

ФИЗИКА ГОРНЫХ ПОРОД

УДК 622.235(088.8): 519.21

Д. Ю. Сирота

ЭФФЕКТ ЭКРАНИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ОТ ГЛУБИННЫХ ОЧАГОВ РАЗРУШЕНИЯ В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ

Введение

По физическим свойствам и геофизическим характеристикам (скорости прохождения сейсмических волн, плотности, магнитной восприимчивости, теплопроводности, электропроводности и др.) земную кору в пределах континентов принято разделять, как минимум, на три слоя: осадочный, гранитно-метаморфический и базальтовый. Мощность осадочного слоя варьируется от 0 до 100 метров. Мощность гранитно-метаморфического слоя составляет от 10 до 40 км. Мощность базальтового слоя под континентами изменяется от 30 до 40 км, а под океанами – от 3 до 15 км. В свою очередь, верхние слои осадочных и частично гранитно-метаморфического слоя по данным электрических зондирований [1] можно подразделить на слои следующим образом:

- УЭС до глубины 70–110 м. от поверхности земли примерно составляет 350–400 ом· м,
- верхняя часть гранитно-метаморфического слоя до глубины 1300 – 1500 м. обладает УЭС порядка 50 – 100 ом· м.

Разность УЭС слоев порождает экранный эффект для электрических полей глубинных источников тока.

Данная работа посвящена анализу эффекта экранирования поля глубинных источников в слоистой среде.

1. Экранирование потенциала точечного источника

Рассмотрим трехслойное изотропное пространство с плоскопараллельными границами. Мощности первого и третьего слоев предполагаются бесконечными, мощность второго слоя равна h . Третий слой является атмосферой с удельным электросопротивлением $\rho_3 \rightarrow \infty$, УЭС первого и второго слоев будут ρ_1 , ρ_2 соответственно. Заглубленный точечный источник тока I расположен на глубине y_1 от границы первого и второго слоев (рис. 1).

Потенциал точечного источника, согласно [2], имеет вид:

$$\varphi^3 = \frac{\rho_2 I}{2\pi h} \int_0^\infty A(p) J_0(pr) \exp(-py) dp, \quad (1)$$

где

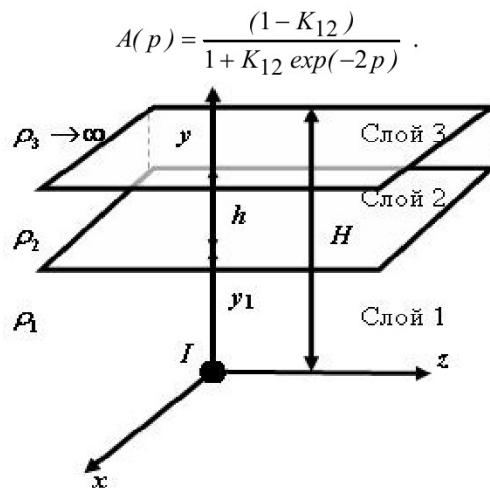


Рис. 1. К расчету потенциала точечного источника

Здесь ρ_1 , ρ_2 – удельное электросопротивление второго слоя ($\Omega \cdot m$); $K_{12} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$ – коэффициент отражения второго слоя; $J_0(pr)$ – функция Бесселя нулевого порядка; I – ток точечного источника; $r = \sqrt{x^2 + z^2}$ – полярный радиус; h – толщина второго слоя; величины с черной – безразмерные величины с размерным коэффициентом h^{-1} .

Для дальнейшего изложения нам потребуются формулы для потенциала точечного источника в случае равенства УЭС первого и второго слоев: $\rho_1 = \rho_2$. Так как $\rho_1 = \rho_2$, то в (1) $K_{12}=0$ и вместо ρ_2 надо писать ρ_1 . Таким образом, учитывая тождество Вебера, получаем:

$$\varphi_{K_{12}=0}^3 = \frac{\rho_1 I}{2\pi h} \int_0^\infty J_0(pr) e^{-py} dp = \frac{\rho_1 I}{2\pi h \sqrt{r^2 + y^2}} \quad (2)$$

Коэффициент экранирования поля определяется следующим отношением:

$$K_{sh} = \frac{\varphi^3}{\varphi_{K_{12}=0}^3}. \quad (3)$$

Так как формула (3) содержит отношение УЭС второго и первого слоев, выразим его через коэффициент отражения K_{12} :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1 + K_{12}}{1 - K_{12}}.$$

Проведем теоретический анализ коэффициента экранирования в зависимости от:

- 1) знака коэффициента отражения K_{12} ;
- 2) координаты x точки наблюдения;
- 3) глубины залегания источника y .

При анализе будем следовать [3], где был произведен подобный анализ для поля вертикального диполя.

