

УДК 004.42:336.761:519.246.8

И.А. Пимонов, А.И. Трегуб

КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ДЛЯ ОЦЕНКИ И АНАЛИЗА ФРАКТАЛЬНЫХ СВОЙСТВ ФОНДОВОГО РЫНКА

На сегодняшний день для исследования курсов ценных бумаг, обращающихся на фондовом рынке, ученые, аналитики, инвесторы с различными инвестиционными горизонтами все чаще используют нелинейные методы теории хаоса взамен моделей гипотезы эффективного рынка. Одним из разделов теории хаоса является фрактальная геометрия, методы которой можно использовать для анализа временных рядов, оценки их фрактальных свойств, определения меры риска, а также для прогнозирования различного рода событий, в том числе и возможных кризисов. В теории хаоса и фрактальной геометрии рынок представлен как сложная система, способная адаптироваться к изменениям окружающей среды в процессе своей эволюции во времени. Такие системы отличаются долговременной устойчивостью (памятью). Однако условием этой устойчивости является неопределенность в кратковременной перспективе. Модели и методы фрактальной теории позволяют объяснить большие падения и получить весьма убедительные результаты. Они позволяют с уверенностью сказать, что обоснованные предсказания здесь не только возможны, но и являются мощным фактором управления инвестиционным процессом [1].

Рынок ценных бумаг является одним из средств привлечения капитала для государственных и частных предприятий. В настоящее время наблюдаются стремительные темпы роста капитализации российских предприятий, что позволяет им выходить на мировые фондовые биржи. Для оценки состояния фондового рынка в каждой конкретной ситуации необходимы аналитические и современные программные инструменты, которые позволили бы прогнозировать его поведение. В качестве одного из таких инструментов предлагается разработанный программный комплекс «Симметрия», позволяющий анализировать временные ряды биржевых индексов на основе методов фрактальной теории.

Эффективная непараметрическая методология была предложена Херстом, который применил ее для исследования случайных и неслучайных систем, постоянства трендов и продолжительности циклов, если таковые имеются.

Этот метод носит название метода нормированного размаха, или R/S -анализа и используется для различия случайных и фрактальных временных рядов. Для калибровки временных изменений Херст ввел безразмерное отношение (нормированный размах) размаха к стандартному отклонению наблюдений

$$R/S = (aN)^H \quad (1)$$

где R/S – нормированный размах; N – число наблюдений; a – константа; H – показатель Херста. На основе изменения нормированного размаха (1) во времени могут быть оценены сила тренда и уровень шума.

Программный комплекс «Симметрия» позволяет получить оценки свойств долговременной памяти и симметрии – основных характеристик фрактальных временных рядов – с помощью R/S -анализа, алгоритм которого (2)-(8) заключается в следующем.

Пусть дан временной ряд $\{X_i\}$ длины N . Преобразуем его во временной ряд длины $N-1=K$, исходя из логарифмических соотношений

$$x_i = \ln\left(\frac{X_{i+1}}{X_i}\right), i = 1, 2, \dots, K \quad (2)$$

Далее для $n=3, 4, \dots, K$ вычислим среднее арифметическое

$$M_n = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i, \quad (3)$$

накопившиеся отклонения

$$D_{k,n} = \sum_{i=1}^k (x_i - M_n), k = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

Тогда величину размаха определим как

$$R_n = \max_{k \leq n} (D_{k,n}) - \min_{k \leq n} (D_{k,n}), \quad (5)$$

а стандартное отклонение вычислим по следующей формуле

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (n_i - M_n)^2}. \quad (6)$$

После этого каждый диапазон R_n нормализуется путем деления на соответствующее значение S_n . Показатель Херста есть тангенс угла наклона на графике зависимости $\ln(R_n/S_n)$ от $\ln(n)$ [2], где $n=3, 4, 5, \dots, K$. Далее, используя (1), методом наименьших квадратов получим оценки показателя Херста H и параметра a .

