

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 519.21

А.С.Сорокин

ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ ОЧИСТНОЙ ВЫЕМКИ УГЛЯ КОРОТКИМИ ЗАБОЯМИ НА ШАХТАХ КУЗБАССА, РАЗРАБАТЫВАЮЩИХ ПОЛОГИЕ ПЛАСТЫ СРЕДНЕЙ МОЩНОСТИ

Для разработки пологих пластов при гидравлической добыче угля во ВНИИГидроугле составлены технологические схемы, характеризующиеся различными показателями производительности труда, нагрузки на забой, эксплуатационных потерь, надежности, газообильности и т.д. [1,2].

Ниже рассмотрен метод выбора (оптимизации) технологических схем, составленных ВНИИГидроуглем.

Оптимизация реализуется с целью более эффективной отработки пластов полого падения, внедрения более прогрессивных способов проведения подготовительных и нарезных выработок, увеличения коэффициента машинного времени забойного оборудования и сокращения потерь угля в недрах, что в конечном итоге обеспечивает значительное улучшение технико-экономических показателей работы гидрошахт.

Исходными данными для оптимизации технологических схем послужили рекомендации исследований, проведенных лабораторией систем разработки пластов полого падения и отделом технолого-экономических исследований ВНИИГидроугля с учетом накопленного опыта, а также анализ технических схем по результатам работы очистных бригад гидрошахт.

Технолого-математическая модель эксплуатационного участка гидрошахты [3,4] дает оптимальные размеры выемочных столбов и блоков, способов проходки и вида крепления, отвечающих максимуму производительности труда при заданном способе очистной выемки.

В [5, 6] изложен метод выбора оптимального числа действующих подготовительных, очистных и нарезных забоев.

1. Технологические схемы очистной выемки

Рассматриваются следующие технологические схемы очистной выемки:

короткие забои с выемкой полосами по падению (гидравлическая выемка с механогидравлической нарезкой);

короткие забои с выемкой диагональными полосами (гидравлическая выемка с механогидравлической нарезкой);

короткие забои с выемкой полосами по про-

стианию (гидравлическая выемка с механогидравлической нарезкой);

механогидравлическая выемка полосами по падению;

механогидравлическая выемка диагональными полосами.

Из этих пяти технологических схем нужно выбрать наилучшую.

Обозначим вероятность выбора i -ой технологической схемы

$$y_i, \quad i=1 \dots 5 \quad (1)$$

Из определения вероятности следуют такие ограничения:

$$0 \leq y_i \leq 1, \quad i=1 \dots 5 \quad (2)$$

Учитывая, что каждая из рассматриваемых технологических схем выемки характеризуется надежностью (коэффициентом надежности), и, используя теорему о полной вероятности, получаем, что вероятность работы схемы должна быть не ниже заданного уровня:

$$\begin{aligned} & 0.643y_1 + 0.620y_2 + 0.667y_3 + \\ & + 0.596y_4 + 0.596y_5 \geq 0.596. \end{aligned} \quad (3)$$

Аналогично, применяя теорему о полной вероятности, для газообильности имеем:

$$20y_1 + 20y_2 + 20y_3 + 20y_4 + 20y_5 \leq 20. \quad (4)$$

Для коэффициента извлечения K_H или для эксплуатационных потерь $(1 - K_H)$ получаем:

$$18.5y_1 + 18.5y_2 + 18.5y_3 + 16y_4 + 18.5y_5 \leq 18.5. \quad (5)$$

Поставлены следующие задачи:

Задача 1. Определить оптимальную технологическую схему очистной выемки угля на пластах полого падения средней мощности, дающую максимальную производительность труда (минимальную трудоемкость),

$$\frac{y_1}{51.9} + \frac{y_2}{46.7} + \frac{y_3}{46.7} + \frac{y_4}{55.7} + \frac{y_5}{50} \rightarrow \min, \quad (6)$$

при условии, что суточная добыча будет не ниже заданного уровня:

$$\begin{aligned} & 1400y_1 + 1400y_2 + 1400y_3 + \\ & + 1000y_4 + 1000y_5 \geq 1000, \end{aligned} \quad (7)$$

а себестоимость одной тонны угля будет не выше заданного уровня:

$$0.501y_1 + 0.543y_2 + 0.525y_3 + \\ + 0.595y_4 + 0.630y_5 \leq 0.63. \quad (8)$$

Итак, имеем задачу целочисленного линейного программирования [7, 8] с целевой функцией (5) и ограничениями (1) – (4), (6) и (7).

