ISSN 1999-4125 (Print) **ISSN 2949-0642 (Online)**

ОБОГАЩЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ
MINERAL PROCESSING

Научная статья
УДК 66.011:66.061.34
DOI: 10.26730/1999-4125-2026-4-190-203

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА АЗОТНОКИСЛОТНОГО ВЫЩЕЛАЧИВАНИЯ СВИНЦОВО-ЦИНКОВОГО КОНЦЕНТРАТА МЕСТОРОЖДЕНИЯ ЗАРНИСОР

Бадалов Джамолиддин Нурдинович[1], Холов Холмахмад Исроилович[2*], Самихов Шонавруз Рахимович[2]

[1] Горно-металлургический институт Таджикистана
[2] Институт химии имени В. И. Никитина НАН Таджикистана

[*] для корреспонденции: Kholmahmad90@mail.ru

Аннотация.
В статье рассматривается математическое моделирование процесса азотнокислотного выщелачивания свинцово-цинкового концентрата месторождения Зарнисор. Актуальность исследования определяется необходимостью разработки эффективной гидрометаллургической технологии переработки полиметаллического сырья Таджикистана, обеспечивающей высокую степень извлечения ценных компонентов и снижение экологической нагрузки по сравнению с традиционными пирометаллургическими способами. В качестве основных факторов процесса изучены температура, продолжительность выщелачивания, концентрация азотной кислоты и соотношение твердой и жидкой фаз. На основе экспериментальных данных выполнено кодирование факторов, построены частные зависимости степени извлечения свинца и цинка от отдельных технологических параметров, а также подобраны аппроксимирующие уравнения второго порядка. Установлено, что повышение температуры, увеличение времени контакта фаз, рост концентрации HNO_3 и изменение соотношения Т:Ж положительно влияют на переход Pb и Zn в раствор. Для обобщения полученных результатов построены линейные регрессионные модели, позволяющие оценивать совокупное влияние факторов и прогнозировать степень извлечения металлов в пределах исследованной области. Коэффициенты детерминации составили 0,899 для свинца и 0,901 для цинка, что подтверждает удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных значений. Дополнительно рассчитанные показатели RMSE и MAE свидетельствуют о приемлемой точности модели для инженерной интерпретации процесса. На основании анализа установлены рациональные условия выщелачивания: температура 80°С, продолжительность 120 мин, концентрация HNO_3 400 г/дм^3 и соотношение Т:Ж = 1:5. При данных параметрах извлечение свинца достигает 94,4–95,0%, а цинка – 89,5–90,0%, что позволяет рекомендовать выбранный режим для дальнейших технологических исследований.

CC BY

Информация о статье
Поступила:
30 апреля 2026 г.

Одобрена после рецензирования:
01 сентября 2026 г.

Принята к публикации:
15 сентября 2026 г.

Ключевые слова:
азотнокислотное выщелачивание, свинец, цинк, Зарнисор, концентрат, моделирование, регрессия, оптимизация, гидрометаллургия, извлечение

Для цитирования: Бадалов Д.Н., Холов Х.И., Самихов Ш.Р. Математическое моделирование процесса азотнокислотного выщелачивания свинцово-цинкового концентрата месторождения Зарнисор // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2026. № 4 (176). С. 190-203. DOI: 10.26730/1999-4125-2026-4-190-203, EDN: DDFJZT

Введение

Исследование азотнокислотного выщелачивания свинцово-цинкового концентрата месторождения Зарнисор актуально как с сырьевой, так и с экологической точки зрения: для полиметаллических руд Таджикистана требуется технология, способная обеспечить высокое извлечение Pb и Zn без недостатков традиционной обжигово-плавильной схемы. Научная ценность работы состоит в переходе от эмпирического подбора режима к статистически интерпретируемой модели, связывающей извлечение металлов с температурой, продолжительностью процесса, концентрацией HNO_3 и соотношением твердой и жидкой фаз. Практический результат ожидается в виде обоснования рациональной области параметров и формулирования требований к более строгому планированию последующих экспериментов [1].

Актуальность темы определяется сочетанием трех основных обстоятельств: свинцово-цинковые руды занимают заметное место в минерально-сырьевой базе Таджикистана, а месторождение Зарнисор рассматривается как важный объект полиметаллического профиля, связанный с производством концентратов свинца и цинка; для сульфидного сырья классическая пирометаллургия сопряжена с высокими энергозатратами и экологической нагрузкой, тогда как гидрометаллургические схемы потенциально позволяют снизить выбросы сернистых газов и гибче управлять селективностью процесса; азотная кислота представляет особый интерес как окислительный реагент: по классическому обзору Ф. Хабаши азотнокислые системы способны растворять сульфидные минералы как за счет окислительно-восстановительного взаимодействия, так и за счет разложения с подачей кислорода, причем нитратные циклы теоретически допускают регенерацию через NO_x-стадии. Это делает азотнокислотное выщелачивание привлекательной альтернативой для труднообжигаемого и комплексного свинцово-цинкового сырья [2].

Вместе с тем выщелачивание свинца и цинка в азотнокислых средах остается научно и технологически сложной задачей. Для галенита и свинцовых концентратов ключевыми проблемами являются конкуренция между образованием растворимого нитрата свинца и малорастворимых вторичных фаз, прежде всего $PbSO_4$, а также изменение электрохимического состояния поверхности минерала. В работе Г. Л. Пашкова с соавторами показано, что растворение PbS в HNO_3 зависит от потенциала, концентрации кислоты и температуры; процесс носит химико-электрохимический характер, а ионы Fe^{3+} заметно катализируют перенос электронов между нитрат-ионом и поверхностью галенита [3]. Для мягких условий растворения галенита в системе HNO_3–H_2O_2 С. Айдоган и соавторы также установили сильное влияние температуры, концентрации реагентов и дисперсности материала на кинетику процесса [4]. Для сфалерита проблема принимает иной вид: растворимость цинка при повышении температуры и кислотности возрастает, однако на поверхности формируются пассивирующие серные пленки, ограничивающие скорость перехода Zn в раствор [5].

Именно сочетание полезного эффекта окисления и нежелательных пассивирующих или осаждающих явлений определяет современную проблематику выщелачивания Pb и Zn. Для цинксодержащих сульфидов показано, что анионный состав окислительной среды сильно меняет скорость и глубину процесса: в сравнительном исследовании F. Nikkhou и соавторов наименьшая пассивация наблюдалась при использовании нитратных систем по сравнению с сульфатными и хлоридными, а главным твердым остатком оказывалась пористая элементная сера [6]. Для сложных свинцово-цинково-серебряных концентратов предложены и более жесткие режимы: Р. Сарате-Гутьеррес с соавторами исследовали азотнокислотное автоклавное выщелачивание выше температуры плавления серы и показали, что такое решение может уменьшать окисление серы до сульфатов и тем самым ослаблять осаждение Pb и Ag в виде сульфатов [7]. В работах по селективному HNO_3-выщелачиванию свинцовых остатков дополнительно показано, что корректировка окислительного потенциала и состава системы позволяет разнести стадии извлечения Pb и сопутствующих Cu, Ni, Zn, что особенно важно для сложных техногенных и природных продуктов. Следовательно, для реального концентрата требуются не разрозненные наблюдения по отдельным факторам, а математическая модель, описывающая совокупное действие параметров [8].