$$H = \frac{\ln(i) \sum_{i=3}^K \lg(i) \ln\left(\frac{R_i}{S_i}\right) - \sum_{i=3}^K \ln(i) \sum_{i=3}^K \ln\left(\frac{R_i}{S_i}\right)}{\ln(i) \sum_{i=3}^K [\ln(i)]^2 - \left[\sum_{i=3}^K \ln(i) \right]^2}, \quad (7)$$

$$\alpha = \frac{\sum_{i=3}^K [\ln(i)]^2 \sum_{i=3}^K \ln\left(\frac{R_i}{S_i}\right) - \sum_{i=3}^K \ln(i) \ln\left(\frac{R_i}{S_i}\right) \sum_{i=1}^n \ln(i)}{\ln(i) \sum_{i=3}^K [\ln(i)]^2 - \left[\sum_{i=3}^K \ln(i) \right]^2}. \quad (8)$$

На основе получаемых оценок показателя Херста (7) можно сделать следующие выводы.

1) $H=0,5$. Ряд представляет собой случайное блуждание. Другими словами, размах накопленных отклонений должен увеличиваться пропорционально квадратному корню из времени N . События случайны и некоррелированы. Настоящее не влияет на будущее. Функция плотности вероятности может быть нормальной кривой, однако, это необязательное условие. R/S -анализ позволяет классифицировать произвольный ряд безотносительно к тому, какой вид распределения ему соответствует.

Если ряд имеет $H < 0,5$, то, вероятно, что он будет сохранять эту тенденцию какое-то время в будущем. Тренды очевидны. Трендоустойчивость поведения (сила персистентности) увеличивается при приближении H к 1. Чем ближе H к 0,5, тем более зашумлен ряд и тем менее выражен его тренд. Персистентные временные ряды являются собой более интересный класс, так как оказалось, что они не только в изобилии обнаруживаются в природе, но и свойственны рынкам капитала.

Алгоритм фрактального анализа временных рядов биржевых индексов реализован в программном комплексе «Симметрия», который функционирует на основе спроектированной базы данных (рис. 1). Таблицы индексов, бирж и сегментов рынка являются справочными таблицами. В них хранится информация о рыночных характеристиках временного ряда. В основной таблице хранятся ссылки на файлы с временными рядами и ссылки на дополнительные параметры из подчиненных справочных таблиц.



Рис.1. Структура базы данных

2) $0 \leq H \leq 0,5$. Это значит, что наблюдения не являются независимыми. Каждое из них несет память о предыдущих событиях. То есть время оказывается важным фактором, который влияет на систему. Данный диапазон соответствует антиперсистентным (эргодическим) рядам. Подобный тип системы часто называют «возвратом к среднему». Если система демонстрирует рост в предыдущий период, то, скорее всего, в следующем периоде начнется спад. И наоборот, если шло снижение, то вероятен близкий подъем. Устойчивость такого антиперсистентного поведения зависит от того, насколько H близко к нулю. Такой ряд более изменчив (волатилен), чем ряд случайный, так как состоит из частых реверсов спад-подъем. Несмотря на широкое распространение концепции возврата к среднему в экономической и финансовой литературе, до сих пор было найдено мало антиперсистентных рядов.

3) $0,5 < H < 1$. Имеем персистентные, или трендоустойчивые ряды. Если ряд возрастает (убыва-

ет) в предыдущий период, то, вероятно, что он будет сохранять эту тенденцию какое-то время в будущем. Тренды очевидны. Трендоустойчивость поведения (сила персистентности) увеличивается при приближении H к 1. Чем ближе H к 0,5, тем более зашумлен ряд и тем менее выражен его тренд. Персистентные временные ряды являются собой более интересный класс, так как оказалось, что они не только в изобилии обнаруживаются в природе, но и свойственны рынкам капитала.