При решении этой задачи в среде MAPLE11 с помощью алгоритма вектора спада был получен вектор решений $(0,0,0,1,0)$.

Это значит, что рекомендуется механогидравлическая выемка полосами по падению, дающая наибольшую производительность труда рабочего по бригаде - 55,7 т/смену.

Задача 2. Найти такую технологическую схему очистной выемки угля на пластах полого падения средней мощности, при которой суточная добыча угля была бы максимальной при выполнении ограничений на производительность труда, надежность, газообильность и пр.

$$1400y_1 + 1400y_2 + 1400y_3 + \\ + 1000y_4 + 1000y_5 \rightarrow \max, \quad (9)$$

при условии, что производительность труда будет не ниже заданного уровня:

$$51.9y_1 + 46.7y_2 + 46.7y_3 + 55.7y_4 + 50y_5 \geq 50. \quad (10)$$

Получаем задачу целочисленного линейного программирования с целевой функцией (9) и ограничениями (1) – (4), (8) и (10).

Используя тот же алгоритм, что и для первой задачи, с помощью среды MAPLE11 получим вектор решений $(1,0,0,0,0)$. Отсюда следует, что рекомендуется гидравлическая выемка с механогидравлической нарезкой (короткими забоями с выемкой полосами по падению), дающая наибольшую суточную добычу угля - 1400 т/сутки.

Задача 3. Необходимо выбрать технологическую схему очистной выемки угля на пластах полого падения средней мощности, которая имела бы минимальную себестоимость одной тонны угля при выполнении ограничений на производительность труда, суточную добычу, надежность и т.д.,

$$0.501y_1 + 0.543y_2 + 0.525y_3 + \\ + 0.595y_4 + 0.630y_5 \rightarrow \min, \quad (11)$$

при условии, что производительность труда будет не ниже заданного уровня (10), суточная добыча будет не ниже заданного уровня (6) и т.д.

2. Об алгоритмах решения задач целочисленного линейного программирования

В настоящее время известно несколько подходов к отысканию точного решения задач целочисленного программирования. Эта алгоритмы отсечения (алгоритмы Р.Гомори [9], [10], основанные на идеи отсекающих плоскостей); алгоритмы ветвей и границ, основанные на методах возврата, обрыва ветвей [11]; алгоритмы по методу вектора спада [12].

Известны примеры задач с применением алгоритмов Гомори, решение которых требует огромного числа итераций, что при реализации их на ЭВМ приводит к большим затратам машинного времени. Метод ветвей и границ эффективен при решении задач, содержащих небольшое число целочисленных переменных. Если же число переменных велико или решение задачи линейного программирования далеко от оптимального решения целочисленной задачи, то число итераций окажется очень большим.

В последнее время создан метод отыскания решений задачи целочисленного программирования, обладающий по сравнению с вышеописанными методами, большей быстротой сходимости – метод вектора спада [12].

Сущность этого метода состоит в следующем.

Рассмотрим множество Mq векторов вида

$$z = (z_1, z_2, z_3, \dots, z_q),$$

где z_p ($p=1, 2, \dots, q$) – целые числа.

Расстояние между произвольными элементами множества Mq

$$z^{(1)} = (z_1^{(1)}, z_2^{(1)}, z_3^{(1)}, z_4^{(1)}),$$

$$z^{(2)} = (z_1^{(2)}, z_2^{(2)}, z_3^{(2)}, z_4^{(2)})$$

определим таким образом:

$$r(z^{(1)}, z^{(2)}) = \sum_{p=1}^q |z_p^{(1)} - z_p^{(2)}|. \quad (12)$$

Нетрудно доказать, что величина $r(z^{(1)}, z^{(2)})$ удовлетворяет аксиомам расстояния.

Таким образом, множество Mq можно рассматривать как метрическое пространство с метрикой, определяемой по формуле (12).

Окрестностью $L_p(z)$ точки $z \in Mq$ радиуса ρ будем называть совокупность точек X пространства Mq , удовлетворяющих неравенству $r(Z, X) \leq \rho$

Расстояние, определяемое по формуле (12), позволяет сделать вывод о том, что окрестность $L_p(z)$ состоит из точки Z и множества точек Mq , отстоящих от нее на расстоянии $1, 2, \dots, [\rho]$ ($[\rho]$ – целая часть числа ρ). Поэтому в дальнейшем можно ограничиться рассмотрением окрестностей целочисленного радиуса.

