ , будет равен:

$$M_x = \frac{ql}{8} x \left( 3 - \frac{4x}{l} \right) = M_o \frac{(3n - 4k)}{n^2}, \quad (4)$$

где  $x = kl_n$ ;  $M_o = ql^2/8$  – балочный момент;  $k$  – текущий порядковый номер узла;  $n$  – число панелей в ферме.

На основании формулы (4) можно записать выражение суммы абсолютных значений ординат эпюры изгибающих моментов для сечений эквивалентной балки, находящихся под каждым узлом рассматриваемой фермы:

$$\sum_{k=0}^n M = \frac{M_o}{n^2} \left[ \sum_{k=0}^{\frac{3}{4}n} (3n - 4k) + \sum_{k=\frac{3}{4}n}^n (4k - 3n) \right] = \\ = \frac{M_o}{n^2} (A_1 - A_2), \quad (5)$$

где

$$A_1 = \sum_{k=0}^{\frac{3}{4}n} (3n - 4k)k; A_2 = \sum_{k=\frac{3}{4}n}^n (4k - 3n)k.$$

Вычисляя приведенные суммы, получаем:

$$A_1 = \frac{n(9n^2 - 16)}{32}, A_2 = \frac{n(11n^2 + 48n + 16)}{96}. \quad (6)$$

Далее, подставляя (6) в формулу (5) имеем:

$$\sum_{k=0}^n M = \frac{nl_n^2}{384} (19n^2 + 24n + 16). \quad (7)$$

Совершенно аналогично могут быть получены выражения для значений изгибающего момента и поперечной силы от предварительного напряжения:

$$\sum_{k=0}^{\frac{3}{4}(n-1)} M_{nh} = x_{nh} l_n \frac{3n(3n-4)}{64}, \\ \sum_{k=\frac{3}{4}n}^n M_{nh} = x_{nh} l_n \frac{7n(n+4)}{64}; \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^n Q = \frac{3n^3 - 2n^2 + n - 2}{8n},$$

$$\sum_{k=0}^{n-1} Q_{nh} = \frac{x_{nh}}{2} (n-1). \quad (9)$$

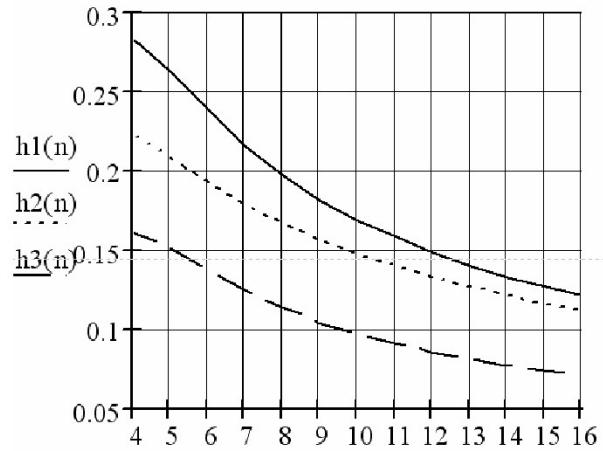


Рис. 2. Изменение отношения оптимальной высоты к пролету в зависимости от количества панелей для:  $h1(n)$  – фермы с треугольной решеткой без стоек;  $h2(n)$  – фермы с треугольной решеткой со стойками;  $h3(n)$  – фермы с раскосной решеткой

Подставляя полученные зависимости (8-9) в общую формулу для определения оптимальной высоты фермы (3), после некоторых преобразова-

ний получим, что отношение оптимальной высоты к пролету для неразрезных предварительно напряженных ферм с параллельными поясами составляет (рис. 2):

для фермы с треугольной решеткой без стоек

$$\frac{h_{onm}}{l} = \frac{1}{n} \sqrt{0,55 \frac{a - cx_{nh}}{f}}; \quad (10)$$

для фермы с треугольной решеткой со стойками

$$\frac{h_{onm}}{l} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{0,55 \frac{a - cx_{nh}}{f} + 1}{\frac{2b}{1 - bsx_{nh}} + 1}}; \quad (11)$$