С точки зрения методологии такая задача естественно решается средствами регрессионного анализа и планирования эксперимента. Классические работы Ю. П. Адлера, Е. В. Марковой и Ю. В. Грановского, а также В. В. Налимова и Н. А. Черновой показывают, что оптимизация сложных химико-технологических процессов должна опираться не на простое «перебирание» режимов, а на специально организованный эксперимент, в котором факторы переводятся в кодированные переменные и далее описываются полиномиальными уравнениями отклика [9,10].

В книге Дж. Э. П. Бокс и Н. Р. Дрейпер систематизированы принципы построения поверхностей отклика, включая модели первого и второго порядка, анализ кривизны и поиск экстремума, тогда как у Д. Монтгомери эти подходы увязаны с практикой инженерного дизайна эксперимента, оценкой значимости коэффициентов, адекватности моделей и корректным выявлением взаимодействий факторов. Для процесса выщелачивания это особенно важно, поскольку такие параметры, как температура, время, концентрация реагента и Т:Ж, как правило, влияют не только по отдельности, но и совместно [11,12].

В таджикской научной практике применение математического моделирования к процессам гидрометаллургического выщелачивания уже рассматривалось на примере золотоносного сырья. В частности, Х. И. Холов и др. выполнили моделирование технологических процессов выщелачивания золота из хвостов флотации руды нижних горизонтов месторождения Джижикрут, что подтвердило возможность использования математических зависимостей для описания и оптимизации процессов извлечения ценных компонентов [13]. В другой работе Х. И. Холов с соавторами на примере тиосульфатно-аммиачного выщелачивания золота из руды месторождения «Истиклол» показали, что метод наименьших квадратов и уравнения множественной регрессии могут эффективно применяться для количественного описания влияния технологических факторов на степень извлечения металла [14]. Это подтверждает целесообразность переноса аналогичного методического подхода на процесс азотнокислотного выщелачивания свинцово-цинкового концентрата месторождения Зарнисор.

Современная гидрометаллургическая практика подтверждает продуктивность этого подхода. Так, в работе О. Д. Онуквули и И. А. Ннанвубе по извлечению цинка из сфалерита в растворе HNO_3 оптимум подбирался с помощью Central Composite Rotatable Design (центральный композиционный ротатабельный план) и Response Surface Methodology (методология поверхности отклика); полученная модель позволила количественно оценить вклад температуры, кислотности, Т:Ж, скорости перемешивания и времени, а затем сопоставить результаты с алгоритмической оптимизацией [15]. Недавние исследования атмосферного выщелачивания кадмия и цинка также показали, что RSM/CCD-модели второго порядка обеспечивают высокое согласие расчетных и экспериментальных данных и дают возможность выбирать компромисс между максимальным извлечением и энергозатратами [16]. Для близких по минералогической природе таджикских галенитсодержащих концентратов ранее уже было показано, что температура, концентрация HNO_3 и время оказывают определяющее влияние на извлечение свинца, а полный факторный дизайн позволяет ранжировать эти факторы по степени воздействия. Это создает методическую основу для переноса статистического аппарата на материал месторождения Зарнисор [17].

Научная новизна предлагаемой работы заключается в том, что объектом моделирования выступает именно азотнокислотное выщелачивание свинцово-цинкового концентрата месторождения Зарнисор, причем оцениваются два технологически значимых отклика одновременно – степень извлечения свинца и степень извлечения цинка. В отличие от чисто кинетических исследований задача ставится в инженерно-статистической постановке: не только установить качественные закономерности, но и получить регрессионные зависимости, пригодные для прогноза, ранжирования факторов и выбора рационального режима. Практическая значимость работы состоит в возможности использовать результаты для предварительного обоснования температуры, продолжительности контакта фаз, концентрации азотной кислоты и Т:Ж, а также для сокращения числа малоинформативных опытов в последующих сериях испытаний.

Цель исследования состоит в построении математической модели процесса азотнокислотного выщелачивания свинца и цинка из концентрата месторождения Зарнисор и в определении рациональной области технологических параметров, обеспечивающей высокую степень извлечения обоих металлов. Для достижения цели необходимо решить следующие задачи: систематизировать экспериментальные данные; выполнить кодирование факторов; построить частные зависимости извлечения от температуры, времени, концентрации HNO_3 и Т:Ж; подобрать уравнения тренда; получить общие регрессионные модели для Y_{Pb} и Y_{Zn}; проверить их адекватность и на основе модели определить область рациональных условий процесса.

Исходный массив данных в настоящей работе включает 19 опытов, в которых в качестве факторов рассматриваются температура T, продолжительность выщелачивания τ, концентрация азотной кислоты C и соотношение твердого к жидкому R, а в качестве откликов – степени извлечения свинца Y_{Pb} и цинка Y_{Zn}. При этом схема варьирования параметров носит преимущественно однофакторный характер: в большинстве серий изменяется один фактор при фиксировании остальных. Такая структура достаточна для построения частных зависимостей, кодирования переменных и

получения регрессии первого приближения, но она ограничивает возможность статистически корректной оценки взаимодействий $x_i x_j$ и квадратичных членов x_i^2 . По этой причине результаты следует интерпретировать как модель инженерного описания и предварительной оптимизации; для строгого построения поверхности отклика второго порядка в дальнейшем нужны центрально-композитные или Box–Behnken-планы с повторениями в центре плана, рандомизацией и оценкой чистой ошибки [11, 12].

Методика проведения исследования

Исследование проводилось на основе экспериментальных данных азотнокислотного выщелачивания свинцово-цинкового концентрата месторождения Зарнисор. Следует отметить, что результаты опытов по азотнокислотному выщелачиванию свинцово-цинкового концентрата месторождения Зарнисор, проведенных нами, в полном объеме приведены в работе [18]. В качестве основных технологических факторов были выбраны температура процесса, продолжительность выщелачивания, концентрация азотной кислоты и соотношение твердой и жидкой фаз. Степень извлечения свинца и цинка в раствор принималась в качестве выходных параметров модели. На первом этапе исходные данные были систематизированы в единую расчетную таблицу, после чего натуральные значения факторов переводились в кодированные переменные по стандартной формуле с учетом центрального значения и интервала варьирования. Далее строились частные зависимости извлечения Pb и Zn от каждого фактора при фиксированных остальных условиях. Для описания выявленных закономерностей использовались аппроксимирующие уравнения второго порядка. На заключительном этапе были построены

Таблица 1. Исходные и расчетные экспериментальные данные для построения математической модели

Table 1. Initial and calculated experimental data for constructing the mathematical model

