

УДК 621.01 (07)

М.Г. Попугаев, И.А. Жуков, С.А. Лактионов

## КИНЕМАТИКА НЕАССУРОВОГО ТРЕХЗВЕННОГО МЕХАНИЗМА

В трехзвенных механизмах подвижными являются два звена, а третьим звеном  $p_4$ , считается стойка, относительно которой рассматривается движение. Трехзвенные механизмы, как наиболее простые по структуре, могут находить широкое применение в практике машиностроения.

По Ассуру, все механизмы создаются от так называемого «простого кривошипа», т. е. от звена, соединенного со стойкой в неподвижную кинематическую пару, однако возможно создание неассуровых механизмов, т. е. в которых ведущие звенья связываются со стойкой в пары более высоких классов —  $p_4, p_3, p_2$ , позволяющие две и более подвижности до пяти, при этом все подвижности кроме одной оказываются зависимыми.

На рис. 1 представлен механизм, приводимый в движение от гидро- или пневмоцилиндра с уголковым шатуном, что позволяет обеспечить заданное движение выходного звена с использованием минимального числа подвижных звеньев. Ведущее звено связано со стойкой в кинематическую пару  $p_4$ . На данный механизм получен патент на полезную модель [1].

Проведение кинематического исследования позволяет осуществить подбор рациональных параметров механизма, обеспечивающих необходимый закон движения ведомого звена, для дальнейшего исследования и практического применения механизмов.

З.С. Нацвлишвили [2,3] в 1968 г. разработал способ, позволяющий определить положение пространственных трехзвенных механизмов элементарными построениями, выполняемыми с помощью методов начертательной геометрии, и прово-

дить их кинематическое исследование.

В отличие от способа Нацвлишвили предложенный нами метод позволяет значительно упростить и ускорить кинематические исследования трехзвенных механизмов.

Рассмотрим пространственный смесительный механизм (рис. 1). Кинематическое исследование этого механизма проведено в системе координат  $Oxyz$  с началом координат в центре сферической кинематической пары.

За ведущее принимается звено 1, его точке  $A_1$  задается смещение  $S(t)$ . При этом звено 1 устанавливается так, что ось  $X'$ , вдоль которой движется ползун, находится в плоскости  $Oxy$  и параллельна оси  $X$  на расстоянии  $h$  от нее, а угол наклона штока к направлению движения ползуна принимается равным  $\gamma$ . За счет этого, по мере перемещения звена 1 оно получает дополнительное вращательное движение вокруг оси  $X'$  на угол  $\varphi$ . При этом, точка  $B_2$  второго звена движется по сфере радиуса  $OB_2$  с центром в начале координат.

Так как уголкового шток 1 всегда является касательным к сфере радиуса  $OB_2$ , т. е. угол  $OB_2A_1=90^\circ$ , то расстояние  $A_1B_1$  определится из прямоугольного треугольника  $OA_1B_1$

$$A_1B_1^2 = OA_1^2 - OB_2^2, \quad (1)$$

где

$$OA_1^2 = x_{A_1}^2 + y_{A_1}^2 + z_{A_1}^2, \quad (2)$$

$$OB_2^2 = x_{B_2}^2 + y_{B_2}^2 + z_{B_2}^2. \quad (3)$$

Координаты точек  $A_1$  и  $B_2$  находятся как

$$x_{A_1} = x_{A_0} \pm S(t) = S_1(t), \quad y_{A_1} = h;$$

$$x_{B_2} = x_{A_1} - l \cdot \cos \gamma = S_1(t) - l \cdot \cos \gamma,$$

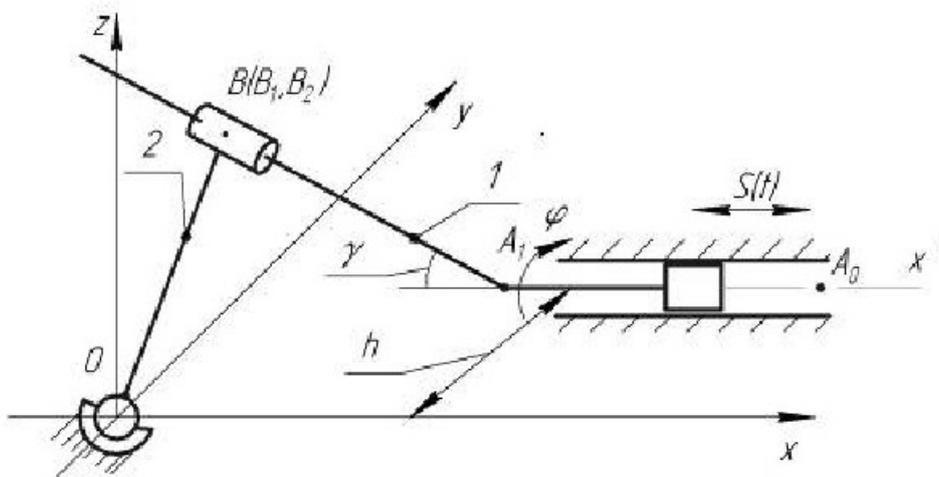


Рис. 1. Схема трехзвенного пространственного смесительного механизма

$$y_{B2} = h + l \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi, \quad (4)$$

$$z_{A1} = 0, \quad z_{B2} = l \sin \gamma \sin \varphi,$$

где  $l = A_1 B_1$ .