Следуя [4], представим формулу (1) в виде ряда с обособленным первым слагаемым (будем рассматривать одну из осей симметрии, например, $z=0$):

$$\varphi^3 = \frac{\rho_2 I}{2\pi h} \times (1 - K_{12}) \left[\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-K_{12})^n}{\sqrt{x^2 + (2n+y)^2}} \right] \quad (4)$$

$$\varphi_*^3 = \frac{\rho_2 I}{2\pi h} (1 - K_{12}) \left[\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right] \quad (5)$$

Отношение $\frac{\varphi_*^3}{\varphi^3} = 1 + K_{12}$. При $K_{12} < 0$ все члены ряда (4) положительны, поэтому $\varphi^3 \geq \varphi_*^3$ и $K_{sh} \geq 1 + K_{12}$. При $K_{12} > 0$ происходит чередование знаков в ряде (4), при этом первое слагаемое будет отрицательное. Так как элементы ряда по модулю уменьшаются, то вся сумма ряда будет отрицательной и, следовательно, $\varphi^3 \leq \varphi_*^3$ и $K_{sh} \leq 1 + K_{12}$.

Сравнивая полученные грубые оценки с оценками из работы [3], видим что они совпадают, что говорит об отсутствии зависимости K_{sh} от типа источника поля. Полученная в [3] существенная зависимость K_{sh} от координаты x точки наблюдения в нашем случае не наблюдается. Независимо от координаты точки наблюдения при $K_{12} < 0$ величина K_{sh} будет меньше единицы, а при $K_{12} > 0$ наоборот – больше единицы. В связи с этим предлагается ввести следующую терминологию: в первом случае коэффициент экранирования называть коэффициентом ослабления, а во втором – коэффициентом усиления. В работе [2] приведены оценка коэффициента экранирования при $y \rightarrow \infty$: $K_{sh} \rightarrow 1$, другими словами «сильнее всего экранировано поле от источников, расположенных в непосредственной близости от экранирующего слоя и наоборот, чем более глубоко расположен источник поля, тем меньше проявляется эффект экранирования в атмосфере непосредственно над эпицентром». Указанный эффект носит асимптотический характер, то есть при конкретных значениях $K_{12} < 0$ величина K_{sh} будет существенно отличаться от единицы (в особенности для $K_{12} \sim -1$).

Указанные соображения подтверждаются численными расчетами. Приведем графики зависимости коэффициента экранирования K_{sh} от координаты \bar{x} при разных значениях K_{12} ; зависимости коэффициента экранирования K_{sh} от величины K_{12} при разных значениях $t = y_1 \cdot h^{-1}$ (рис. 2, 3).

При расчетах будем предполагать следующие величины неизменными: $h=5$ м, $y_1=10, 20, 30$ м.

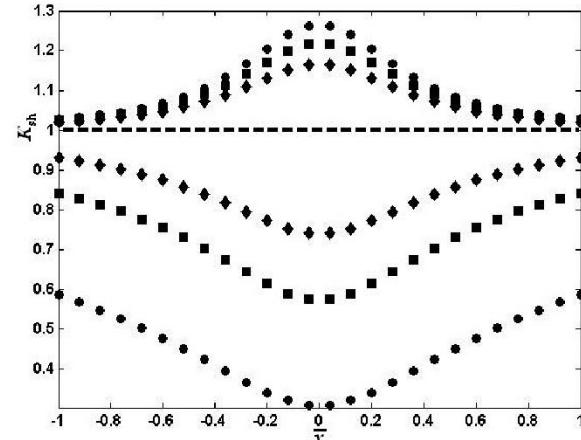


Рис. 2. Зависимость K_{sh} от координаты \bar{x} при разных значениях $K_{12} = 0.9; 0.7; 0.5; -0.5; -0.7; -0.9$ (сверху вниз).

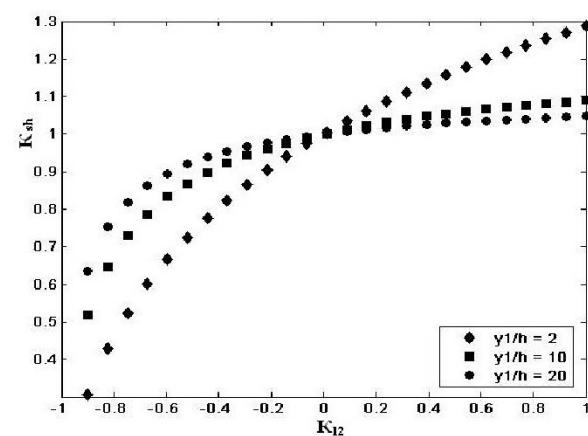


Рис. 3. Зависимость K_{sh} от K_{12} при разных значениях $t = y_1 \cdot h^{-1}$

2. Экранирование потенциала равномерно заряженного эллипсоида

Рассмотрим, расположенный на глубине y_1 от границы со вторым слоем, эллипсоид, расположо-

женный под углом α к земной поверхности (рис. 4).