№ опыта	τ, мин	Т:Ж (R)	Т, °С	$C_{(HNO_3)}$, г/дм^3	Y_{Pb}, %	Y_{Zn}, %
1	120	1:5 – 5	25	400	35,8	30,4
2	120	1:5 – 5	30	400	51,4	45,2
3	120	1:5 – 5	40	400	67,3	60,9
4	120	1:5 – 5	60	400	83,8	78,5
5	120	1:5 – 5	80	400	94,4	88,9
6	30	1:5 – 5	80	400	52,9	47,7
7	60	1:5 – 5	80	400	70,3	65,3
8	100	1:5 – 5	80	400	87,9	82,9
9	120	1:5 – 5	80	400	94,4	89,7
10	160	1:5 – 5	80	400	94,8	89,5
11	120	1:5 – 5	80	100	34,5	29,3
12	120	1:5 – 5	80	200	57,9	52,5
13	120	1:5 – 5	80	300	78,8	73,6
14	120	1:5 – 5	80	350	89,8	84,4
15	120	1:5 – 5	80	400	95,0	90,0
16	120	1:3 – 3	80	400	49,8	44,3
17	120	1:4 – 4	80	400	73,5	68,5
18	120	1:5 – 5	80	400	92,8	88,6
19	120	1:6 – 6	80	400	94,9	89,5

общие линейные регрессионные модели, выполнено сопоставление экспериментальных и расчетных значений, рассчитаны коэффициенты детерминации, RMSE и MAE, а также определены рациональные условия процесса.

Результаты и обсуждения

Подготовка исходных данных для математического моделирования процесса азотнокислотного выщелачивания свинцово-цинкового концентрата включает систематизацию результатов экспериментальных исследований и формирование расчетной таблицы, пригодной для последующей статистической обработки. В качестве независимых переменных приняты технологические параметры процесса: температура выщелачивания, продолжительность контакта твердой и жидкой фаз, концентрация HNO_3 и соотношение Т:Ж. В качестве зависимых переменных, или откликов модели, рассматриваются степени извлечения свинца и цинка в раствор, выраженные в процентах.

Для построения математической модели исходная информация должна быть представлена в унифицированной форме, где каждому экспериментальному опыту соответствует одна строка наблюдений. Такой подход позволяет корректно выполнить кодирование факторов, установить диапазоны их изменения и в дальнейшем рассчитать коэффициенты регрессионных уравнений. Экспериментальные данные, использованные для дальнейшего расчета, приведены в Таблице 1.

Анализ исходной таблицы показывает, что варьирование факторов выполнялось в широком интервале: температура изменялась от 25 до 80°С, продолжительность процесса – от 30 до 160 мин, концентрация азотной кислоты – от 100 до 400 г/дм^3. Соотношение Т:Ж было переведено в числовую форму: 1:3 принималось равным 3; 1:4 – 4; 1:5 – 5; 1:6 – 6. При этом извлечение свинца изменялось в пределах 34,5–95,0%, а извлечение цинка – 29,3–90,0%, что свидетельствует о высокой чувствительности откликов к изменению технологических параметров.

Для дальнейших расчетов в качестве факторов модели приняты обозначения T – температура процесса, τ – продолжительность выщелачивания, C – концентрация азотной кислоты и R – соотношение Т:Ж. В качестве откликов модели приняты Y_{Pb} – степень извлечения свинца и Y_{Zn} – степень извлечения цинка. Сводная характеристика используемых переменных приведена в Таблице 2.

Подготовка исходных данных сводится к формированию полной экспериментальной базы наблюдений, выделению входных факторов и выходных параметров, а также приведению всех величин к единой расчетной форме.

Перечисленное в таблице содержит полный набор исходных данных, необходимый для дальнейшего перехода к этапу кодирования факторов и расчета коэффициентов регрессионных уравнений.

Кодирование осуществляли по общепринятой формуле:

$$x_i = \frac{(X_i - X_{0i})}{\Delta X_i}, \qquad (1)$$

где x_i – кодированное значение фактора; X_i – натуральное значение фактора; X_{0i} – центральное значение фактора; ΔX_i – интервал варьирования.

В качестве независимых переменных были приняты: x_1 – температура процесса Т, °С; x_2 – продолжительность выщелачивания τ, мин; x_3 – концентрация HNO_3, г/дм^3; x_4 – соотношение Т:Ж.

Центральные значения факторов и интервалы варьирования определяли по минимальным и максимальным экспериментальным уровням. Для температуры принимали $X_{01} = 52,5$ и $\Delta X_1 = 27,5$; для продолжительности процесса $X_{02} = 95$ и $\Delta X_2 = 65$; для концентрации азотной кислоты $X_{03} = 250$ и $\Delta X_3 = 150$; для соотношения Т:Ж $X_{04} = 4,5$ и $\Delta X_4 = 1,5$. На основании этих величин были

Таблица 2. Обозначения факторов и откликов математической модели
Table 2. Designations of factors and responses in the mathematical model

Обозначение	Параметр	Единица измерения	Диапазон изменения
T	Температура процесса	°С	25–80
τ	Продолжительность выщелачивания	мин	30–160
C	Концентрация HNO_3	г/дм³	100–400
R	Соотношение Т:Ж	–	1:3–1:6
Y_{Pb}	Степень извлечения свинца	%	34,5–95,0
Y_{Zn}	Степень извлечения цинка	%	29,3–90,0

получены следующие расчетные выражения:

$$x_1 = \frac{(T-52,5)}{27,5}; x_2 = \frac{(\tau-95)}{65};$$
$$x_3 = \frac{(C-95)}{65}; x_4 = \frac{(R-4,5)}{1,5}$$

Полученные кодированные значения факторов использовали при дальнейшем построении линейных и регрессионных моделей для *Pb* и *Zn*. Итоговые данные кодирования по всем опытам приведены в Таблицах 3 и 4.

После кодирования выполнено построение частных зависимостей степени извлечения свинца и цинка от отдельных технологических факторов. С помощью этих зависимостей можно оценить характер влияния каждого параметра на полноту перевода металлов в раствор при фиксированных значениях остальных условий. В качестве переменных были рассмотрены параметры процесса. Для каждой из указанных переменных использованы экспериментальные данные, полученные при последовательном изменении только одного фактора, тогда как остальные параметры сохранялись постоянными. Полученные графические зависимости служат основой для последующего подбора аппроксимирующих уравнений и установления области оптимальных значений параметров процесса.

Построенные графики по данным таблицы, литературы [18] и Рис. 1 показывают, что увеличение температуры от 25 до 80°С сопровождается устойчивым ростом степени извлечения как свинца, так и цинка. Аналогичная закономерность наблюдается и при увеличении продолжительности процесса от 30 до 160 мин, однако после достижения области 120 мин дальнейший рост извлечения становится незначительным, что указывает на приближение системы к предельному состоянию. Рост концентрации HNO_3 от 100 до 400 г/дм^3 также приводит к интенсификации разложения минералов концентрата, причем в области высоких концентраций скорость увеличения извлечения постепенно снижается. Влияние соотношения Т:Ж характеризуется заметным повышением степени извлечения при переходе от 1:3 к 1:5, после чего при дальнейшем разжижении пульпы изменение извлечения становится минимальным. Таким образом, графическое представление частных зависимостей подтверждает наличие выраженной нелинейности процесса и позволяет обосновать целесообразность использования

Таблица 3. Центральные значения и интервалы варьирования факторов
Table 3. Central values and variation intervals of the factors

Фактор	Обозначение	$X_{мин.}$	X_0	ΔX
Температура, °С	x_1	25	52,5	27,5
Продолжительность, мин	x_2	30	95	65
Концентрация HNO_3, г/дм^3	x_3	100	250	150
Соотношение Т:Ж	x_4	3	4,5	1,5

Таблица 4. Кодированные значения факторов по экспериментальным опытам
Table 4. Coded factor values for the experimental runs

№	T	T	C	R	x_1	x_2	x_3	x_4
1	25	120	400	5	-1,000	0,385	1,000	0,333
2	30				-0,818			
3	40				-0,455			
4	60				0,273			
5	80				1,000			
6		30				-1,000		
7		60				-0,538		
8		100				0,077		
9		120				0,385		
10		160				1,000		
11		120	100			0,385	-1,000	
12			200				-0,333	
13			300				0,333	
14			350				0,667	
15			400	3			1,000	-1,000
16				4				-0,333
17				5				0,333
18				6				1,000
19								

полиномиальных или насыщаемых моделей при дальнейшей математической обработке результатов.