Программный комплекс реализован в виде MDI-приложения и имеет общее меню для дочерних форм. На главной форме (рис. 2) в области «Исходные данные» располагается компонента, содержащая элементы анализируемого временно-го ряда, которые могут загружаться из представ-ленной выше базы данных, а также из текстовых файлов и файлов MS Excel.

В области «Статистики исходных дан-ных» отображаются рассчитанные оценки стати-стик для загруженного временного ряда: среднее арифметическое, дисперсия, асимметрия и экс-цесс. Эти же оценки можно рассчитать и для ряда логарифмических отношений (2), более пригод-ных для изучения временных рядов биржевых индексов, – в результате логарифмирования уст-раняются линейные зависимости временного ряда. Расчет можно производить с любой удобной пе-риодичностью. При нажатии кнопки «Прираще-ния» будет построен график нормированных цен-трированных приращений ряда, а при нажатии

кнопки «Распределение» – гистограмма частотного распределения вероятностей элементов ряда.

Область «Действия» содержит кнопки, предназначенные для добавления временного ряда в область «Исходные данные», его сохранения, очистки и масштабирования. Результаты масштабирования сохраняются в отдельном файле.

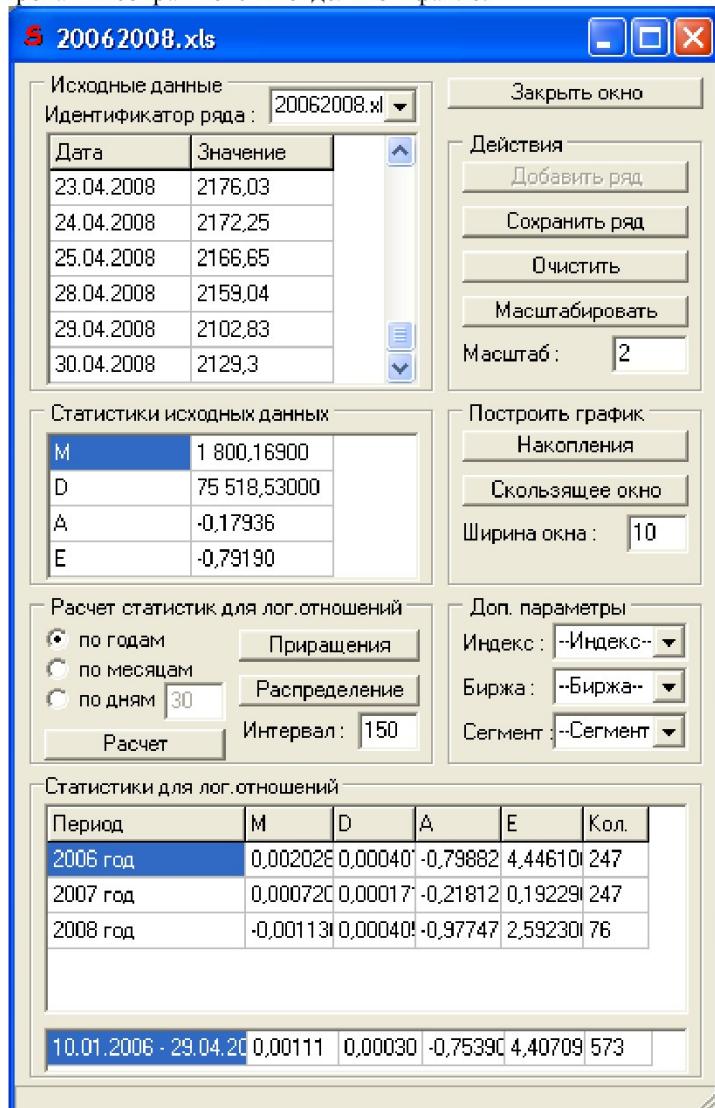


Рис. 2. Форма для работы с временным рядом

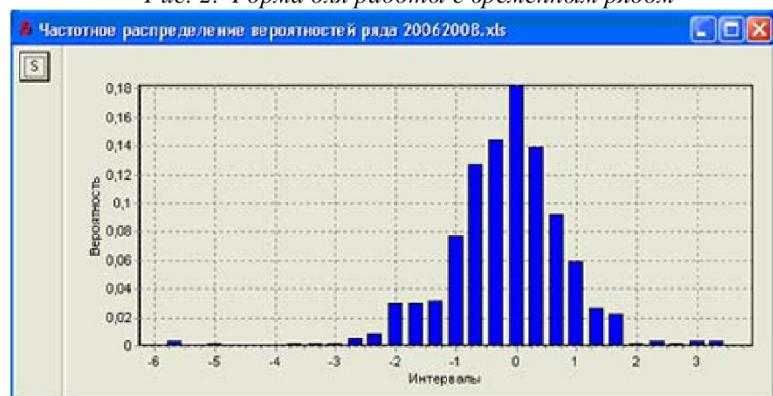


Рис. 3. Гистограмма частотного распределения вероятностей (10.01.06-30.04.08)

В области «Построить график» расположены кнопки, предназначенные для проведения фрактального анализа временных рядов, оценки показателя Херста, а также визуализации полученных результатов. В программном комплексе реализовано две схемы проведения R/S-анализа: методика накоплений и методика скользящего окна.

Проверка работоспособности комплекса программ «Симметрия» была проведена на примере анализа временных рядов индекса РТС [3] за период с 10.01.06 по 30.04.08. При анализе рынка использовались логарифмические прибыли, определенные первой разностью логарифмов значений индекса РТС. Для R/S-анализа логарифмические прибыли более подходящие, чем широко используемые