Пусть множество $R_q \subset Mq$ состоит из точек $z = (z_1, z_2, z_3, \dots, z_q)$, удовлетворяющих условиям (1) – (4), (6), (7). Точку $\bar{z} \in Rq$ назовем точкой локального минимума функции $F(Z)$ в области $R_q \subset Mq$, если существует такое $\rho > 0$, что $F(z) \geq F(\bar{z})$ для всех $z \in L_p \cap R_q$ и множе-

ство $L_p \cap R_q$ содержит хотя бы одну точку, отличную от z .

В качестве вектора спада функции $F(Z)$ определенной в области Rq , в некоторой окрестности $L_p(z)$ точки $\bar{z} \in Rq$ рассмотрим вектор

$$R(z) = (\Delta(z, z^{(1)}), \Delta(z, z^{(2)}), \dots, \Delta(z, z^{(g)})),$$

где z_i ($i=1, 2, \dots, g$) - точки множества $L_p \cap R_q$, отличные от z .

$$\Delta(z, z^{(i)}) = F(z^{(i)}) - F(z), \quad i = 1, 2, \dots, g.$$

Если все

$$\Delta(z, z^{(i)}) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, g,$$

то

$$F(z) = \min_{z_i \in L_p(z) \cap R_q} F(z^{(i)}).$$

Если точка $\bar{z} \in Rq$ не является минимумом функции $F(Z)$, то при помощи вектора спада $R(q)$ можно найти такую точку $z \in L_p \cap R_q$, что $F(z') < F(z)$ т.е. $\Delta(z, z') < 0$.

Алгоритмы отыскания экстремального решения задачи по методу вектора спада записутся следующим образом.

Алгоритм I

Шаг 1. Выбираем начальное приближение

$$z^{(0)} = (z_1^{(0)}, z_2^{(0)}, \dots, z_q^{(0)}) \in R_q.$$

Шаг 2. На каждом $(n+1)$ -ом шаге алгоритма ($n=0, 1, \dots$), когда получен элемент $z^{(n)}$ на n -ом шаге, осуществляем следующие действия.

Шаг 2.1. Выбираем радиус ρ .

Шаг 2.2. Рассмотрим окрестность $L_\rho(z^{(n)}) \subset Mq$ радиуса ρ с центром в точке $z^{(n)}$.

Точки множества $L_\rho(z^{(n)})$ обозначим таким образом:

$$\begin{aligned} z^{(n, \rho_1, m_{\rho_1}, \rho_2, m_{\rho_2}, \dots, \rho_a, m_{\rho_a})} = \\ = \left(z_j^{(n, \rho_1, m_{\rho_1}, \rho_2, m_{\rho_2}, \dots, \rho_a, m_{\rho_a})} / j = 1, 2, \dots, q \right), \\ z_j^{(n, \rho_1, m_{\rho_1}, \rho_2, m_{\rho_2}, \dots, \rho_a, m_{\rho_a})} = \\ = \begin{cases} z_{pi}^{(n)} + m_{pi} & , j = pi \\ z_{pi}^{(n)} & , j \neq pi \end{cases} \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} i, \rho_i = 1, 2, \dots, q; \quad \rho_1 < \rho_2 < \dots < \rho_a, \\ m_{\rho_i} \in \{0, +1, -1, +2, -2, \dots, +\rho, -\rho\}; \\ i = 1, 2, \dots, a; \quad a = \min(\rho, q). \end{aligned} \quad (13)$$

Шаг 2.3. Перебирая точки окрестности $L_\rho(z^{(n)})$, выберем одну из них, удовлетворяющую условиям (1) – (4), (6), (7) и

$$\Delta(z^{(n)}, z^{(n, \rho_1, m_{\rho_1}, \rho_2, m_{\rho_2}, \dots, \rho_a, m_{\rho_a})}) < 0, \quad (14)$$

где

$$\Delta(z^{(n)}, z^{(n, \rho_1, m_{\rho_1}, \rho_2, m_{\rho_2}, \dots, \rho_a, m_{\rho_a})}) =$$

$$\sum_{i=1}^a \left(\sum_{k=0}^{m-2} \sum_{i=1+p_k^1}^{p_{k+1}^1} \sum_{j=1+p_{k+1}^1}^{p_{k+2}^1} c_{ij}(x_{ij} - x_{ij}^{(n)}) \right).$$

Обозначим эту точку через $z^{(n+1)}$. Переходим к шагу 2.2, заменяя n на $(n+1)$. Заметим, что точка $z^{(n+1)}$ принадлежит множеству Rq . Это приводит к уменьшению целевой функции $F(Z)$ в сравнении с точкой $z^{(n)}$.

