

ГЕОМЕХАНИКА

УДК 622.272: 516.02

С.В. Черданцев, Н.В. Черданцев

БОКОВАЯ КАЧКА ПОНТОНОВ В ЗУМПФАХ УГОЛЬНЫХ РАЗРЕЗОВ

Для предотвращения затопления забоев угольных разрезов в процессе отработки угля открытым способом сооружают зумпфы, представляющие собой углубления в почве забоев, куда стекают грунтовые и подземные воды, которые, по мере заполнения зумпфов, откачиваются с помощью водоотливного оборудования (ВО), установленного на плавучие средства (ПС) в виде ponton-

рии, ни рекомендаций по проектированию, изготавлению и эксплуатации плавучих водоотливных установок на угольных разрезах. А в основе проектирования pontонов лежит расчет только их плавучести. Однако, на наш взгляд, для обеспечения безопасной эксплуатации pontонов на угольных разрезах необходимы детальные исследования их статической и динамической остойчивости.

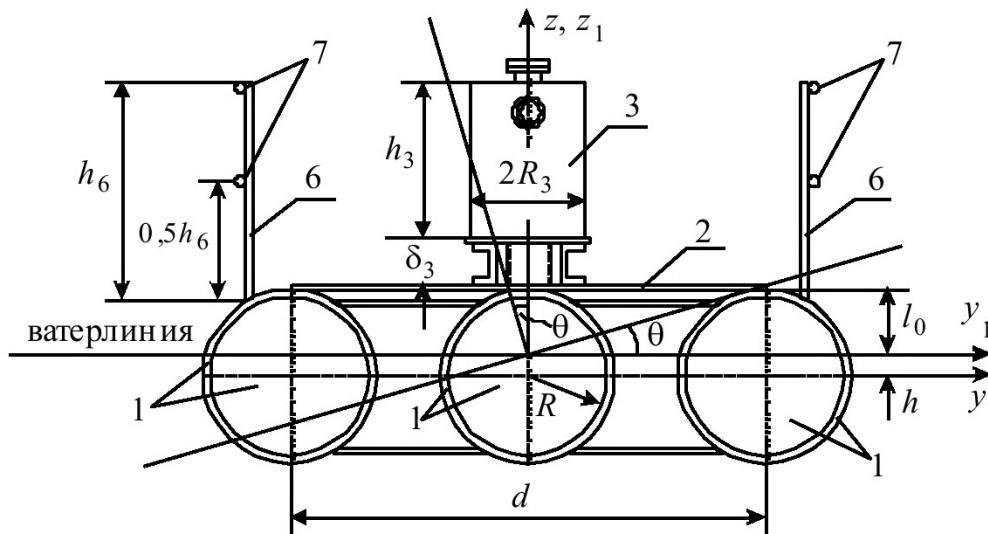


Рис. 1. Плавучая водоотливная установка (вид с торца)

1 – металлические трубы-поплавки; 2 – палубный настил; 3 – бак-запасник воды ограждения; 6 – стойки ограждения; 7 – поручни

нов, помещенных непосредственно в зумфы. В дальнейшем понтон и находящееся на нем водоотливное оборудование будем называть плавучей водоотливной установкой (ПВУ).

ПВУ проектируются и изготавляются инженерно-техническими службами угольных разрезов. Конструктивно они состоят из металлических труб-поплавков, расположенных параллельно друг другу и герметически заваренных с торцов заглушками (рис. 1, 2). Используют только нечетное количество поплавков, которых, в зависимости от производительности водоотливного оборудования, может быть три или пять (реже семь). На поплавки настилают палубу, на которой закрепляют насосное оборудование с электроприводом, а для безопасного перемещения по понтону устанавливают боковые ограждения и поручни.

К настоящему времени пока еще нет ни тео-

Статическая остойчивость понтонов при малых углах крена и дифферента уже обсуждалась в работе [1], где в качестве критерия остойчивости использовались поперечная и продольная метацентрические высоты. В частности, в этой работе выявлено, что остойчивость понтона при малых углах дифферента существенно выше его остойчивости при малых углах крена.