процентные изменения значений индекса. Размах, используемый в R/S-анализе, есть накопленное отклонение от среднего, а логарифмические прибыли складываются в накопленную прибыль, чего нельзя сказать о процентных изменениях. Оценивать показатель Херста для полного диапазона данных неправильно ввиду того, что ряд имеет конечную память и начинает следовать случайному блужданию. Теоретически процесс с долговременной памятью предполагается берущим начало из бесконечно удаленного прошлого. Но в теории хаоса утверждается, что в любой нелинейной системе, в ее движении всегда существует точка, где теряется память о начальных условиях. Эта точка потери памяти аналогична концу естественного периода системы. Исходя из этого, предполагается, что процессы с долговременной памятью в большинстве систем не бесконечны – они имеют предел [4]. Сколько эта память, зависит от структуры нелинейной динамической системы, которая порождает фрактальный временной ряд. По этой причине необходимо строить регрессию на конце каждого диапазона данных, и на основе анализа полученных оценок H можно делать вывод о процессе с долговременной памятью.

Рассмотрим значения однодневных приращений индекса РТС за период с 10.01.06 по 30.04.08. На гистограмме (рис. 3) явно отображается распределение вероятно-

стей, не похожее на предсказанное гипотезой эффективного рынка нормальное распределение, свидетельствуя о том, что значения данного временного ряда подчинены фрактальному распределению Парето с «толстыми» хвостами. Поэтому мы можем применить процедуру R/S-анализа для исследования фрактальных свойств симметрии и долговременной памяти. Из рис. 4 видно, каким образом меняется показатель Херста на заданном временном интервале. После того, как H достигает уровня 0,6363 при 164 наблюдениях, рассеивается память о предыдущих наблюдениях, и показатель Херста определяется процессом случайного блуждания. Можно также заметить, что $\ln(R/S)$ резко меняет свое значение при 36 и при 90 наблюдениях, то есть период системы составляет 54 дня. Можно отметить, что данный временной ряд трендустойчив ($H>0,5$).

