

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 004.42:519.21:622.235

М.А. Волков, А.Г. Пимонов

МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИКИ ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ РАЗРУШАЕМЫХ ГОРНЫХ ПОРОД НА РАЗНЫХ ЭТАПАХ ДЕФОРМИРОВАНИЯ

В настоящее время в различных научных центрах проводятся исследования горных пород с целью определения их деформационных характеристик при запредельном деформировании. Параметры запредельного деформирования характеризуют остаточную несущую способность уже разрушенной породы и поэтому имеют большое значение при решении вопросов устойчивости и безопасности разрабатываемых месторождений. Как известно, процесс разрушения является сложным и многостадийным, где количество выделяемых стадий зависит от того, какие временные и масштабные этапы этого процесса рассматриваются как индивидуальные стадии. Диаграммы деформирования горных пород, построенные в результате эксперимента по сжатию породных образцов, несут в себе весьма ценную количественную информацию о физико-механических свойствах этих пород. На диаграмме «напряжение-деформация» (рис. 1) вертикальными линиями отмечены различные выделяемые экспериментаторами этапы деформирования:

- I) «поверхностный эффект»;
- II) упругое или линейное деформирование;
- III) упруго-пластическое деформирование, на котором происходит образование, разветвление и слияние микротрецин;
- IV) запредельное деформирование.

На диаграммах деформирования каждый из этих этапов и участков четко разделяется по характеру зависимости «напряжение-деформации». Этап «поверхностного эффекта» характеризуется наличием микротрецин, возникающих на поверхности и приповерхностных слоях образца. В рамках экспериментов на этапе запредельного деформирования продолжалось объемное сжатие, поэтому наблюдается плавный спад напряжения.

Одним из главных этапов в развитии физических представлений о разрушении твердых тел явился переход от рассмотрения тел как упругих или вязкоупругих сплошных сред к рассмотрению их как атомно-молекулярных систем.

Второй важный этап в развитии физических представлений о прочности вслед за учетом атомного строения тел заключается в учете влияния теплового движения атомов в твердом теле на развитие разрушения. Учет разрушающей роли теплового движения, тепловых флуктуаций составляет основное содержание кинетического подхода к проблеме прочности твердых тел.

Реальное развитие представлений о кинетическом разрушении началось с появления систематических исследований С.Н. Журкова и его сотрудников, начатых в 1952 году.

С.Н. Журковым был сформулирован физический принцип прогнозирования разрушения обь-

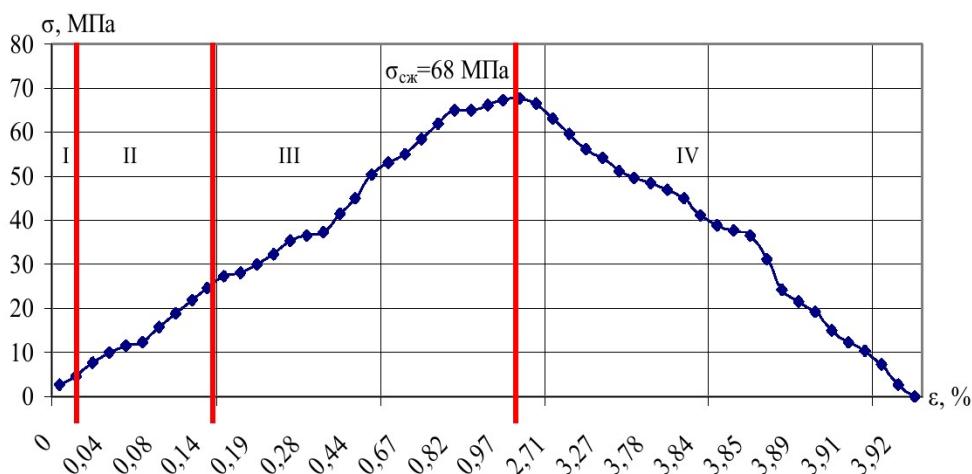


Рис. 1. Диаграмма деформирования образца песчаника № 1/5 (и. «Романовская», h=20 мм)

екта, находящегося в поле механических сил, исходя из представлений термофлуктуационной теории прочности твердых тел [1].