Приведенные выше зависимости используются как для визуального анализа, так и для последующего расчета уравнений тренда второго порядка отдельно для свинца и цинка. В дальнейшем целесообразно использовать эти графики для определения коэффициентов аппроксимации, расчета коэффициентов детерминации и сравнения экспериментальных значений с расчетными. Это позволит нам перейти от качественного описания влияния факторов к количественной математической модели процесса азотнокислотного выщелачивания свинцово-цинкового концентрата.

После построения частных зависимостей следующим этапом математической обработки экспериментальных данных является подбор аппроксимирующих уравнений тренда, позволяющих количественно оценить изменение степени извлечения свинца и цинка при варьировании отдельных технологических параметров процесса азотнокислотного выщелачивания. В качестве аппроксимирующей функции для всех частных зависимостей используется полином второго порядка вида $Y = aX^2 + bX + c$, поскольку анализ графиков, построенных по литературным данным [18],

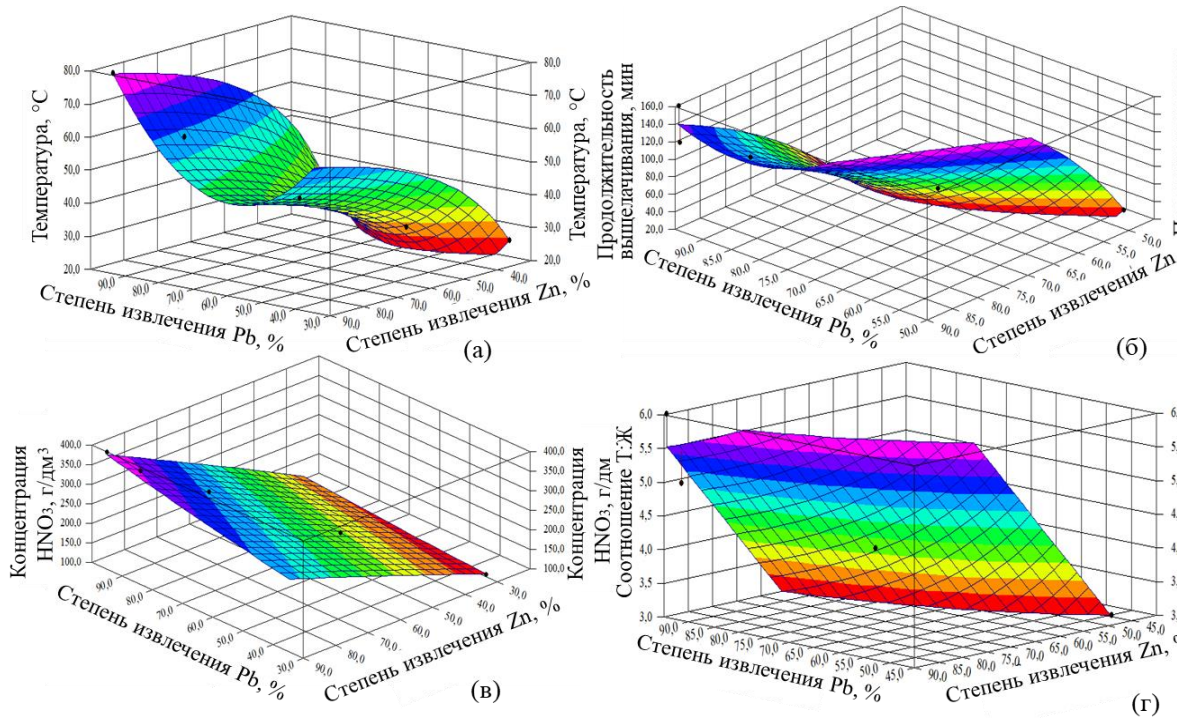

Рис. 1. Зависимость степени извлечения свинца и цинка от температуры (а), продолжительности выщелачивания (б), концентрации HNO_3 (в) и соотношения Т:Ж (д)

Fig. 1. Dependence of the degree of lead and zinc extraction on temperature (a), duration of leaching (b), concentration of HNO3 (c) and the ratio T:W (d)

Таблица 5. Уравнения тренда для степени извлечения свинца и цинка

Table 5. Trend equations for the degree of lead and zinc recovery

Фактор	Металл	Уравнение тренда	R^2
Температура, Т	*Pb*	$Y_{Pb} = -0,01877T^2 + 2,96134T - 23,36792$	0,9856
	Zn	$Y_{Zn} = -0,01836T^2 + 2,92717T - 28,60300$	0,9897
Продолжительность, τ	*Pb*	$Y_{Pb} = -0,003055\tau^2 + 0,91111\tau + 27,72055$	0,9972
	Zn	$Y_{Zn} = -0,003148\tau^2 + 0,92870\tau + 22,04023$	0,9965
Концентрация HNO_3, С	*Pb*	$Y_{Pb} = -0,0001909C^2 + 0,30135C + 5,96748$	0,9981
	Zn	$Y_{Zn} = -0,0001798C^2 + 0,29626C + 1,16535$	0,9984
Соотношение Т:Ж, R	*Pb*	$Y_{Pb} = -5,400R^2 + 64,060R - 94,420$	0,9938
	Zn	$Y_{Zn} = -5,825R^2 + 67,995R - 108,015$	0,9916

показывает нелинейный характер увеличения степени извлечения с последующим выходом к насыщению.

Качество аппроксимации оценивалось по коэффициенту детерминации R^2. Полученные значения R^2 близки к единице, что свидетельствует о хорошем согласовании расчетных зависимостей с экспериментальными данными и подтверждает правильность выбранной формы уравнений. Самые высокие значения R^2 были получены для зависимостей от продолжительности процесса и концентрации кислоты, в то время как для температуры и соотношения Т:Ж точность также остается достаточно высокой и пригодной для инженерных расчетов и интерпретации результатов. Результаты выбора уравнений тренда для свинца и цинка приведены в Таблице 5.