Вместе с тем заметим, что в процессе эксплуатации понтона неизбежны внешние возмущения (например, перемещение обслуживающего персонала по понтону), нарушающие его равновесие, что нарушает также равновесие жидкости в окрестности понтона и приводит ее в движение. Двигущаяся жидкость, в свою очередь, создает на понтон силы и, тем самым, инициирует его движение, которое при определенных условиях может быть неустойчивым.

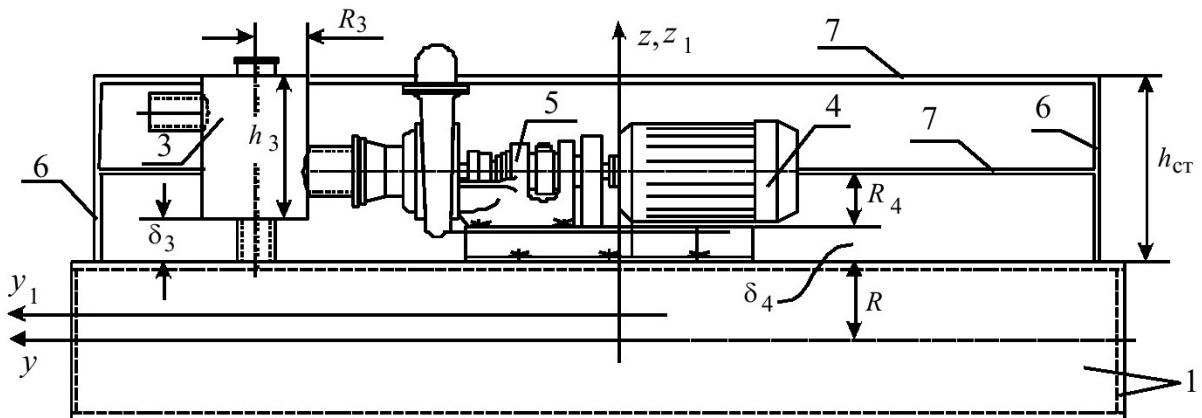


Рис. 2. Плавучая водоотливная установка (вид сбоку)

1 – металлические трубы-поплавки; 2 – бак-запасник воды; 4 – электродвигатель; 5 – насос; 6 – стойки ограждения; 7 – поручни

По описанной схеме произошел несчастный случай в марте 2001 г. на разрезе «Междуреченский» ОАО «Междуречье» при эксплуатации плавучей водоотливной установки. В ходе расследования несчастного случая, было установлено, что при попытке ликвидировать ледяную пробку в патрубке заборного шланга путем его опускания-поднятия, возникло периодическое движение понтона с нарастающей амплитудой, которое завершилось опрокидыванием понтона и гибелю одного из рабочих [2].

С целью выявления опасных режимов эксплуатации pontонов, в рамках взаимного влияния жидкости и pontона в работе [3] сформулирована задача о движении pontона в зумпфе угольного разреза. В ходе ее решения установлено, что pontон совершает периодические движения, представляющие собой вертикальную, боковую и кильевую качки, происходящие независимо друг от друга.

Все три вида качки создают дискомфортные условия для рабочих, обслуживающих водоотливное оборудование. Но сами по себе они не являются катастрофическими. Однако чрезмерно большие углы крена и дифферента, возникающие в процессе качки при определенных условиях, могут привести к опрокидыванию pontона, а зна-копеременные динамические нагрузки – к его разрушению.

Сопоставляя вертикальную, боковую и кильевую качки, мы можем сказать. Во-первых, если коэффициент запаса плавучести выбран в соответствие с указаниями Государственного Регистра, то вертикальная качка, как правило, не приводит к затоплению плавучего средства [4,5], в силу чего этот вид качки мы здесь обсуждать не будем. Во-вторых, рассматриваемая конструкция ПВУ, условия эксплуатации ВО и внешние возмущения в большей степени инициируют боковую качку, нежели кильевую или вертикальную. В-третьих, опрокидывание pontона на разрезе «Междуреченский» ОАО «Междуречье» произошло в результате именно боковой качки с нарастающей амплитудой.