Согласно этой теории время до разрушения тела τ при сжимающем напряжении σ и абсолютной температуре T подчиняется уравнению

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{U_0 - \gamma \cdot \sigma}{kT}\right), \quad (1)$$

где τ_0 – период тепловых атомных колебаний, $\tau_0 \approx 10^{-13}$ с; k – постоянная Больцмана, $k=1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К; T – абсолютная температура. Выражения (1) с учетом экспериментальных данных о свойствах входящих в нее параметров τ_0 , U_0 и γ позволяет вскрыть физический смысл этой эмпирической зависимости и сформулировать ряд общих выводов о природе процесса разрушения твердых тел. Уравнение (1) было всесторонне проверено экспериментально на разных материалах, и результаты экспериментов хорошо согласуются с теорией.

В работах [2-4] была предложена кинетическая модель накопления микротрещин, позволяющая описывать накопление микроповреждений структуры материалов при произвольной зависимости действующих напряжений и температуры от времени. В её основе лежит термофлуктуационная теория прочности С.Н. Журкова.

При допредельном деформировании сжимающее напряжение увеличивается до предела прочности, а при запредельном уменьшается. На основании этого кинетическое уравнение прочности было скорректировано. Количество образовавшихся микротрещин на запредельном этапе деформирования за время τ можно получить следующим образом

$$N_i^3 = \int_0^{\tau_i} \frac{N^*}{\tau_0} \exp\left(\frac{\gamma(\sigma_{cж} - \dot{\sigma}^3 t) - U_0}{kT}\right) dt, \quad (2)$$

где N^* – накопленное количество микротрещин при допредельном деформировании; $\sigma_{cж}$ – предел прочности на одноосное сжатие, Па; $\dot{\sigma}^3$ – постоянная скорость изменения напряжения при запредельном деформировании, Па/с.

В результате элементарного преобразования

$$N_i^3 = \int_0^{\tau_i} \frac{N^*}{\tau_0} \exp\left(\frac{\gamma(\sigma_{cж} - \dot{\sigma}^3 t)}{kT}\right) \exp\left(-\frac{U_0}{kT}\right) dt \quad (3)$$

и ввода обозначений $\alpha = \frac{\gamma \dot{\sigma}^3}{kT}$ и $\beta = \frac{U_0}{kT}$ получено уравнение (4), которое и предлагается использовать для моделирования кинетики трещинообразования на запредельном этапе разрушения

$$N_i^3 = \frac{N^*}{\tau_0 \alpha} \exp\left(\frac{\alpha \sigma_{cж}}{\dot{\sigma}^3}\right) \exp(-\beta) [1 - \exp(-\alpha \tau_i)] \quad (4)$$

Логарифмируя (4), получаем

$$\ln N_i^3 = \ln\left(\frac{N^*}{\tau_0 \alpha}\right) - \beta + \frac{\alpha \sigma_{cж}}{\dot{\sigma}^3} + \ln[1 - \exp(-\alpha \tau_i)] \quad (5)$$

Из условия минимума суммы квадратов отклонений находятся α и β

$$\sum_{i=1}^n \left\{ \ln N_i^3 - \ln\left(\frac{N^*}{\alpha \tau_0}\right) + \beta - \frac{\alpha \sigma_{cж}}{\dot{\sigma}^3} - \ln[1 - \exp(-\alpha \tau_i)] \right\}^2 \rightarrow \min_{\alpha, \beta} \quad (6)$$

Решение задачи (6) сводится к решению системы нелинейных относительно α и β уравнений

$$\begin{aligned} \beta &= \left(\frac{\alpha \sigma_{cж}}{\dot{\sigma}^3} \right) + \ln\left(\frac{N^*}{\alpha \tau_0} \right) + \\ &+ \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n \ln\left(1 - e^{-\alpha \tau_i}\right) - \sum_{i=1}^n \ln N_i^3 \right]; \\ &\sum_{i=1}^n \frac{t_i e^{-\alpha \tau_i} \ln N_i^3}{(1 - e^{-\alpha \tau_i})} \ln \frac{N_i^3}{1 - e^{-\alpha \tau_i}} = \\ &= \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{N_i^3}{1 - e^{-\alpha \tau_i}}\right) \right] \left[\sum_{i=1}^n \frac{t_i e^{-\alpha \tau_i}}{1 - e^{-\alpha \tau_i}} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

где n – количество наблюдений на запредельном этапе деформирования (рис. 1).