Рассмотрим теперь двухдневные приращения индекса РТС, то есть уменьшим масштаб наблю-

дения в 2 раза (рис. 5). На графике R/S-статистики можно увидеть, что показатель Херста отклоняется от установившейся тенденции при значении 0,6643 при 80 наблюдениях ($\approx 164/2$). Визуально сравнив графики R/S-статистики на рис. 4 и 5, можно увидеть их подобие. Период системы равен 27 дням, а если увеличить масштаб в 2 раза, то мы получим 54 дня, что соответствует периоду ряда однодневных прибылей. Более того, начало периода соответствует 18 наблюдениям, а конец периода – 45 наблюдениям. Если снова произвести масштабную подгонку, то увидим, что $18 \times 2 = 36$, а $45 \times 2 = 90$, т.е. ряды однодневных и двухдневных приращений индекса РТС качественно и количественно подобны. Такая же картина наблюдается

и для других масштабов времени. Можно считать данный временной ряд фрактальным, так как он обладает свойствами подобия (симметрии) и долговременной памяти.

Проанализируем однодневные приращения индекса РТС за тот же период с 10.01.06 по 30.04.08, но уже с помощью метода скользящего окна (рис. 6). Зададим ширину окна равной 30 наблюдениям, после уменьшим масштаб в 2 раза (рис. 7). Можно увидеть, что показатель Херста колеблется около отметки 0,73. Сравнив этот результат с тем, который был получен для R/S-статистики однодневных приращений индекса РТС, изображенной на рис. 4, можно сделать вывод о том, что метод скользящего окна дает большее значение показателя H , но потеря памяти системой начинается при 134 наблюдениях. Если прибавить к 134 ширину окна, то получим 164. Именно такая оценка была получена при проведении R/S-анализа методом накоплений (рис. 4). По-

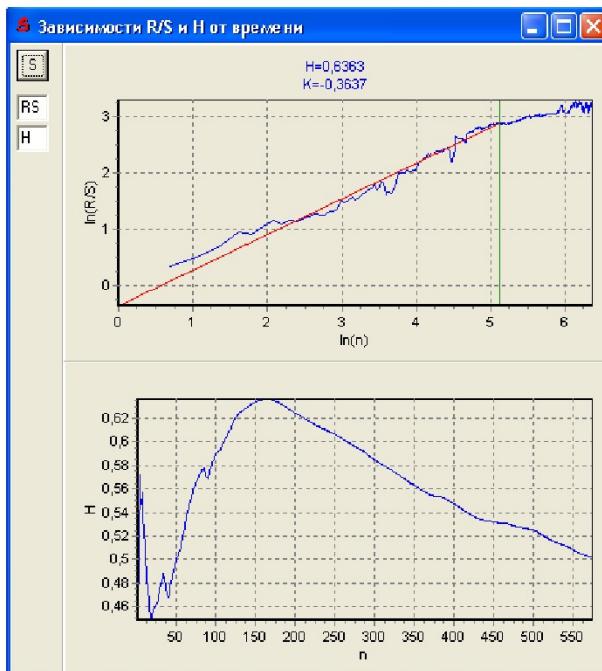


Рис. 4. R/S-статистика и показатель Херста (10.01.06-30.04.08),
однодневные приращения

дений в 2 раза (рис. 5). На графике R/S-статистики можно увидеть, что показатель Херста отклоняется от установившейся тенденции при значении 0,6643 при 80 наблюдениях ($\approx 164/2$). Визуально сравнив графики R/S-статистики на рис. 4 и 5, можно увидеть их подобие. Период системы равен 27 дням, а если увеличить масштаб в 2 раза, то мы получим 54 дня, что соответствует периоду ряда однодневных прибылей. Более того, начало периода соответствует 18 наблюдениям, а конец периода – 45 наблюдениям. Если снова произвести масштабную подгонку, то увидим, что $18 \times 2 = 36$, а $45 \times 2 = 90$, т.е. ряды однодневных и двухдневных приращений индекса РТС качественно и количественно подобны. Такая же картина наблюдается