Для всех изученных факторов были получены трендовые уравнения второго порядка, которые позволяют рассчитать промежуточные значения степени извлечения Pb и Zn в пределах исследуемых интервалов. Знак отрицательного коэффициента для квадратичного члена во всех случаях указывает на постепенное замедление роста скорости извлечения по мере приближения к максимальной площади. На практике это означает, что дальнейшее повышение температуры, времени выщелачивания, концентрации азотной кислоты или степени разбавления пульпы после достижения оптимального диапазона больше не приводит к значительному увеличению извлечения металла.

После анализа частных зависимостей и выбора аппроксимирующих уравнений следующим этапом математической обработки экспериментальных данных является построение общей регрессионной модели. Такой подход позволяет перейти от описания отдельных однофакторных зависимостей к единой математической схеме, пригодной для оценки суммарного эффекта всех исследуемых технологических параметров.

В качестве независимых переменных в модели использовались кодированные коэффициенты x_1, x_2, x_3 и x_4, соответствующие технологическим параметрам процесса. Использование кодированных переменных обеспечивает сопоставимость коэффициентов регрессии и позволяет более точно оценить вклад каждого фактора в изменение реакции. В качестве функций реакции были взяты степень извлечения свинца Y_{Pb}, % и степень извлечения цинка Y_{Zn}, %.

Общий вид модели линейной регрессии для исследуемого процесса представлен выражением:

$$Y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4, \quad (2)$$

где b_0 – свободный член уравнения, b_1, b_2, b_3 и b_4 – коэффициенты регрессии, характеризующие влияние соответствующих факторов. На основе экспериментальных данных были рассчитаны отдельные уравнения регрессии для свинца и цинка.

В результате обработки экспериментальной таблицы получено, что общая регрессионная модель для свинца имеет вид:

$$Y_{Pb} = 25{,}01 + 22{,}28x_1 + 23{,}13x_2 + 26{,}11x_3 + 25{,}91x_4. \quad (3)$$

Для цинка аналогичное уравнение записывается следующим образом:

$$Y_{Zn} = 19{,}30 + 22{,}74x_1 + 23{,}10x_2 + 26{,}23x_3 + 26{,}01x_4. \quad (4)$$

Полученные зависимости показывают, что все четыре исследованных фактора положительно влияют на извлечение обоих металлов, а наибольший вклад в пределах изученного интервала вносят концентрация азотной кислоты и соотношение Т:Ж.

Для количественной оценки качества аппроксимации были определены коэффициенты детерминации. Для модели извлечения свинца значение R^2 составило 0,899, а для модели извлечения цинка – 0,901. Полученные значения свидетельствуют о хорошем согласовании регрессионных уравнений с экспериментальными данными и позволяют использовать построенные модели для инженерной интерпретации и ориентировочного прогноза степени извлечения металлов в пределах исследованной области факторов.

С целью практического использования модели кодированные уравнения также представлены и в натуральной форме. После перехода от кодированных переменных к натуральным параметрам получены следующие выражения:

$$Y_{Pn} = -172{,}59 + 0{,}810T + 0{,}356\tau + 0{,}174C + 17{,}276R \quad (5)$$

$$Y_{Zn} = -179{,}63 + 0{,}827T + 0{,}355\tau + 0{,}175C + 17{,}342R \quad (6)$$

где Т – температура, °С; τ – продолжительность процесса, мин; С – концентрация HNO_3, г/дм^3; R – числовое значение соотношения Т:Ж.

Анализ коэффициентов полученных уравнений показывает, что повышение температуры, увеличение продолжительности выщелачивания, рост концентрации азотной кислоты и переход к более высокому значению Т:Ж сопровождаются возрастанием степени извлечения как свинца, так и цинка. Вместе с тем следует учитывать, что исходная экспериментальная схема в основном основана на последовательном варьировании факторов, поэтому построенные общие линейные модели корректно описывают общий тренд процесса, но

не претендуют на полное раскрытие эффектов взаимодействия между переменными.

Далее построение общей регрессионной модели позволило объединить результаты всех опытов (Таблица 6) в единую математическую форму и установить количественные зависимости степени извлечения Pb и Zn от основных технологических факторов.

Таблица 6. Коэффициенты общей регрессионной модели для Pb и Zn
Table 6. Coefficients of the general regression model for Pb and Zn

Металл	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	R^2
Pb	25,01	22,28	23,13	26,11	25,91	0,899
Zn	19,30	22,74	23,10	26,23	26,01	0,901

Таблица 7. Сопоставление экспериментальных и расчетных значений степени извлечения свинца и цинка и величин отклонений
Table 7. Comparison of experimental and calculated values of lead and zinc recovery and their deviations

№ опыта	Y_{Pb}, %	Y_{Pb}, %	ε_{Pb}	Y_{Zn}, %	Y_{Zn}, %	ε_{Zn}
	Экспериментальных	Расчетных		Экспериментальных	Расчетных	
1	35,8	46,37	-10,57	30,4	40,34	-9,94
2	51,4	50,42	0,98	45,2	44,48	0,72
3	67,3	58,52	8,78	60,9	52,75	8,15
4	83,8	74,73	9,07	78,5	69,29	9,21
5	94,4	90,93	3,47	88,9	85,83	3,07
6	52,9	58,90	-6,00	47,7	53,84	-6,14
7	70,3	69,57	0,73	65,3	64,50	0,80
8	87,9	83,81	4,09	82,9	78,72	4,18
9	94,4	90,93	3,47	89,7	85,83	3,87
10	94,8	105,16	-10,36	89,5	100,04	-10,54
11	34,5	38,71	-4,21	29,3	33,37	-4,07
12	57,9	56,12	1,78	52,5	50,85	1,65
13	78,8	73,52	5,28	73,6	68,34	5,26
14	89,8	82,22	7,58	84,4	77,08	7,32
15	95,0	90,93	4,07	90,0	85,83	4,17
16	49,8	56,38	-6,58	44,3	51,14	-6,84
17	73,5	73,65	-0,15	68,5	68,48	0,02
18	92,8	90,93	1,87	88,6	85,83	2,77
19	94,9	108,20	-13,30	89,5	103,17	-13,67

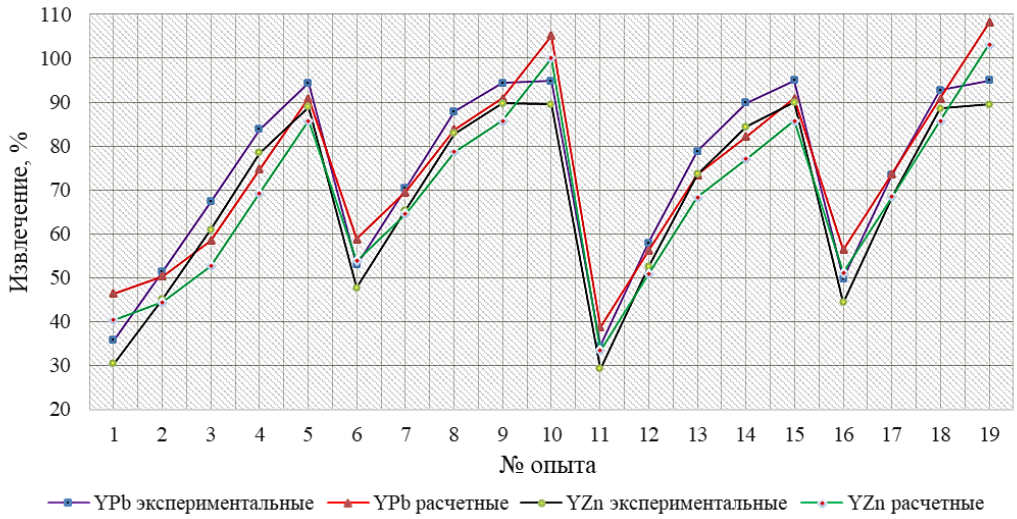

Рис. 2. Сопоставление экспериментальных и расчетных значений YPb и YZn
Fig. 2. Comparison of experimental and calculated values of YPb and YZn