Численные значения α и β были получены из решения системы уравнений (7) методом простой итерации. Энергия активации разрушения и активационный объем рассчитывались на основе полученных α и β по формулам

$$\gamma = \frac{\alpha kT}{\dot{\sigma}^3}, \quad (8)$$

$$U_0 = kT\beta \quad (9)$$

Для имитационного моделирования трещинообразования при различных скоростях релаксации на этапе запредельного деформирования на основе полученных оценок U_0 и γ из уравнения (4) легко получить

$$N_i^3 = \frac{kTN^*}{\tau_0 \gamma \dot{\sigma}^3} \exp\left(\frac{\gamma \sigma_{cж} - U_0}{kT}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma \dot{\sigma}^3 \tau_i}{kT}\right) \right] \quad (10)$$

Методика оценки физико-механических свойств разрушаемых горных пород, алгоритмы оценки параметров кинетической модели трещинообразования на разных этапах деформирования и имитационная кинетическая модель трещинооб-

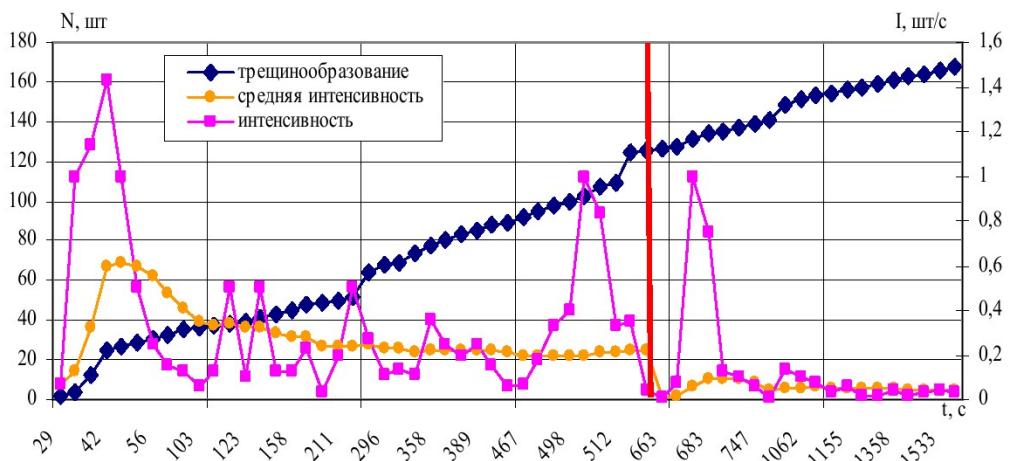


Рис. 2. Кинетика трещинообразования при экспериментальном разрушении образца песчаника №1/9 (ш. «Романовская», $h=30$ мм)

разования были реализованы в виде комплекса программ, на который было получено свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2007611938 от 14.05.2007 «Автоматизированная информационно-расчетная система для изучения физико-механических свойств горных пород на разных этапах разрушения».

На рис. 2 представлена зависимость количества образующихся микротрещин от экспериментального времени для образца песчаника (ш. Романовская).

По полученным экспериментальным данным был построен график зависимости значений относительной интенсивности трещинообразования (ΔI), равной отношению интенсивности на запредельном этапе деформирования к допредельному, от крепости по М.М. Протодьяконову (f), представленный на рис. 3.