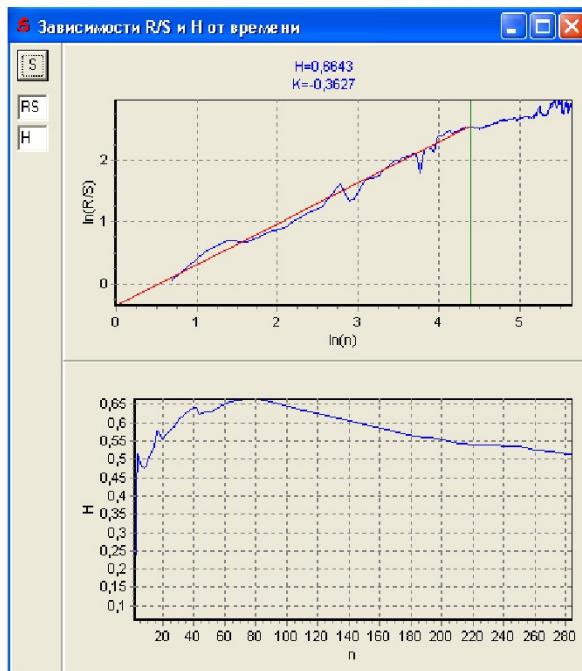


Рис. 5. R/S-статистика и показатель Херста (10.01.06-30.04.08),
двуходневные приращения

смотрим, какие результаты даст уменьшение масштаба временного ряда в 2 раза (рис. 7) – то есть рассмотрим двухдневные приращения индекса РТС за выбранный период. Из графика (рис. 7) видно, что память о начальных условиях теряется в точке 3,91, соответствующей 50 наблюдениям. При этом полученная оценка показателя Херста равна 0,8041. Прибавив к 50 ширину окна, увидим, что и при использовании метода накоплений, и при использовании метода скользящего окна система теряет память при 80 наблюдениях.

Увеличим размер окна до 50 наблюдений и построим график зависимости R/S-статистики от времени (рис. 8). Можно заметить, что показатель Херста начинает следовать случайным блуждани-

ям в точке 4,55, что соответствует 90 наблюдениям. При анализе рис. 9 (ширина окна 100 наблюдений) получается аналогичный результат.

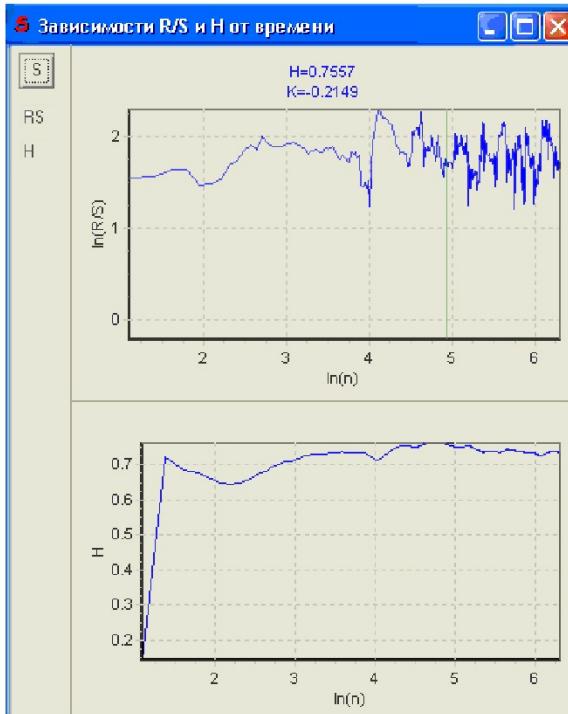


Рис. 6. R/S-статистика (10.01.06-30.04.08), однодневные приращения, ширина окна – 30 наблюдений