Проверку адекватности полученной общей регрессионной модели проводили путем сопоставления экспериментальных и расчетных значений степени извлечения свинца и цинка, а также анализа остатков, определяемых как разность между экспериментальным и рассчитанным значениями отклика. Для свинца использовали уравнение (3), для цинка – уравнение (4). Величину остатка рассчитывали по выражению $\varepsilon = Y_{эксп.} - Y_{расч.}$. Чем меньше абсолютное значение остатка, тем выше степень согласования модели с экспериментальными данными. Для дополнительной количественной оценки были определены коэффициенты детерминации R^2, среднеквадратичная ошибка аппроксимации (RMSE) и средняя абсолютная ошибка (MAE). Для модели свинца получены значения $R^2 = 0{,}899$, RMSE = 6,50 и MAE = 5,39, для модели цинка – $R^2 = 0{,}901$, RMSE = 6,49 и MAE = 5,39. Указанные значения свидетельствуют о хорошем соответствии линейной регрессионной модели экспериментальным данным и подтверждают возможность ее использования для приближенного прогнозирования степени извлечения металлов в исследованной области изменения параметров процесса. Результаты сопоставления экспериментальных и расчетных значений приведены в Таблице 7 и на Рис. 2.

Из Таблицы 7 и Рис. 2 видно, что расчетные значения в целом удовлетворительно воспроизводят ход экспериментальных зависимостей. Наибольшие отклонения наблюдаются для отдельных опытов в области резкого изменения извлечения, что обусловлено тем, что использованная модель имеет линейный вид и не учитывает квадратичные эффекты и взаимодействия факторов.

Заключительным этапом математической обработки экспериментальных данных является нахождение оптимальных условий азотнокислотного выщелачивания свинцово-цинкового концентрата. Как уже почеркивалось, под оптимальными условиями в данном случае понимают значения температуры, продолжительности процесса, концентрации азотной кислоты и соотношения Т:Ж, при которых достигается наибольшая степень извлечения свинца и цинка в раствор при сохранении технологической целесообразности режима.

Анализ частных зависимостей показал, что повышение температуры от 25 до 80°С сопровождается устойчивым ростом степени извлечения обоих металлов. Наибольшие значения извлечения наблюдаются при 80°С, где для свинца достигается 94,4%, а для цинка 88,9%. Следовательно, именно температура 80°С может быть принята в качестве оптимальной в исследованном интервале, поскольку дальнейшее повышение температуры в рамках выполненной серии опытов не изучалось, а достигнутые значения уже близки к максимальным.

При оценке влияния продолжительности процесса установлено, что извлечение металлов быстро возрастает в интервале от 30 до 120 мин, после чего выходит на область насыщения. Для свинца степень извлечения увеличивается от 52,9 до 94,4%, а для цинка от 47,7 до 89,7%. Увеличение продолжительности до 160 мин практически не изменяет результат, поскольку извлечение свинца возрастает лишь до 94,8%, а для цинка даже незначительно снижается до 89,5%. С учетом этого оптимальной продолжительностью процесса следует считать 120 мин, при такой продолжительности достигается высокий уровень извлечения и исключается избыточное увеличение времени выщелачивания.

Анализ зависимости степени извлечения от концентрации HNO_3 показал, что увеличение содержания кислоты от 100 до 400 г/дм^3 приводит к существенному росту извлечения свинца и цинка. Максимальные значения составляют соответственно 95,0 и 90,0% при концентрации 400 г/дм^3. Это позволяет сделать вывод о том, что в исследованной области концентрация 400 г/дм^3 является оптимальной, так как именно при ней достигается наиболее полное разложение сульфидных минералов и перевод ценных компонентов в раствор.

Изменение соотношения Т:Ж также оказывает существенное влияние на ход процесса. При переходе от 1:3 к 1:5 наблюдается значительное повышение степени извлечения: для свинца от 49,8 до 92,8%, для цинка от 44,3 до 88,6%. Дальнейшее увеличение разжижения пульпы до соотношения 1:6 практически не улучшает результаты, поскольку извлечение свинца возрастает лишь до 94,9%, а извлечение цинка – до 89,5%. Учитывая незначительность этого прироста и необходимость рационального использования раствора, оптимальным следует считать соотношение Т:Ж = 1:5.

Сопоставление результатов частных зависимостей, общей регрессионной модели и экспериментальных данных позволяет установить, что область оптимума соответствует следующему сочетанию параметров: температура 80°С, продолжительность процесса 120 мин, концентрация азотной кислоты 400 г/дм^3 и соотношение Т:Ж = 1:5. Именно при этих условиях достигаются практически максимальные степени извлечения металлов при наиболее рациональном режиме ведения процесса.

С практической точки зрения найденные условия следует рассматривать как рациональный технологический режим

Таблица 8. Оптимальные условия процесса азотнокислотного выщелачивания
Table 8. Optimal conditions for the nitric acid leaching process

Параметр	Исследованный интервал	Оптимальное значение	Обоснование выбора
Температура, °C	25–80	80	Максимальное извлечение Pb и Zn в исследованном интервале.
Продолжительность, мин	30–160	120	После 120 мин рост извлечения практически прекращается.
Концентрация HNO_3, г/дм^3	100–400	400	При данной концентрации достигаются наибольшие степени извлечения.
Соотношение Т:Ж	1:3–1:6	1:5	Дальнейшее разжижение пульпы практически не улучшает результат.

азотнокислотного выщелачивания свинцово-цинкового концентрата месторождения Зарнисор. При указанных параметрах обеспечивается высокая степень извлечения свинца и цинка, а также исключается неоправданное увеличение продолжительности процесса и расхода жидкой фазы. Полученные результаты согласуются с экспериментальными рекомендациями, сформулированными по итогам проведенных исследований (Таблица 8).

На основании анализа экспериментальных данных и математического описания процесса установлено, что оптимальными условиями азотнокислотного выщелачивания свинцово-цинкового концентрата являются температура 80°C, продолжительность 120 мин, концентрация HNO_3 400 г/дм^3 и соотношение Т:Ж = 1:5. При этих параметрах обеспечивается извлечение свинца на уровне 94,4–95,0% и цинка на уровне 89,5–90,0%, что позволяет рекомендовать данный режим в качестве оптимального для дальнейшей технологической реализации процесса.

