УДК 519. 21

А.В. Бирюков

К АНАЛИЗУ ФОТОПЛАНОГРАММ

Гранулометрический анализ трехмерной дисперсной системы чаще всего проводится путем измерения проекций частиц ее поверхности на фотопланограмме. Это вызвано либо чрезвычайной трудоемкостью измерения всех частиц дисперсной системы (гранулометрический анализ взорванной породы на угольных разрезах), либо невозможностью таких измерений, когда частицы погружены в твердую непрозрачную среду (как при петрографическом анализе).

Такой подход к анализу дисперсной системы приводит к существенному искажению гранулометрических характеристик, относящихся ко всей совокупности частиц. Необходимую корректировку результатов планометрических измерений возможно осуществить следующим образом.

Пусть x – диаметр (наибольший линейный размер) частицы, который при случайном ее выборе является случайной величиной, распределенной по некоторому закону. Обозначим через $f(x)$ и $g(x)$ плотность распределения диаметра частиц соответственно во всей дисперсной системе и на ее поверхности, а через F_k и G_k - моменты k – го порядка распределений $f(x)$ и $g(x)$.

Перекрытие частиц друг другом (эффект кучи) при измерениях на поверхности дисперсной системы приводит к недооценке содержания мелочи и завышения содержания крупных фракций. Поэтому существует такое значение диаметра частиц x_0 , для которого выполняются следующие неравенства:

$$\begin{aligned} f(x) > g(x), \quad x < x_0, \\ f(x) < g(x), \quad x > x_0. \end{aligned} \qquad (1)$$

Выполнение этих условий обеспечивает соотношение

$$g(x) = (x/x_0)^{\lambda} f(x), \quad \lambda \geq 1, \qquad (2)$$

где λ - эмпирический параметр.

Опыты с различными материалами, проведенные в лабораторных и промышленных условиях, показывают, что с небольшой вариацией среднее значение параметра составляет $\lambda = 1$, т.е.

$$x_0\, g(x) = x\, f(x) \, . \qquad (3)$$

Интегрируя равенство (3) в границах от нуля до бесконечности, получим

$$x_0 = F_1, \quad F_k = G_{k-1} / G_{-1}. \qquad (4)$$

Здесь G_{-1} - среднее гармоническое значение диаметра частиц на поверхности дисперсной системы с эмпирической оценкой.

$$G_{-1} = (1/x_1 + ... + 1/x_n)/n, \qquad (5)$$

где n – объем выборки. В частности, из (4) следует

$$F_1 = 1/G_{-1}, \quad F_2 = G_1/G_{-1}, \qquad (6)$$

что совпадает с результатами, полученными методами интегральной геометрии для случая, когда частицы являются шарами [1]. Последнее свидетельствует об универсальности развиваемого здесь подхода к решению задач гранулометрии.

При измерениях на поверхности развала взорванной породы эмпирические распределения диаметров кусков адекватно аппроксимируется гамма – распределением с параметром формы, равным двум. Поэтому в силу (3) и (6) диаметр кусков всей горной массы имеет экспоненциальное распределение с плотностью

$$f(x) = G_{-1} \; exp(-x\, G_{-1}) \qquad (7)$$

и функцией гранулометрического состава [2]

$$\varphi(x) = 1 - exp(-x\, G_{-1}) \qquad (8)$$

где $\varphi(x)-$ содержание функции ($-x$) по числу кусков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кендал М., Моран П.* Геометрические вероятности. М.: Наука, 1972.
2. *Батугин С.А., Бирюков А.В.* Гранулометрия геоматериалов. -Новосибирск: Наука, 1989.

□ Автор статьи:

Бирюков
Альберт Васильевич
-докт. техн. наук, проф.каф. высшей математики