Шаг 2.4. Если ни одна из точек окрестности $L_\rho(z^{(n)})$ не удовлетворяет условиям (1–4), (6–7), (14), то при $n \geq 1$ точка $z^{(n)}$ есть искомое решение задачи, а при $n=0$:

а) $z^{(n)}$ есть точка минимума функции $F(Z)$, определенной на Rq , если существует хотя бы одна точка окрестности $L_\rho(z^{(n)})$, отличная от $z^{(n)}$ и удовлетворяющая условиям (1–4), (6–7) одновременно;

б) в противном случае переходим к шагу 1, выбирая другое начальное решение.

Алгоритм II

Шаг 1. Выбираем начальное приближение $z^{(0)} = (z_1^{(0)}, z_2^{(0)}, \dots, z_q^{(0)}) \in R_q$ и радиус ρ .

Шаг 2. На каждом $(n+1)$ -ом шаге алгоритма ($n=0, 1, \dots$), когда получен элемент $z^{(n)}$ на n -ом шаге, осуществляем следующие действия.

Шаг 2.1. Выбираем радиус $\rho=1$.

Шаг 2.2. Рассмотрим подмножество $L_\rho(z^{(n)})$ точек множества Mq , находящихся на расстоянии ρ от точки $z^{(n)}$. Обозначим эти точки таким же, как обозначены точки окрестности $L_\rho(z^{(n)})$ в шаге 2.2. алгоритма 1.

Единственное различие состоит в том, что условие (13) заменится условием

$$\sum_{i=1}^a |m_{pi}| = \rho. \quad (15)$$

Шаг 2.3. Из множества $L_\rho(z^{(n)})$ выделим точку, удовлетворяющую одновременно условием (1–4), (6–7) и (14). Если такая точка найдется, то обозначим ее через $z^{(n+1)}$ и перейдем к шагу 2.1, заменяя n на $(n+1)$.

Шаг 2.4. Если в множестве $L_\rho(z^{(n)})$ нет такой точки, т.е. в $L_\rho(z^{(n)})$ нет ни одной допустимой точки, ведущей к уменьшению значения функции цели по сравнению с точкой $z^{(n)}$, то:

при $\rho < \bar{\rho}$ заменяем ρ на $\rho+1$ и переходим к шагу 2.2,

при $\rho = \bar{\rho}$ и $n=1$ точка $z^{(n)}$ есть искомое решение задачи;

при $\rho = \bar{\rho}$ и $n=0$:

а) $z^{(n)}$ есть точка минимума, если существует хотя бы одна точка множества

$$\bigcup_{i=1}^r \bar{L}_i(z^{(n)}) = L_p(z^{(n)}) \setminus z^{(n)},$$

удовлетворяющая условиям (1–4), (6–7);

в) в противном случае переходим к шагу 1, выбирая другое начальное приближение.

С помощью приведенных алгоритмов было решено несколько практических задач типа (1–4), (6–7) [12]. Полученные результаты подтвердили высокую эффективность предлагаемого подхода [12, 13]. Решить эти задачи другими известными методами оказалось труднее из-за большой размерности задач и соответственно большого объема необходимых вычислений.

Для нахождения оптимальных технологических схем на основе этих алгоритмов создана программа решения задачи целочисленного линейного программирования, постановка которой дана в [3, 5]. Программа выполнена на языке ЛИСП для ЭВМ в математическом пакете DERIVE6.15.

Начальное решение выбирается из исходной информации задачи и представляет собой вектор решений, компонентами которого являются ряд 0 и 1. Единицы поставлены в соответствии тем дугам графа, которые в свою очередь соответствуют допустимым (оптимальным или подоптимальным) звеньям технологической цепи. По приведенным выше алгоритмам программа улучшает начальный вектор решений и выдает на печать минимальное значение целевой функции, вектор решений (оптимальную технологическую схему), количество итераций. Те дуги графа, которым векторе решений соответствуют единицы, будут соответствовать технологическим процессам, составляющим искомую оптимальную технологическую схему.