Заключение

В результате проведенного исследования установлено, что азотнокислотное выщелачивание является эффективным способом извлечения свинца и цинка из свинцово-цинкового концентрата месторождения Зарнисор. Построенные частные зависимости и регрессионные модели показали положительное влияние температуры, продолжительности процесса, концентрации HNO_3 и соотношения Т:Ж на степень извлечения металлов. Коэффициенты детерминации для моделей Pb и Zn составили соответственно 0,899 и 0,901, что подтверждает удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных данных. Оптимальными условиями процесса являются: 80 °C, 120 мин, 400 г/дм^3 HNO_3 и Т:Ж = 1:5, при которых достигается максимальное извлечение Pb и Zn.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Свинец и цинк [Электронный ресурс] // Посольство Республики Таджикистан в Федеративной Республике Германия. 2021. 6 апр. URL: https://mfa.tj/ru/berlin/view/7472/svinets-i-tsink (дата обращения: 27.04.2026).

2. Habashi F. Nitric acid in the hydrometallurgy of sulfides // Proceedings of the EPD Congress. 1999. Pp. 357–364.

3. Pashkov G. L., Mikhlina E. V., Kholmogorov A. G., Mikhlin Y. L. Effect of potential and ferric ions on lead sulfide dissolution in nitric acid // Hydrometallurgy. 2002. Vol. 63. № 2. Pp. 171–179.

4. Aydoğan S., Erdemoğlu M., Uçar G., Aras A. Kinetics of galena dissolution in nitric acid solutions with hydrogen peroxide // Hydrometallurgy. 2007. Vol. 88. № 1–4. Pp. 52–57.

5. Adebayo A. O., Ipinmoroti K. O., Ajayi O. O. Leaching of sphalerite with hydrogen peroxide and nitric acid solutions // Journal of Minerals & Materials Characterization & Engineering. 2006. Vol. 5. № 2. Pp. 167–177.

6. Nikkhou F., Xia F., Deditius A. P. Variable surface passivation during direct leaching of sphalerite by ferric sulfate, ferric chloride, and ferric nitrate in a citrate medium // Hydrometallurgy. 2019. Vol. 188. Pp. 201–215.

7. Zárate-Gutiérrez R., Lapidus G. T., Morales R. D. Pressure leaching of a lead–zinc–silver concentrate with nitric acid at moderate temperatures between 130 and 170 °C // Hydrometallurgy. 2010. Vol. 104. № 1. Pp. 8–13.

8. Kim E., Horckmans L., Spooren J., Vrancken K.C., Quaghebeur M., Broos K. Selective leaching of Pb, Cu, Ni and Zn from secondary lead smelting residues // Hydrometallurgy. 2017. Vol. 169. Pp. 372–381.

9. Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М. : Наука, 1971. 283 с.

10. Налимов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М. : Наука, 1965. 340 с.

11. Box G. E. P., Draper N. R. Response surfaces,

mixtures, and ridge analyses. 2nd ed. Hoboken : John Wiley & Sons, 2007. 880 p.

12. Montgomery D. C. Design and analysis of experiments. 9th ed. Hoboken : John Wiley & Sons, 2017. 752 p.

13. Холов Х. И., Холов Ш. Е., Самихов Ш. Р. Моделирование технологических процессов выщелачивания золота из хвостов флотации руды нижних горизонтов месторождения Джижикрут // Научное знание современности. 2019. № 5 (29). С. 75–86.

14. Холов Х. И., Шарифбоев Н. Т., Самихов Ш. Р., Зарифова М. С., Шерматов Н. Математическое описание тиосульфатно-аммиачного выщелачивания золота из золотосодержащих руд месторождения «Истиклол» (Тутли) // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2021. № 2. С. 29–34.

15. Onukwuli O. D., Nnanwube I. A. Optimization of zinc recovery from sphalerite using response surface methodology and particle swarm optimization // Periodica Polytechnica Chemical Engineering. 2022. Vol. 66. № 1. Pp. 20–29.

16. Kolbadinejad S., Ghaemi A. Optimization of atmospheric leaching parameters for cadmium and zinc recovery from low-grade waste by response surface methodology (RSM) // Scientific Reports. 2024. Vol. 14. № 1. Art. 1490.

17. Nasymov G., Gaibullaeva Z., Ay N., Smirnova A. Chemical, morphological, and kinetic study of lead extraction from the Koni Mansur polymetallic deposit // Hydrometallurgy. 2019. Vol. 183. Pp. 159–165.

18. Самихзода Ш. Р., Бадалов Д. Н. Азотнокислотное выщелачивание свинцово-цинковых концентратов месторождения Зарнисор // Вестник Филиала Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе. 2025. Т. 1. № 3 (49). С. 60–68. EDN PMIJGX.

© 2026 Авторы. Эта статья доступна по лицензии CreativeCommons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

*Об авто*рах:
Бадалов Джамолиддин Нурдинович, старший преподаватель кафедры разработки месторождения полезных ископаемых Горно-металлургического института Таджикистана (Республика Таджикистан, 735730, г. Бустон, ул. Бартов А., д. 6), e-mail: badalovjn91@mail.ru
Холов Холмахмад Исроилович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт химии имени В. И. Никитина НАН Таджикистана (Республика Таджикистан, 734063, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2), e-mail: Kholmahmad90@mail.ru, www.ikai.tj
Самихзода Шонавруз Рахим, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт химии имени В.И. Никитина НАН Таджикистана (Республика Таджикистан, 734063, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2), e-mail: samikhov72@mail.ru, www.ikai.tj

Заявленный вклад авторов:
Бадалов Джамолиддин Нурдинович – проведение экспериментальных исследований по азотнокислотному выщелачиванию свинцово-цинкового концентрата месторождения Зарнисор, систематизация исходных данных, участие в анализе влияния технологических параметров на степень извлечения Pb и Zn.
Холов Холмахмад Исроилович – разработка общей концепции исследования, постановка задачи математического моделирования, выполнение расчетов, построение регрессионных моделей, анализ экспериментальных и расчетных данных, подготовка основного текста статьи.
Самихов Шонавруз Рахимович – научное руководство исследованием, обоснование методического подхода, интерпретация полученных результатов, редактирование статьи и формулирование научных выводов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Original article

MATHEMATICAL MODELING OF THE NITRIC ACID LEACHING PROCESS OF LEAD-ZINC CONCENTRATE FROM THE ZARNISOR DEPOSIT

Jamoliddin N. Badalov [1], Kholmahmad I. Kholov [2]*, Shonavruz R. Samikhzoda [2]

[1] Mining and Metallurgical Institute of Tajikistan
[2] V.I. Nikitin Institute of Chemistry, National Academy of Sciences of Tajikistan

* for correspondence: Kholmahmad90@mail.ru

Article info
Received:
30 April 2026

Accepted for publication:
01 September 2026

Accepted:
15 September 2026

Keywords: *nitric acid leaching, lead, zinc, Zarnisor, concentrate, modeling, regression, optimization, hydrometallurgy, recovery*