Из рис. 3 видно, что при увеличении крепости горной породы по М.М. Протодьяконову уменьшается значение относительной интенсивности трещинообразования. В результате регрессионно-

го анализа была подобрана экспоненциальная функция

$$\Delta I(f) = 4,2084e^{-0,3167f}. \quad (11)$$

После преобразования функции (11) к виду

$$\Delta I(f) = e^{(\bar{f} - f)/k_I}, \quad (12)$$

где \bar{f} – крепость по М.М. Продъяконову, при которой интенсивность трещинообразования не изменяется, k_I – коэффициент пропорциональности, получено

$$\Delta I(f) \approx e^{(4,5 - f)/3,2}. \quad (13)$$

Анализ выражения (13) позволяет сделать вывод о том, что у образцов горных пород с крепостью по М.М. Протодьяконову равной 4,5 интенсивность трещинообразования на запредельном этапе деформирования не изменяется, для остальных образцов она изменяется в соответствии с выражением (13).

Качество аппроксимации (значимость регрессии), характеризующееся отношением среднего

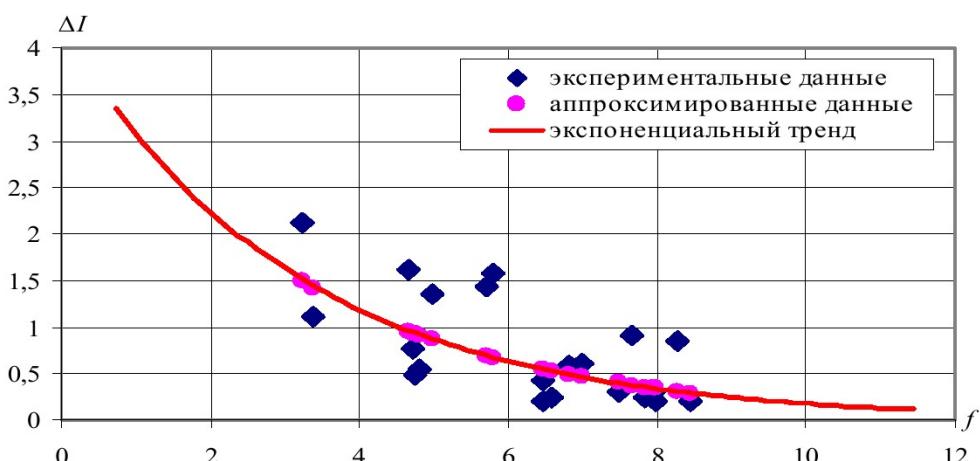


Рис. 3. Диаграмма рассеяния и регрессионная кривая зависимости относительной интенсивности трещинообразования

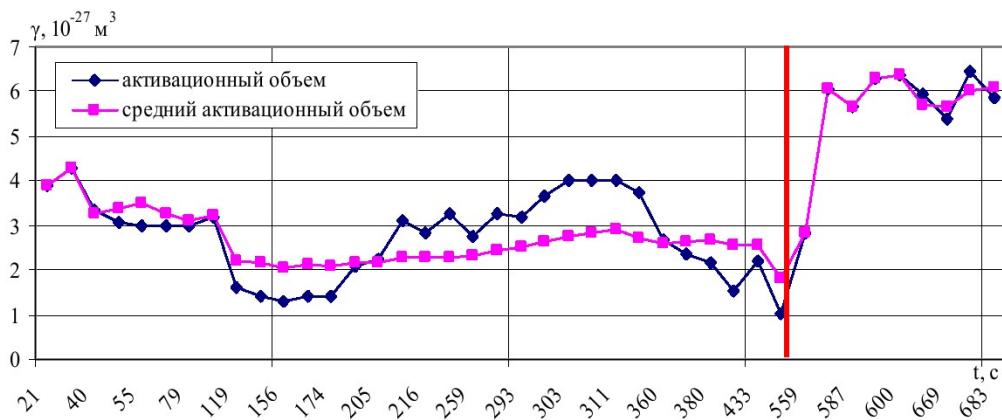


Рис. 4. Изменение значений активационного объема во времени при разрушении образца песчаника №1/8 (ш. «Романовская», $h=30$ мм)

квадрата регрессии к среднему квадрату отклонений и подчиняющееся распределению Фишера, было рассчитано следующим образом

$$F_{n-2,1} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{y})^2}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - y_i)^2}. \quad (14)$$