В связи со сказанным, здесь мы будем рассматривать только боковую качку, описываемую дифференциальным уравнением [3,6]

$$(J_{x_1} + M_{44})\ddot{\theta} + Ph_0\theta = 0, \quad (1)$$

где J_{x_1} – момент инерции массы ПВУ относительно оси Ox_1 , лежащей в плоскости ватерлинии; M_{44} – присоединенная масса жидкости, характеризующая увеличение момента инерции ПВУ в процессе ее боковой качки; θ – угол крена относительно оси Ox_1 (рис. 1); точками здесь и далее обозначены производные по времени; P – вес ПВУ, равный архimedовой силе; h_0 – поперечная метацентрическая высота pontона [1]

$$h_0 = r_\theta - |z_C| - z_G, \quad (2)$$

где метацентрический радиус r_θ вычисляется по формуле [1]

$$r_\theta = 2\sqrt{\zeta(2-\zeta)} R \times \frac{\left\{1 + \frac{3\bar{d}^2}{2j\zeta(2-\zeta)} \cdot \sum_{i=1}^{(j-1)/2} \left(1 - 2\frac{i-1}{j-1}\right)^2\right\}}{3\pi - [\arccos(1-\zeta) - (1-\zeta)\sqrt{\zeta(2-\zeta)}]}, \quad (3)$$

а координаты положения центра масс ПВУ z_G и центра величины z_C находятся по формулам [1]

$$\begin{aligned} z_G &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \cdot z_i, \quad z_C = \\ &= -\frac{2}{3} R \frac{[\zeta(2-\zeta)]^{3/2}}{\pi - [\arccos(1-\zeta) - (1-\zeta)\sqrt{\zeta(2-\zeta)}]} \end{aligned} \quad (4)$$

В формулах (3) и (4) приняты следующие обозначения: R – радиус труб-поплавков pontона; $\zeta = l_0/R$ – относительная максимальная высота надводной части поплавков (рис. 3), зависящая от величины коэффициента запаса плавучести k_p ;

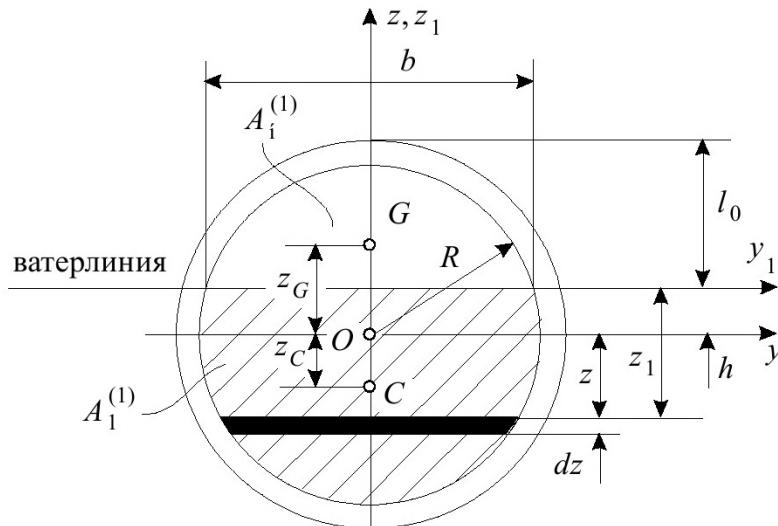


Рис. 3. Основные параметры поперечного сечения трубы-поплавка

$\bar{d} = d / R$, d – расстояние между центрами тяжести крайних поплавков pontона; j – количество поплавков, составляющих pontон; x_i, y_i, z_i – координаты масс m_i , составляющих ПВУ, а величина M – масса всей ПВУ. При этом величина ζ находится из решения уравнения [1]

$$\arccos(1 - \zeta) - (1 - \zeta)\sqrt{\zeta(2 - \zeta)} = \frac{\pi \cdot k_p}{k_p + 1} \quad (5)$$

поэтому вначале задается значение k_p , а затем из уравнения (5) находится величина ζ . Например, если $k_p = 0.3$, то из уравнения (5) величина $\zeta = 0.5627$, а если $k_p = 0.5$, то $\zeta = 0.7351$ и т.д.