Причина возникновения фрактальных свойств на рынках капитала заключается в том, что инвесторы в действительности оценивают активы в некотором диапазоне справедливых цен. Этот диапазон частично определяется фундаментальной информацией, такой, как доходы, управление, новая продукция и текущая экономическая обстановка. Эта информация часто бывает полезной для определения единственной справедливой цены при помощи известных методов технического анализа. Второй компонентой ценового диапазона является то, в какой мере инвесторы ощущают готовность платить со стороны других инвесторов. Эта «чувственная компонента» также анализируется и в результате складывается некий диапазон около определенной «справедливой цены». Это соединение информации и мнений дает в результате смещение оценки капитала. Если основные показатели благоприятны, цена приближается к «справедливой величине». Если инвесторы видят, что тренд соответствует их позитивным ожиданиям в отношении той или иной ценной бумаги, они начинают покупать по примеру других. Активность в прошлом оказывает влияние сегодня – рынок хранит память о своем прошлом тренде. Смещение изменится, когда цена достигнет верхнего предела справедливой величины. На этой точке смещение претерпит изменение. В действительности этот диапазон оценки не постоянен. Новая информация относительно той или иной

ценной бумаги или рынка в целом может изменить этот диапазон и стать причиной драматического поворота в рыночной ситуации или в курсе

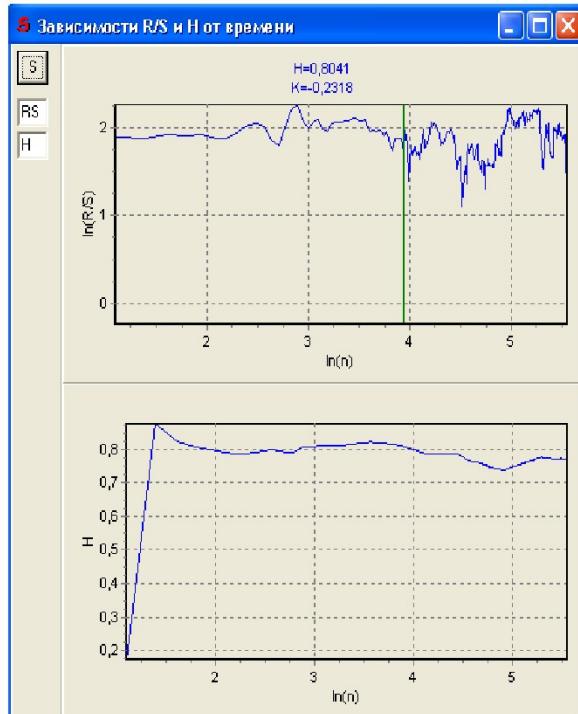


Рис. 7. R/S-статистика (10.01.06-30.04.08), двухдневные приращения, ширина окна – 30 наблюдений

отдельной ценной бумаги.

Фрактальная природа рынков капитала противоречит гипотезе эффективного рынка и всем количественным моделям, которые из нее выводятся. К ним относятся модель оценки капитальных активов (CAPM), арбитражная ценовая теория (APT), ценовая модель Блека-Шоулса и другие численные модели, которые подразумевают нормальное распределение и/или конечную дисперсию. Эти модели не позволяют получить оценки, близких к истинным значениям, так как они упрощают реальность, предполагая случайное поведение, игнорируют влияние времени на принятие решений. Этим предположением о случайности проблема упрощается. Используя случайное блуждание, можно получить «оптимальный портфель», «истинную величину», «справедливую цену» [1]. Фрактальный анализ предлагает для моделирования более сложную математику, но его результаты гораздо ближе к практическому опыту. Фрактальная структура рынков капитала порождает циклы, тренды и множество возможных «справедливых цен». Она указывает на зависимость от человеческих решений, и делает возможным их количественное измерение. Фрактальная статистика указывает на беспорядочность и сложность рынка.

Таким образом, разработанный комплекс программ «Симметрия» может быть использован инвесторами с различными инвестиционными гори-

зонтами, аналитическими компаниями для фрактального анализа фондового рынка, определения меры риска, а также для прогнозирования, в том числе кризисов. При некоторой модификации возможно применение программного комплекса в

других областях человеческих знаний, где используются фрактальные временные ряды: медицина, биология, горное дело, информационные технологии и др.