Abstract.
The article considers mathematical modeling of the nitric acid leaching process of lead-zinc concentrate from the Zarnisor deposit. The relevance of the study is determined by the need to develop an effective hydrometallurgical technology for processing polymetallic raw materials of Tajikistan, ensuring a high degree of valuable component recovery and reducing environmental impact compared with traditional pyrometallurgical methods. The main process factors studied were temperature, leaching duration, nitric acid concentration, and the solid-to-liquid ratio. Based on experimental data, factor coding was performed, partial dependences of lead and zinc recovery on individual technological parameters were constructed, and second-order approximation equations were selected. It was found that increasing the temperature, contact time, HNO_3 concentration, and changing the solid-to-liquid ratio positively affect the transfer of Pb and Zn into solution. To generalize the obtained results, linear regression models were developed, allowing assessment of the combined influence of the factors and prediction of metal recovery within the studied range. The coefficients of determination were 0.899 for lead and 0.901 for zinc, confirming satisfactory agreement between calculated and experimental values. The additionally calculated RMSE and MAE indicators demonstrate acceptable model accuracy for engineering interpretation of the process. Rational leaching conditions were established as follows: temperature of 80 °C, duration of 120 min, HNO_3 concentration of 400 g/dm^3, and S:L ratio of 1:5. Under these conditions, lead recovery reaches 94.4–95.0%, while zinc recovery reaches 89.5–90.0%, which makes it possible to recommend the selected regime for further technological studies.

For citation: Badalov J.N., Kholov K.I., Samikhzoda Sh.R. Mathematical modeling of the nitric acid leaching process of lead-zinc concentrate from the Zarnisor deposit. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*=Bulletin of the Kuzbass State Technical University. 2026; 4(176):190-203. (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.26730/1999-4125-2026-4-190-203, EDN: DDFJZT

REFERENCES

1. Lead and zinc [Electronic resource]. Embassy of the Republic of Tajikistan in the Federal Republic of Germany. 2021. April 6. URL: https://mfa.tj/ru/berlin/view/7472/svinets-i-tsink (accessed: 27.04.2026).

2. Habashi F. Nitric acid in the hydrometallurgy of sulfides. *Proceedings of the EPD Congress.* 1999. Pp. 357-364.

3. Pashkov G.L., Mikhlina E.V., Kholmogorov A.G., Mikhlin Y.L. Effect of potential and ferric ions on lead sulfide dissolution in nitric acid. *Hydrometallurgy.* 2002; 63(2):171-179.

4. Aydoğan S., Erdemoğlu M., Uçar G., Aras A. Kinetics of galena dissolution in nitric acid solutions with hydrogen peroxide. *Hydrometallurgy.* 2007; 88(1-4):52-57.

5. Adebayo A.O., Ipinmoroti K.O., Ajayi O.O. Leaching of sphalerite with hydrogen peroxide and nitric acid solutions. *Journal of Minerals & Materials Characterization & Engineering.* 2006; 5(2):167-177.

6. Nikkhou F., Xia F., Deditius A.P. Variable surface passivation during direct leaching of sphalerite by ferric sulfate, ferric chloride, and ferric nitrate in a citrate medium. *Hydrometallurgy.* 2019; 188:201-215.

7. Zárate-Gutiérrez R., Lapidus G.T., Morales R.D. Pressure leaching of a lead–zinc–silver concentrate with nitric acid at moderate temperatures between 130 and 170 °C. *Hydrometallurgy.* 2010; 104(1):8-13.

8. Kim E., Horckmans L., Spooren J., Vrancken K.C., Quaghebeur M., Broos K. Selective leaching of Pb, Cu, Ni and Zn from secondary lead smelting residues. *Hydrometallurgy.* 2017; 169:372-381.

9. Adler Yu.P., Markova E.V., Granovsky Yu.V. Experimental design in the search for optimal conditions. M.: Nauka; 1971. 283 p.

10. Nalimov V.V., Chernova N.A. Statistical methods for planning extreme experiments. M.: Nauka; 1965. 340 p.

11. Box G.E.P., Draper N.R. Response surfaces, mixtures, and ridge analyses. 2nd ed. Hoboken: John Wiley & Sons; 2007. 880 p.

12. Montgomery D.C. Design and analysis of experiments. 9th ed. Hoboken: John Wiley & Sons; 2017. 752 p.

13. Kholov Kh.I., Kholov Sh.E., Samikhov Sh.R. Modeling of technological processes of gold leaching from ore flotation tailings of the lower horizons of the Dzhizhikrut deposit. *Scientific Knowledge of Modernity.* 2019; 5(29):75-86.

14. Kholov Kh.I., Sharifboev N.T., Samikhov Sh.R., Zarifova M.S., Shermatov N. Mathematical description of thiosulfate-ammonia leaching of gold from gold-bearing ores of the Istiklol deposit (Tutli). *Bulletin of the Kuzbass State Technical University.* 2021; 2:29-34.

15. Onukwuli O.D., Nnanwube I.A. Optimization of zinc recovery from sphalerite using response surface methodology and particle swarm optimization. *Periodica Polytechnica Chemical Engineering.* 2022; 66(1):20-29.

16. Kolbadinejad S., Ghaemi A. Optimization of atmospheric leaching parameters for cadmium and zinc recovery from low-grade waste by response surface methodology (RSM). *Scientific Reports.* 2024; 14(1). Art. 1490.

17. Nasymov G., Gaibullaeva Z., Ay N., Smirnova A. Chemical, morphological, and kinetic study of lead extraction from the Koni Mansur polymetallic deposit. *Hydrometallurgy.* 2019; 183-159-165.

18. Samikhzoda Sh.R., Badalov D.N. Nitric acid leaching of lead-zinc concentrates from the Zarnisor deposit. *Bulletin of the Branch of Lomonosov Moscow State University in Dushanbe.* 2025; 1(3(49):60-68. EDN PMIJGX.

© 2026 The Authors. This is an open access article under the CC BY license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

The authors declare no conflict of interest.

About the authors:

Jamoliddin N. Badalov, Senior Lecturer of the Department of Mineral Deposit Development, Mining and Metallurgical Institute of Tajikistan, Republic of Tajikistan, 735730, Buston, Bartov A. Str., 6, e-mail: badalovjn91@mail.ru

Kholmahmad I. Kholov, Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, V.I. Nikitin Institute of Chemistry, National Academy of Sciences of Tajikistan, Republic of Tajikistan, 734063, Dushanbe, Ayni Str., 299/2, e-mail: Kholmahmad90@mail.ru

Shonavruz R. Samikhov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief Researcher, V.I. Nikitin Institute of Chemistry, National Academy of Sciences of Tajikistan, Republic of Tajikistan, 734063, Dushanbe, Ayni Str., 299/2, e-mail: samikhov72@mail.ru

Contribution of the authors:

Jamoliddin N. Badalov – carrying out experimental studies on nitric acid leaching of lead-zinc concentrate from the Zarnisor deposit, systematization of the initial data, participation in the analysis of the influence of technological parameters on the recovery of Pb and Zn.

Kholmahmad I. Kholov – development of the general research concept, formulation of the mathematical modeling task, performance of calculations, construction of regression models, analysis of experimental and calculated data, preparation of the main text of the article.

Shonavruz R. Samikhov – scientific supervision of the research, justification of the methodological approach, interpretation of the obtained results, editing of the article, and formulation of scientific conclusions.

All authors have read and approved the final manuscript.