Разделив уравнение (1) на коэффициент при второй производной, получим

$$\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0, \quad (6)$$

где ω является собственной частотой боковой качки pontона и определяется как

$$\omega = \sqrt{\frac{P \cdot h_0}{J_{xI} + M_{44}}}. \quad (7)$$

Добавив к уравнению (6) начальные условия

$$\theta|_{t=0} = \theta_0, \quad \dot{\theta}|_{t=0} = \omega_0, \quad (8)$$

мы получаем задачу Коши, решение которой [7,8]

$$\theta = C \sin(\omega t + \varphi) \quad (9)$$

показывает, что боковая качка pontона носит характер гармонических колебаний.

В (9) величина C – амплитуда боковой качки, а φ – ее начальной фазы, определяемые как

$$C = \sqrt{\theta_0^2 + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}, \quad \varphi = \arctg\left(\frac{\theta_0 \omega}{\omega_0}\right). \quad (10)$$

Сформулированная задача Коши для описания качки рассматриваемого pontона является задачей

достаточно простой. Но вычислить собственную частоту боковой качки pontона, амплитуду C и начальную фазу φ мы не можем, поскольку формулы (7), (10) содержат неизвестные момент инерции ПВУ и присоединенную массу жидкости M_{44} , которую для рассматриваемого типа pontонов еще никто не вычислял. Поэтому процедуру вычисления M_{44} мы здесь рассмотрим подробно.

В работе [3] было установлено, что

$$M_{44} = \rho \int_{S_1} \Phi_4 \frac{\partial \Phi_4}{\partial n} dS, \quad (11)$$

где n – внешняя нормаль к поверхности S_1 pontона, находящейся под водой; Φ_4 – функция, представляющая собой потенциал скоростей возмущенного движения жидкости, вызванного равномерным вращением pontona вокруг оси Ox_I с единичной угловой скоростью.

Известно, что [3]

$$\frac{\partial \Phi_4}{\partial n} = y \cos(n, z) - z \cos(n, y), \quad (12)$$

в силу чего, формула (11) приводится к виду

$$M_{44} = \rho \int_{S_1} \Phi_4 y \cos(n, z) dS - \rho \int_{S_1} \Phi_4 z \cos(n, y) dS. \quad (13)$$

Преобразуя интегралы в (13) по формуле Остроградского – Гаусса [7]

$$\begin{aligned} M_{44} &= \rho \int_{V_1} \frac{\partial(\Phi_4 y)}{\partial z} dV - \rho \int_{V_1} \frac{\partial(\Phi_4 z)}{\partial y} dV = \\ &= \rho \int_{V_1} y \frac{\partial \Phi_4}{\partial n} \cdot \frac{\partial n}{\partial z} dV - \rho \int_{V_1} z \frac{\partial \Phi_4}{\partial n} \cdot \frac{\partial n}{\partial y} dV \end{aligned}$$

и затем, еще раз используя (12), мы получим

$$\begin{aligned}
M_{44} &= \rho \int_{V_1} y \frac{y \cos(n, z) - z \cos(n, y)}{\cos(n, z)} dV - \\
&- \rho \int_{V_1} z [y \cos(n, z) - z \cos(n, y)] \frac{1}{\cos(n, y)} dV = \\
&= \rho \int_{V_1} y^2 dV - \rho \int_{V_1} yz \frac{\cos(n, y)}{\cos(n, z)} dV - \\
&- \rho \int_{V_1} zy \frac{\cos(n, z)}{\cos(n, y)} dV + \rho \int_{V_1} z^2 dV
\end{aligned}$$

Замечаем, что, ввиду симметрии понтонов относительно плоскости xOz , второй и третий интегралы в формуле (14) равны нулю [9,10] и поэтому присоединенная масса жидкости вычисляется с помощью только двух интегралов

$$M_{44} = \rho \int_{V_1} y^2 dV + \rho \int_{V_1} z^2 dV. \quad (15)$$

Поскольку длина понтонов превосходит его ширину, а трубы вдоль своей длины не образуют клиновидности, обводов и закруглений, так как параллельны друг другу, то будем полагать, что обтекание труб жидкостью является плоским [4,5,11].