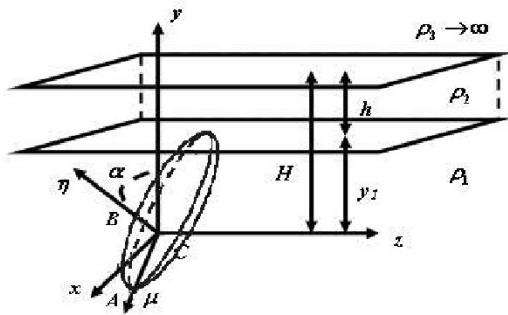


Рис. 4. К расчету потенциала равномерно заряженного эллипсоида

Как было показано в [4], величина потенциала равномерно заряженного эллипсоида на земной поверхности имеют вид:

$$\Phi^3 = \frac{\rho_2(1-K_{12})h^2 \operatorname{div} \vec{j}}{2\pi} \times \sum_{n=0}^{\infty} \left[\iiint_{V_p} \frac{(-K_{12})^n}{\sqrt{[A_M]^2 + z^2 + [B_M]^2}} dV_p \right] \quad (6)$$

При выполнении равенства $\rho_1=\rho_2$ формула (6) преобразуется к виду:

$$\Phi_{K_{12}=0}^3 = \frac{\rho_1 h^2 \operatorname{div} \vec{j}}{2\pi} \times \sum_{n=0}^{\infty} \left[\iiint_{V_p} \frac{1}{\sqrt{[\mu]^2 + z^2 + [\eta]^2}} dV_p \right] \quad (7)$$

В формулах (6), (7) $\operatorname{div} \vec{j}$ – объемная плотность тока, $A_M = \bar{x} \cdot \cos \alpha + \bar{y} \cdot \sin \alpha + 2n \sin \alpha$, $B_M = -\bar{x} \cdot \sin \alpha + \bar{y} \cdot \cos \alpha + 2n \cos \alpha$, $\bar{\mu} = \bar{x} \cdot \cos \alpha + \bar{y} \cdot \sin \alpha$, $\bar{\eta} = -\bar{x} \cdot \sin \alpha + \bar{y} \cdot \cos \alpha$, \bar{z} – безразмерные координаты.

Анализируя формулы (6), (7) аналогично (2), (4) нетрудно заметить, что оценки для величины K_{sh} сохраняют свою силу. Отследить аналитически зависимость K_{sh} от угла наклона эллипсоида представляется проблематичным.

Рассмотрим некоторые частные случаи, используя формулы для вычисления потенциала [4]:

$$\Phi^3 = k \cdot \sum_{n=1}^N p(n) \begin{pmatrix} M_{000} - A_M^2 M_{100} - \\ - B_M^2 M_{010} - z_M^2 M_{001} \end{pmatrix} \quad (8)$$

где $k = \rho_2 h^2 \operatorname{div} \vec{j} (1 - K_{12})$,

$$A_M = (2[n-1] + \bar{y}_M) \sin \alpha + \bar{x}_M \cos \alpha,$$

$$B_M = (2[n-1] + \bar{y}_M) \cos \alpha - \bar{x}_M \sin \alpha;$$

$$M_{100} = \frac{\overline{ABC}}{2} \int_{\xi}^{\infty} \frac{du}{Q(u)},$$

$$M_{100} = \frac{\overline{ABC}}{2} \int_{\xi}^{\infty} \frac{du}{(\bar{A}^2 + u)Q(u)},$$

$$M_{010} = \frac{\overline{ABC}}{2} \int_{\xi}^{\infty} \frac{du}{(\bar{B}^2 + u)Q(u)},$$

$$M_{001} = \frac{\overline{ABC}}{2} \int_{\xi}^{\infty} \frac{du}{(\bar{C}^2 + u)Q(u)},$$

$$Q(u) = \sqrt{(\bar{A}^2 + u)(\bar{B}^2 + u)(\bar{C}^2 + u)};$$

ξ – наибольший положительный корень уравнения

$$\frac{(A_M)^2}{\bar{A}^2 + \xi} + \frac{(B_M)^2}{\bar{B}^2 + \xi} + \frac{(z_M)^2}{\bar{C}^2 + \xi} = 1;$$

α – угол наклона эллипсоида к плоскости $0xz$; $p(n)$ – коэффициенты аппроксимирующего полинома степени N [5].