Радиус сферы  $R = OB_2$  выразится (1) с учетом (4) как

$$R^2 = OA_1^2 - l^2 = S_1^2(t) + h^2 - l^2. \quad (5)$$

Приравняв выражения (3) и (5), с учетом (4), получим

$$[S_1(t) - l \cos \gamma]^2 + [h + l \sin \gamma \cos \varphi]^2 + [l \sin \gamma \sin \varphi]^2 = S_1^2(t) + h^2 - l^2$$

откуда следует

$$\cos \varphi = \frac{S_1(t) \cdot \cos \gamma - \sqrt{S_1^2(t) + h^2 - R^2}}{h \cdot \sin \gamma}$$

Таким образом, закон изменения угла поворота  $\varphi$  звена 1 от времени  $t$  может быть записан в виде

$$\varphi(t) = \arccos \left( \frac{S_1(t) \cdot \cos \gamma - \sqrt{S_1^2(t) + h^2 - R^2}}{h \cdot \sin \gamma} \right)$$

Положение точки  $B_2$  второго звена в любой момент времени определяется выражениями

$$x_{B2}(t) = S_1(t) - \cos \gamma \cdot \sqrt{\Omega(t)},$$

$$y_{B2}(t) = h + [S_1(t) \cdot \cos \gamma \cdot \sqrt{\Omega(t)} - \Omega(t)] / h,$$

$$z_{B2}(t) = \sin \gamma \cdot \sqrt{\Omega(t)} \cdot \sqrt{1 - \left[ \frac{S_1(t) \cos \gamma - \sqrt{\Omega(t)}}{h \sin \gamma} \right]^2}$$

где  $\Omega(t) = S_1^2(t) + h^2 - R^2$

Проекции линейной скорости точки  $B_2$  второго звена на соответствующие оси координат определяются как производные от найденных перемещений по времени  $V_{B2}^x, V_{B2}^y, V_{B2}^z$ .

С учетом того, что линейная скорость первого звена  $V_1(t) = \frac{dS(t)}{dt}$ , получается

$$V_{x_2} = V_1(t) - \frac{S(t) \cdot V_1(t) \cdot \cos \gamma}{\sqrt{\Omega(t)}}$$

$$V_{y_2} = \frac{1}{h} \left[ V_1(t) \cdot \cos \gamma \cdot \sqrt{\Omega(t)} + \frac{S^2(t) \cdot V_1(t) \cdot \cos \gamma}{\sqrt{\Omega(t)}} - 2 \cdot S(t) \cdot V_1(t) \right]$$

$$V_{z_2} = \frac{S(t) \cdot V_1(t) \cdot \sin \gamma \cdot \sqrt{1 - \left[ \frac{S(t) \cdot \cos \gamma - \sqrt{\Omega(t)}}{h \cdot \sin \gamma} \right]^2}}{\sqrt{S(t)^2 + h^2 - R^2}}$$

$$= \frac{(S(t) \cdot \cos \gamma - \sqrt{\Omega(t)}) \left( V_1(t) \cdot \cos \gamma - \frac{S(t) \cdot V_1(t)}{\sqrt{\Omega(t)}} \right) \cdot \sqrt{\Omega(t)}}{h^2 \cdot \sin \gamma \cdot \sqrt{1 - \left[ \frac{S(t) \cdot \cos \gamma - \sqrt{\Omega(t)}}{h \cdot \sin \gamma} \right]^2}}$$

Абсолютная скорость точки  $B_2$  второго звена

$$V_{B2}(t) = \sqrt{(V_{B2}^x)^2 + (V_{B2}^y)^2 + (V_{B2}^z)^2}$$

Таким же путем могут быть найдены угловые скорость  $\dot{\varphi}(t)$  и ускорение  $\ddot{\varphi}(t)$  и линейное ускорение точки  $B_2$   $\dot{V}_{B2}(t)$ .

Выполняя аналогично операции дифференцирования по времени, определяется ускорение точки  $B_2$   $a_2(t) = \dot{V}_2(t)$ , угловая скорость  $\omega(t) = \dot{\varphi}(t)$  и угловое ускорение  $\varepsilon(t) = \dot{\omega}(t)$  ведущего звена, относительная скорость  $V_{B2B1}(t) = \dot{l}(t)$ .

На рис. 2 показаны графики перемещения точки  $B_2$  и угла поворота штока  $\varphi$  при движении ведущего звена по закону  $S_1(t) = 5t + 180$  и размерами:  $h = 20$  мм,  $R = 80$  мм,  $\gamma = 20^\circ$ .

Решение осуществлялось в численном виде в математических пакетах Maple и Mathematica.