Качество аппроксимации при уровне значимости 0,05 по критерию Фишера $F_{20,1} = 1.42 < 4.35$,



Рис. 5. Изменение значений функции состояния материала во времени при разрушении образца песчаника №1/9 (ш. «Романовская», $h=30$ мм)

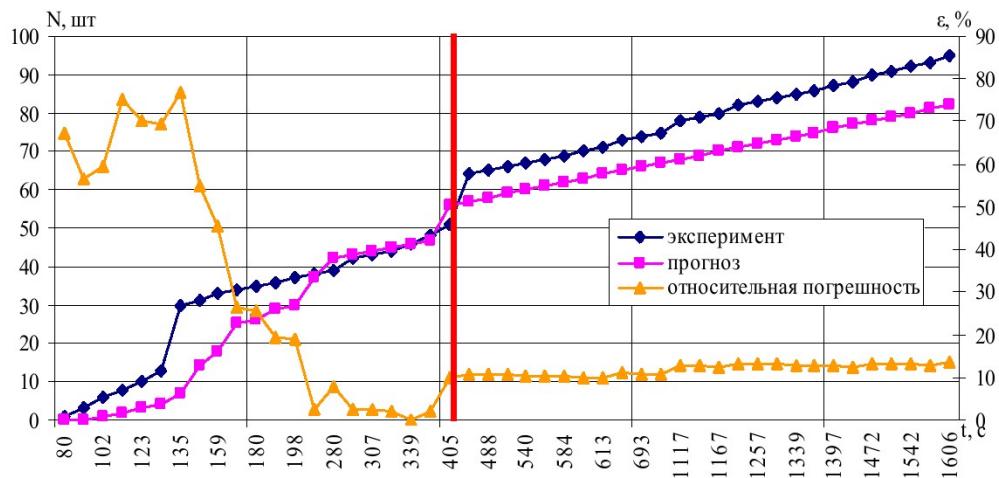


Рис. 6. Моделирование кинетики трещинообразования для образца песчаника №1/4 (ш. «Романовская», $h=20$ мм)

поэтому с вероятностью 0,95 можно утверждать, что связь достоверна и уравнение регрессии в полной мере отражает ее.

По формулам (1-10) были рассчитаны и проанализированы значения активационного объема на разных этапах деформирования для различных образцов горных пород.

На рис. 4 представлены изменения значений активационного объема во времени для образца песчаника (ш. Романовская). При каждой регистрации очередного события (образования микротрещин) рассчитывались активационный объем по последним пяти наблюдениям и средний активационный объем по всем наблюдениям на этапах допредельного и запредельного деформирования.

Из рис. 4 видно, что при увеличении крепости горной породы по М.М. Протодьяконову уменьшается значение относительного активационного объема.

В результате регрессионного анализа была подобрана экспоненциальная функция

$$\Delta\gamma(f) = 123,58e^{-0,2512f}. \quad (15)$$

После преобразования функции (15) к виду

$$\Delta\gamma(f) = e^{(\bar{f}-f)/k_\gamma}, \quad (16)$$

где \bar{f} – крепость по М.М. Протодьяконову, при которой активационный объем не изменяется, k_γ – коэффициент пропорциональности, получено

$$\Delta\gamma(f) \approx e^{(20-f)/4.2}. \quad (17)$$

Анализ выражения (17) позволяет сделать вывод о том, что у образцов горных пород с максимальной крепостью по М.М. Протодьяконову равной 20 активационный объем на запредельном этапе деформирования не изменяется, для остальных образцов он изменяется в соответствии с выражением (18).

Качество аппроксимации, рассчитанное по формуле (14), при уровне значимости 0,05 по критерию Фишера $F_{19,1} = 1.09 < 4.38$, поэтому с вероятностью 0,95 можно утверждать, что связь достоверна, и уравнение регрессии в полной мере отражает ее.