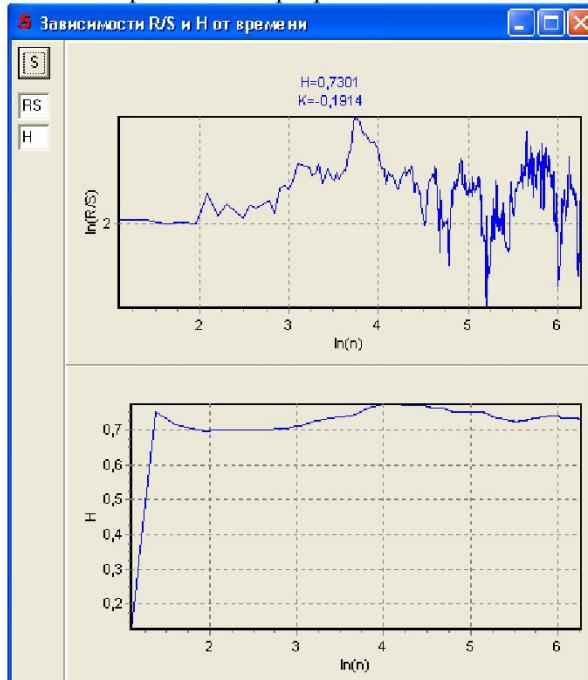


Рис. 8. R/S-статистика (10.01.06-30.04.08), однодневные приращения, ширина окна—50 наблюдений

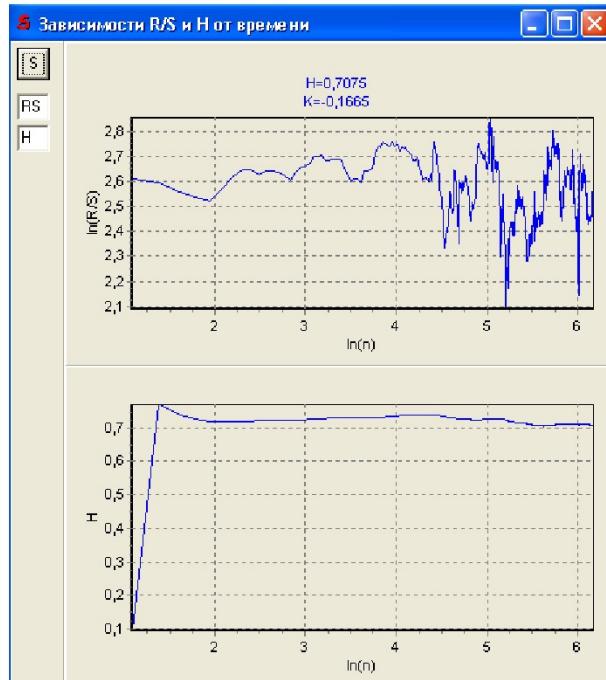


Рис. 9. R/S-статистика (10.01.06-30.04.08), однодневные приращения, ширина окна—100 наблюдений

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петерс, Э. Хаос и порядок на рынках капитала: Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка / Пер. с англ. – М.: Мир, 2000. – 333 с.
2. Пимонов, А.Г. Статистическое моделирование и прогноз разрушения горных пород в очагах горных ударов / Пимонов А.Г., Егоров П.В., Иванов В.В., Алексеев Д.В., Колмагоров В.М., Сурков А.В. – Кемерово: Академия горных наук, 1997. – 177 с.
3. Финам. ru – Рынок и Аналитика: Исторические данные по сделкам: Экспорт котировок [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.finam.ru/analysis/export/default.asp>, свободный.
4. Вильямс, Б. Торговый хаос. – М.: ИК Аналитика, 2000. – 113 с.

Авторы статьи:

Пимонов
Игорь Александрович
– аспирант Института экономики и
организации промышленного произ-
водства СО РАН.
Email: pimigor@mail.ru.

Трегуб
Александр Игоревич
– студ. каф. вычислительной техни-
ки и информационных технологий
(гр. ПИ-031)
Email: vicof@mail.ru.