Поэтому, область V_1 мы можем представить как

$$V_1 = j \cdot A_I^{(1)} L, \quad (16)$$

где L – длина понтонов, $A_I^{(1)}$ – часть площади по-перечного сечения одной трубы, находящаяся под водой (см. рис. 3), определяемая как [1]

$$A_I^{(1)} = R^2 [\pi - \arccos(1-\zeta) + (1-\zeta)\sqrt{\zeta(2-\zeta)}]$$

Поэтому интегралы в формуле (15) заменяют интегралами по области $j \cdot A_I^{(1)}$

$$M_{44} = \rho L \left(\int_{j \cdot A_I^{(1)}} y^2 dA + \int_{j \cdot A_I^{(1)}} z^2 dA \right), \quad (17)$$

где dA – малый элемент области $A_I^{(1)}$, а входящие сюда интегралы являются моментами инерции области $j \cdot A_I^{(1)}$ относительно осей z_I и y_I , расположенных в плоскости ватерлинии.

Присоединенную массу M_{44} в соответствие с формулой (17) будем вычислять поэтапно. На первом этапе находим моменты инерции $I_{zI}^{(c)}$, $I_{yI}^{(c)}$ для центрального поплавка, которые назовем собственными моментами инерции.

В этом случае интегралы в (17) приводим к виду (см. рис. 3)

$$I_{zI}^{(c)} = \int_{A_I^{(1)}} y^2 dA = \frac{2}{3} \int_{-(R+h)}^0 \left[\sqrt{R^2 - (z+h)^2} \right]^3 dz$$

$$I_{yI}^{(c)} = \int_{A_I^{(1)}} z^2 dA = 2 \int_{-(R+h)}^0 \sqrt{R^2 - (z+h)^2} \cdot z^2 dz$$

и заменяя в них переменную z подстановкой

$$z+h = R \sin u, \quad u \in [-\pi/2; \arcsin(1-\zeta)],$$

находим оба интеграла в замкнутом виде, сумма которых выражается посредством формулы

$$\begin{aligned}
\bar{I}_{xI}^{(c)} &= \bar{I}_{zI}^{(c)} + \bar{I}_{yI}^{(c)} = \\
&= [1 + 2(1-\zeta)^2] [2 \arcsin(1-\zeta) + \pi] + \\
&+ \frac{1}{3} [1 + 3(1-\zeta)^2] (1-\zeta) \sqrt{1-(\zeta-1)^2} - \\
&- \frac{1}{6} (1-\zeta) \sqrt{1-(\zeta-1)^2} [1 - 2(\zeta-1)^2] + \\
&+ \frac{4}{3} (1-\zeta) \sqrt{1-(\zeta-1)^2} [1 - (\zeta-1)^2]. \quad (18)
\end{aligned} \quad (14)$$

В формуле (18) интегралы отнесены к величине R^4 .

На втором этапе мы находим момент инерции всей подводной площади понтонов путем суммирования собственных моментов инерции всех поплавков понтонов, и учитываем теорему о параллельном переносе осей [9,10]. Полученное значение момента инерции подводной части понтонов подставляем в формулу (17) и находим присоединенную массу в виде следующего выражения

$$\bar{M}_{44} = j \cdot \bar{I}_{xI}^{(c)} + \frac{1}{2} \bar{A}_I^{(1)} \bar{d}^2 \cdot \sum_{i=1}^{(j-1)/2} \left(1 - 2 \frac{i-1}{j-1} \right)^2 \quad (19)$$

где $\bar{M}_{44} = M_{44} / \rho L \cdot R^4$; $\bar{A}_I^{(1)} = A_I^{(1)} / R^2$,

а величина $\bar{I}_{xI}^{(c)}$ находится по формуле (18).