Таким образом, полученные значения оценок

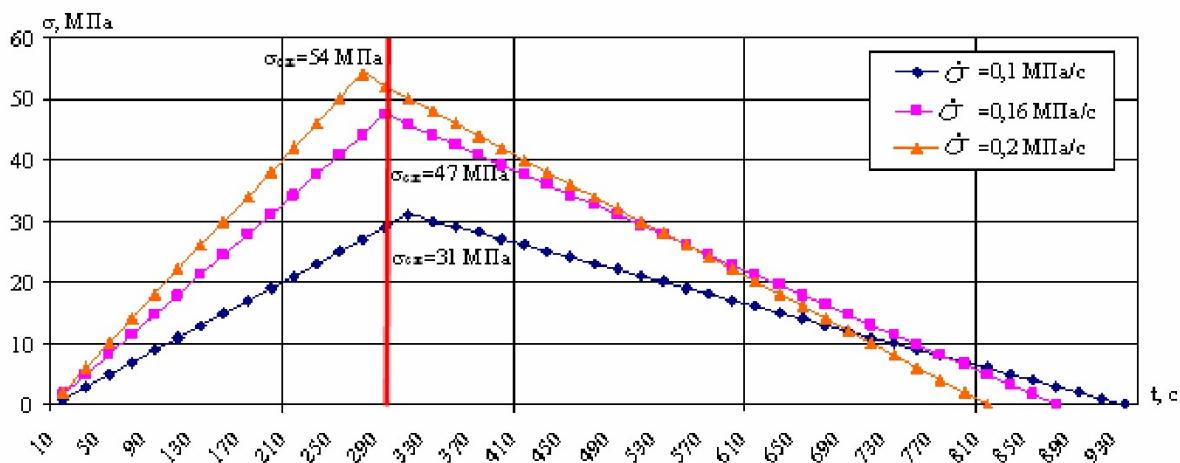


Рис. 7. Изменение действующих напряжений при моделировании разрушения образца алевролита №2/7 (ш. «Некитинская», $h=20$ мм) с разными скоростями нагружения

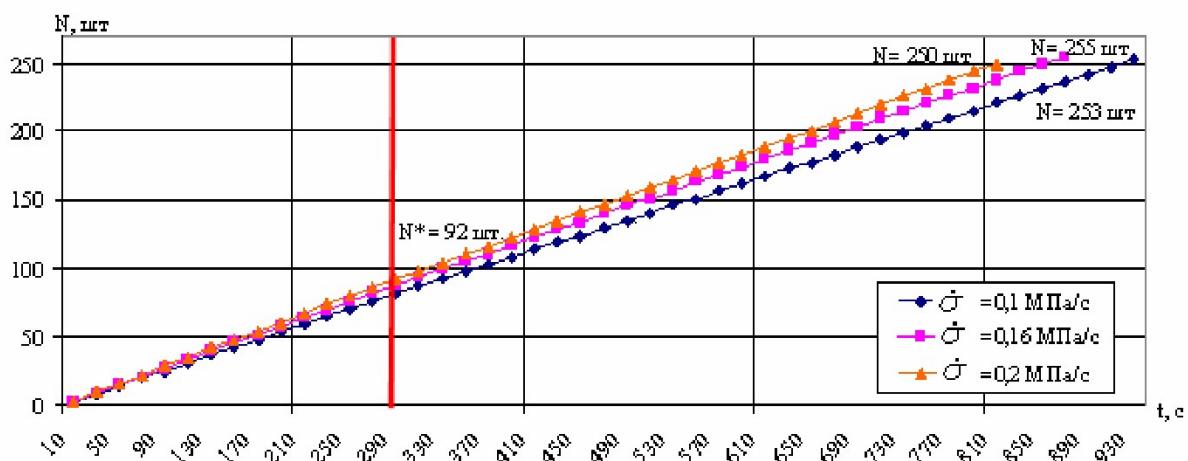


Рис. 8. Кинетика трещинообразования при моделировании разрушения образца алевролита №2/7 (ш. «Некитинская», $h=20$ мм) с разными скоростями нагружения

активационного объема на запредельном этапе деформирования по отношению к допредельному этапу для всех экспериментальных образцов увеличиваются в соответствии с выражением (17), т.е. на этом этапе резко возрастает нарушенность структуры образцов.