При выполнении равенства $\rho_1=\rho_2$ формула (8) преобразуется к виду:

$$\Phi_{K_{12}=0}^3 = \rho_1 h^2 \operatorname{div} \vec{j} \times \left[M_{000} - (C_M)^2 M_{100} - \right. \\ \left. - (D_M)^2 M_{010} - z_M^2 M_{001} \right] \quad (9)$$

где

$$C_M = \bar{y}_M \sin \alpha + \bar{x}_M \cos \alpha,$$

$D_M = \bar{y}_M \cos \alpha - \bar{x}_M \sin \alpha$, а ξ_1 для эллиптических интегралов вычисляется из уравнения:

$$\frac{(C_M)^2}{\bar{A}^2 + \xi_1} + \frac{(z_M)^2}{\bar{C}^2 + \xi_1} + \frac{(D_M)^2}{\bar{B}^2 + \xi_1} = 1,$$

При расчетах будем предполагать следующие величины неизменными: $A=50$ м, $B=40$ м, $C=5$ м.

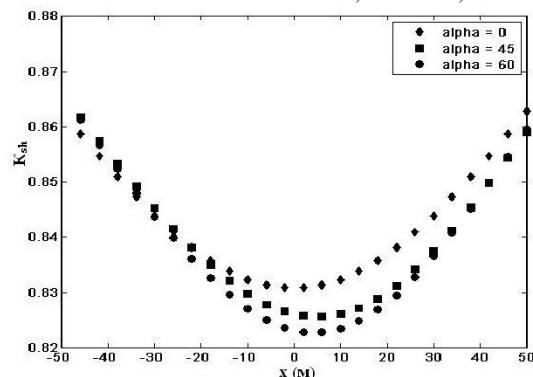


Рис. 5. Зависимость K_{sh} от x при разных значениях угла наклона

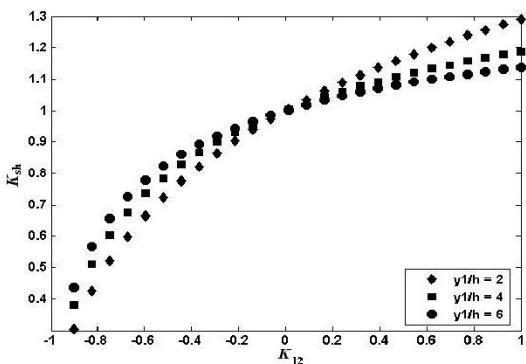


Рис. 6. Зависимость K_{sh} от K_{12} при разных значениях $t = y_1 \cdot h^{-1}$

Численные расчеты показывают, что распределение аномалий потенциала вдоль оси $0x$ существенно зависит от угла наклона эллипсоида: в области наименьшего расстояния от эллипсоида до границы слоев существует прямая зависимость между углом наклона и экранированием потенциала; вдали от эпицентра наблюдается обратная зависимость; кроме того, существует связь между

интенсивностью аномалий и расстоянием от эллипса и земной поверхностью (рис. 5, 6).

Заключение

Исходя из произведенного исследования, можно сделать следующие выводы.

1) При $K_{12} \in [-0.5, 0.6]$ $K_{12} \in [-0.5; 0.6]$

коэффициент экранирования $K_{sh} \sim 1$, если только глубина залегания источника более чем в шесть раз превосходит мощность промежуточного слоя; в остальных случаях необходимы вычисления по приведенным выше формуле (3) и ее модификации.

2) Для наклонного эллипса происходит сдвиг максимума экранирования в сторону увеличения максимума объемного потенциала (в сторону уменьшения расстояния от эллипса до земной поверхности).

3) Эффект усиления электрического поля менее ярко выражен, чем эффект ослабления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дащевский Ю.А., Мартынов, А.А. Обратный задачи электрических зондирований в сейсмоактивных зонах. / Ю.А. Дащевский, А.А. Мартынов. –Н.: НГУ, 2002. –52с.
2. Иванов, В.В. Физические основы электромагнитных процессов при формировании очага разрушения в массиве горных пород.[Текст]: дис... докт. техн. наук: 05.15.11: защищена 02.07.04: утв. 15.09.04 / Иванов Вадим Васильевич. – Кемерово, 1994. –366 с. –Библиогр.: с.296 -320.
3. Семенов, А.С. Электроразведка методом естественного электрического поля. /А.С. Семенов. –Л.: Недра, 1968. –380 с.
4. Иванов, В.В., Сирота Д.Ю. Электромагнитные возмущения в атмосфере перед крупными сейсмическими событиями // Вестник КузГТУ, 2006. Т 6.2. С. 3–8.
5. Сирота, Д. Ю. Повышение скорости вычислений для одной задачи электроразведки// Вестник КузГТУ, 2008. Т 1. –с. 81-85.

□ Авторы статьи:

Сирота
Дмитрий Юрьевич
-ст. преп. каф. прикладной
математики КузГТУ,
e-mail: sirotadm@kuzbass.net