для фермы с раскосной решеткой

$$\frac{h_{onm}}{l} = \frac{1}{n} \sqrt{0,55 \frac{a - cx_{nh}}{f} + 1}. \quad (12)$$

В приведенных выше зависимостях значения коэффициентов  $a, b, c, d$ , и  $s$  могут быть определены по формулам или по графикам (рис. 3):

$$a = \frac{n^2(19n^2 + 24n - 16)}{24(3n^3 - 2n^2 + n - 2)};$$

$$b = \frac{4n^2}{3n^3 - 2n^2 + n - 2};$$

$$c = \frac{2n(n+20)}{3n^3 - 2n^2 + n - 2};$$

$$d = \frac{4n(n-2)}{3n^3 - 2n^2 + n - 2}; s = \frac{n-2}{n}.$$

Что касается значений минимальной высоты из условия жесткости, то они могут быть определены по формуле [2]:

$$h_{min} = \frac{R_n l}{E_f n k_d} \left[ \frac{l}{f} \right] A,$$

где  $R_n$  – нормативное сопротивление;  $l$  – пролет фермы;  $E_f$  – модуль упругости материала поясов;  $f$  – нормируемый прогиб фермы;  $A$  и  $k_d$  – безразмерные коэффициенты, зависящие от схемы фермы и системы решетки.

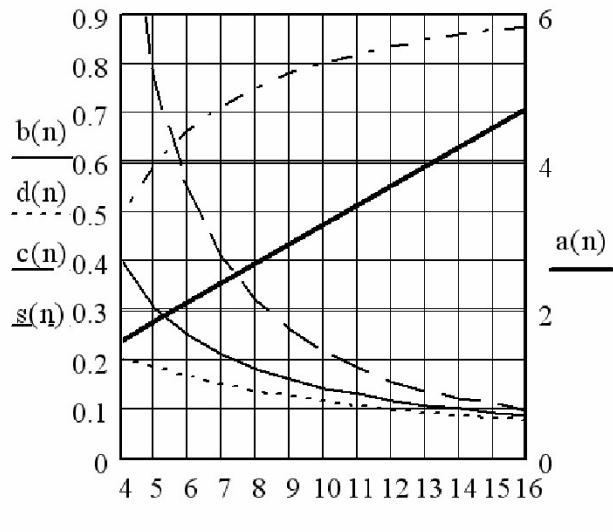


Рис. 3. Графики для определения коэффициентов для расчета оптимальной высоты ферм в зависимости от количества панелей

Полученные зависимости носят обобщенный характер, то есть одинаково приемлемы как для неразрезных предварительно напряженных ферм, так и для обычных разрезных конструкций. Их анализ показывает, что оптимальная высота ферм всех схем уменьшается от разрезной схемы  $(1/6)l$  к неразрезной предварительно напряженной  $(1/11)l$ . Минимальная же высота ферм по жесткости несколько меньше у неразрезных, по сравнению с разрезными и больше у неразрезных предварительно напряженных, чем у неразрезных. Это объясняется появлением большего количества растянутых стержней в фермах с регулируемым напряжением.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Стрелецкий, Н. С. Законы изменения веса металлических мостов. // Сб. науч. трудов бюро инженерных исследований. – М.: Транспечать, 1926. – № 8. – С. 29–71.
- Silenko, V. P. Výskum spojítých priečadových nosníkov predpátych zmenou polohy podpier // Zborník vedeckých prác stavebnej fakulty SVŠT. – Bratislava: 1971. – С. 99–105.

### □Авторы статьи:

Силенко  
Владимир Петрович  
– канд. тех. наук, доц. каф. строительных конструкций  
Тел. 58-08-86

Ардеев  
Валерий Николаевич  
– доц. каф. строительных конструкций  
Тел. 58-08-86

Ардеев  
Константин Валерьевич  
– канд. тех. наук, доц. каф. строительных конструкций  
Тел. 58-08-86