Наряду с оценками активационного объема получены оценки $U(\sigma)$ – функции состояния материала, которая является агрегированным показателем, содержащим информацию не только о нарушенном состоянии материала, но и о напряжениях, действующих на него [5]. При допредельном деформировании функция выглядит следующим образом

$$U(\sigma) = U_0 - \gamma\sigma(t). \quad (18)$$

Основываясь на том, что при допредельном деформировании сжимающее напряжение увеличивается до предела прочности, а при запредельном уменьшается, функцию состояния материала можно представить следующим образом

$$U(\sigma) = U_0 - \gamma(\sigma_{cж} - \sigma(t)), \quad (19)$$

где $\sigma_{cж}$ – предел прочности на одноосное сжатие.

На рис. 5 представлена зависимость оценочных значений функции состояния материала и активационного объема от экспериментального времени для образца песчаника (ш. «Романовская»). При каждой регистрации образования микротрещин рассчитывались оценки активационного объема и функции состояния материала по последним пяти наблюдениям.

Алгоритм моделирования количества образующихся микротрещин для разрушаемых образцов горных пород был реализован программно.

Моделирование осуществлялось по оценкам параметров кинетической модели разрушения на разных этапах деформирования, рассчитанным по последним пяти наблюдениям.

Графики зависимостей количества накопленных экспериментальных и теоретических микротрещин от времени эксперимента для образца песчаника (ш. «Романовская») представлены на рис. 6.

С использованием усредненных оценок параметров кинетической модели разрушения на разных этапах деформирования было проведено моделирование действующих напряжений и кинетики трещинообразования при различных скоростях нагружения. Графики результатов моделирования для образца алевролита (ш. Никитинская) представлены на рис. 7-8. Вертикальной линией отделены этапы допредельного и запредельного деформирования.

Из графиков (рис. 7-8) видно, что при увеличении скорости нагружения разрушение образцов происходит при больших действующих напряжениях, а релаксация напряжений происходит быстрее. При уменьшении скорости нагружения допредельное и запредельное деформирование занимает больше времени и разрушение происходит при меньших действующих напряжениях.

Проверка адекватности результатов моделирования кинетики трещинообразования на разных этапах деформирования экспериментальным данным была осуществлена по F -критерию Фишера. В результате статистической проверки гипотезы об адекватности при 5%-уровне значимости была подтверждена непротиворечивость выборочных данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Журков С.Н. Кинетическая концепция прочности твердых тел // Вестник АН СССР, 1968. №3. – С. 46-52.
2. Иванов В.В. Кинетика разрушения и усталостная прочность полимерных композиций / В.В. Иванов, В.И. Климов, Т.М. Черникова. – Кемерово: ГУ КузГТУ, 2003. – 233 с.
3. Иванов В.В. Прогноз ресурса долговечности горных пород на основе кинетико-статистических представлений об их разрушении / В.В. Иванов, П.В. Егоров, А.Г. Пимонов // Горная геофизика. – Тбилиси. Мецниереба, 1989. Ч.П. – С. 135-137.
4. Иванов В.В. Определение констант термофлуктуационного уравнения прочности и параметров трещин на основе импульсного электромагнитного излучения горных пород / В.В. Иванов, А.Г. Пимонов, П.В. Егоров, Л.А. Колпакова // Известия АН СССР. Физика земли, 1990. №7. – С. 78-84.
5. Пимонов А.Г. Статистическое моделирование и прогноз разрушения горных пород в очагах горных ударов / А.Г. Пимонов, П.В. Егоров, В.В. Иванов, Д.В. Алексеев, В.М. Колмагоров, А.В. Сурков. – Кемерово: Академия горных наук, 1997. – 177 с.

□ Авторы статьи:

Волков
Михаил Анатольевич
– аспирант каф. вычислительной
техники и информационных тех-
нологий

Пимонов
Александр Григорьевич
– докт. техн. наук, проф., зав.
каф. вычислительной техники и
информационных технологий