3. Оценка результатов применения алгоритмов I и II

В такой постановке задача целочисленного программирования с целевой функцией (11) и

ограничениями (1–4), (6) и (10) при решении этой задачи в среде MAPLE11 имеет вектор (1,0,0,0,0). Это означает, что наилучшей технологической схемой очистной выемки будет гидравлическая выемка с механогидравлической нарезкой (короткими забоями с выемкой полосами по падению) с минимальной себестоимостью одной тонны угля по бригаде – 0.501 руб./т.

Выбранные на ЭВМ оптимальные технологические схемы могут быть рекомендованы к применению для горно-геологических условий, аналогичных условиям гидрошахты "Юбилейная".

Итак, осуществлена математическая постановка задачи оптимизации технологических схем в виде задачи целочисленного линейного программирования, позволяющая реализовать отыскание оптимальной схемы с помощью современных компьютерных технологий вычислений в математическом моделировании.

В результате решения задач оптимизации с использованием современных компьютерных технологий вычислений в математическом моделировании установлены оптимальные варианты применения технологической схемы очистной выемки для гидрошахт Кузбасса, обрабатывающих пласти пологого падения средней мощности (2.4 – 2.5 м.).

Использование приведенного в работе метода оптимизации позволяет на научной основе выбирать наиболее рациональный вариант системы разработки короткими забоями по различным критериям и ограничивающим показателям, что дает возможность получить значительный экономический эффект.

Выводы

Осуществлена математическая постановка задачи оптимизации технологических схем в виде задачи целочисленного линейного программирования, позволяющая реализовать отыскание оптимальной схемы с помощью современных компьютерных технологий вычислений в математическом моделировании.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Временные инструкции и технологические схемы очистной выемки угля на пластах пологого и наклонного падения гидрошахт Кузбасса// ВНИИГидроуголь. Новокузнецк, 1973. 50 с.
2. Временные инструкции и технологические схемы очистной выемки угля на пластах крутого падения гидрошахт Кузбасса // ВНИИГидроуголь. Новокузнецк, 1973. 44 с.
3. Сорокин А.С. Применение методов теории вероятностей к исследованию некоторых процессов производства. // 4-ая междунар. конф. «Кибернетика и технологии XXI века». Воронеж, 2003. С.312-323.
4. Сорокин А.С. Математическое моделирование метановзрывоопасности шахтных технологических систем// Вестник КузГТУ, 2007, №2. С. 3-15.
5. Сорокин А.С., Гефт Ю.Б., Голланд Э.Б., Сорокина М.К. Построение технологического-математической модели эксплуатационного участка гидрошахты //Труды ВНИИГидроуголь, вып. 22, Новокузнецк, 1972. С. 189-212.

6. Сорокин А.С., Костовецкий С.П., Рощин В.Д., Гонтов А.Е. Определение соотношений действующих очистных, подготовительных и нарезных забоев, обеспечивающих плановую добычу угля и воссоздание очистного фронта на гидроахатах //Труды ВНИИГидроуголь, вып. 25, Новокузнецк, 1972. С. 19-22.
7. Барсегян А.А., Куприянов М.С., Степаненко В.В., Холод И.И. Методы и модели анализа данных: OLAP и Data Mining. -СПб: 2004. 336 с.
8. Лю Б. Теория и практика неопределенного программирования. - М.: Бином. 2005. 416 с.
9. Гольштейн Е.Г., Юдин Д.Б. Новые направления в линейном программировании. - М.: Сов.радио, 1966.
10. Авдулов П.В. Математическое программирование в угольной промышленности. - М.: МГИ, 1970.
11. Аладьев В.З., Шишаков М.Л. Автоматизированное рабочее место математика. -М., 2000. – 752 с.
12. Архипова Т.Т., Рощин В.А., Сергиенко И.В. О решении одной задачи целочисленного программирования. Кибернетика, № 1, 1973.
13. Сорокин А.С., Разгильдеев Г.И., Сорокина М.К. Метод оптимизации шахтных технологических систем по критерию надежности и метановзрывоопасности // Труды ВНИИГидроуголь, вып. 34, Новокузнецк, 1974.
14. Вагнер Г. Основы исследования операций. Т. I. М.: Мир, 1972. -336 с.

Автор статьи:

Сорокин
Андрей Семенович
- канд. физ.-мат.наук, ст.н.с.,
д оц., филиала КузГТУ,
(г. Новокузнецк),
тел.: 8 (3843) 725007