Из полученных данных (таблица и рис.2) можно сделать выводы.

1. При таких размерах механизмов ход поршня

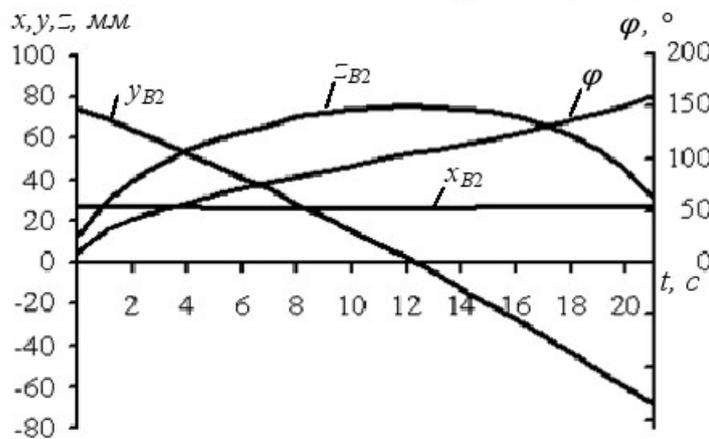


Рис.2. Графики перемещения точки  $B_2$  и угла поворота штока  $\varphi$

не может превышать 105 мм, т.е. ведущее звено совершает возвратно-поступательное движение;

2. Угол поворота ведущего звена изменяется в диапазоне  $0 - 180^\circ$ ;

3. При выбранных размерах механизма точка  $B$  ведомого звена совершает движения, практически не выходя из плоскости  $yOz$ , это является частным случаем движения трехзвенных механизмов.

Таким образом, механизм с уголковым штоком поршня, образующий со стойкой пару четвертого класса  $P_4$ , может быть кинематически исследован при заданном законе поступательного движения ползуна. Согласно изложенной методике может быть исследован любой трехзвенный механизм.

Кинематические параметры механизма

$t, c$	$S, мм$	$\varphi, ^\circ$	$l, мм$	$V, мм/с$	$x, мм$	$y, мм$	$z, мм$
0	180	13	162,48	30,32	27,32	74,14	12,54
1	185	31,4	168	13,16	27,13	69,06	29,92
2	190	42,4	173,49	10,17	26,97	63,79	40,04
3	195	51,2	178,96	8,81	26,84	58,34	47,71
4	200	58,8	184,39	8,03	26,73	52,71	53,92
5	205	65,5	189,8	7,55	26,64	46,9	59,08
6	210	71,7	195,19	7,24	26,58	40,92	63,4
7	215	77,6	200,56	7,04	26,53	34,76	66,99
8	220	83,1	205,91	6,92	26,51	28,44	69,92
9	225	88,5	211,25	6,87	26,49	21,95	72,22
10	230	93,6	216,56	6,88	26,5	15,29	73,92
11	235	98,7	221,87	6,95	26,51	8,47	75,00
12	240	103,8	227,16	7,07	26,54	1,49	75,45
13	245	108,8	232,43	7,25	26,58	-5,66	75,24
14	250	113,9	237,7	7,5	26,64	-12,97	74,31
15	255	119,1	242,95	7,85	26,7	-20,44	72,59
16	260	124,5	248,19	8,32	26,77	-28,07	69,97
17	265	130,1	253,43	8,96	26,86	-35,85	66,28
18	270	136,2	258,65	9,89	26,95	-43,8	61,28
19	275	142,8	263,87	11,33	27,05	-51,9	54,54
20	280	150,6	269,07	13,94	27,15	-60,16	45,20
21	285	160,8	274,27	20,79	27,27	-68,58	30,87

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пат. 97934 РФ, МПК6 B01F 7/00. Пространственный смесительный механизм [Текст]/ Дворников Л.Т., Попугаев М.Г.; - № 2010114699/05; приоритет от 13.04.2010; опубли. 27.09.2010, Бюл. №27.

2. *Нацвлишвили, З.С.* Вопросы кинематического анализа и синтеза пространственных трехзвенных механизмов Автореферат / З.С. Нацвлишвили. - Тбилиси, 1968. - 23с.

3. *Нацвлишвили, З.С.* Кинематическое исследование пространственных трехзвенных рычажных механизмов аналитическим методом/ З.С. Нацвлишвили// Анализ и синтез механизмов, М.: Изд-во АН СССР. - 1970. - С. 171-180.

□ Авторы статьи:

Попугаев  
Максим Геннадьевич,  
канд. техн. наук, инженер-  
конструктор технологического отдела  
ООО «Сибшхостройпроект».  
Email: fdba@yandex.ru

Жуков  
Иван Алексеевич,  
канд. техн. наук, доцент,  
заместитель зав. кафедрой теории  
механизмов и машин и основ  
конструирования СибГИУ.  
Email: tmmiok@yandex.ru

Лактионов  
Сергей Андреевич,  
канд. физ. мат. наук, доцент каф.  
высшей математики СибГИУ.  
Тел 8- (3843) 46-19-00