При вычислении момента инерции массы ПВУ относительно оси x_I мы будем учитывать ее составные элементы, показанные на рис. 1, 2 и приведенные в таблице, значения масс в которой даны в килограммах, а размеры – в метрах. В ходе вычисления мы будем использовать формулы моментов инерции простейших тел (цилиндрическая тонкостенная труба, круговой цилиндр, тонкий стержень) и теорему Гюйгенса о вычислении моментов инерции относительно параллельных осей [9,10].

Так, например, центральный поплавок представляет собой тонкостенную трубу, а заглушка является круглой пластинкой.

Поэтому

$$\begin{aligned}
I_{x_I}^{(1)} &= I_{mp} + m_{mp} h^2 + 2(I_{zag} + m_{zag} h^2) = \\
&= m_{mp} R^2 + m_{mp} h^2 + 2 \left(\frac{m_{zag} R^2}{2} + m_{zag} h^2 \right) =
\end{aligned}$$

Таблица составляющих элементов ПВУ

№		Кол-во	Масса, кг	
			1 шт.	общая
1	Труба-поплавок понтона $R = 0.35, L = 5.1, \delta_{tp} = 0.008$	3	683.75	2051
	Заглушка трубы-поплавка понтона $R_{zag} = 0.34$	6	23	138
2	Палубный настил $d = 1.8$	1	1	179
3	Бак-запасник воды в сборе на подставке $R_3 = 0.26, h_3 = 0.76, \delta_3 = 0.25$	1	158	158
4	Электродвигатель $R_4 = 0.3; \delta_4 = 0.17$	1	890	890
5	Насос $R_4 = 0.2$	1	485	485
6	Стойки ограждения $h_6 = 1.0$	10	7.6	76
7	Поручни $l_7 = 5.0$	4	12.25	49

$$= m_{mp} R^2 \left(1 + \frac{h^2}{R^2} \right) + m_{zag} R^2 \left(1 + 2 \frac{h^2}{R^2} \right), \quad (20)$$

где m_{mp} – масса трубы поплавка, m_{zag} – масса заглушки. Учитывая, что $h/R = 1 - \zeta$, перепишем формулу (20) в виде

$$\bar{I}_{x1}^{(1)} = 1 + (1 - \zeta)^2 + \frac{m_{zag}}{m_{mp}} \left[1 + 2(1 - \zeta)^2 \right], \quad (21)$$

где $\bar{I}_{x1}^{(1)} = I_{x1}^{(1)} / m_{mp} R^2$.

Момент инерции всех труб-поплавков и заглушек найдем по формуле

$$\begin{aligned} \bar{J}_{x1}^{(1)} &= j \left\{ 1 + (1 - \zeta)^2 + \frac{m_{zag}}{m_{mp}} \left[1 + 2(1 - \zeta)^2 \right] \right\} + \\ &+ \frac{1}{2} \bar{d}^2 \left(1 + 2 \frac{m_{zag}}{m_{mp}} \right) \sum_{i=1}^{(j-1)/2} \left(1 - 2 \frac{i-1}{j-1} \right)^2 \end{aligned}$$

в которой мы учли теорему о моментах инерции при параллельном переносе осей.

Опуская процедуру получения формул для вычисления моментов инерции других элементов ПВУ, приведем лишь окончательный вид этих формул

$$\begin{aligned} \bar{J}_{x1}^{(2)} &= \frac{m_2}{m_{mp}} \cdot \frac{\bar{d}^2}{12} \left[1 + \left(\frac{\zeta}{\bar{d}} \right)^2 \right], \\ \bar{J}_{x1}^{(3)} &= \frac{m_3}{m_{mp}} \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{R_3}{R} \right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{h_3}{R} \right)^2 \right] + \right. \\ &\left. + \left(\zeta + \frac{2\delta_3 + h_3}{2R} \right)^2 \right\}, \\ \bar{J}_{x1}^{(4)} &= \frac{m_4}{m_{mp}} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{R_4}{R} \right)^2 + \left(\zeta + \frac{\delta_4 + R_4}{R} \right)^2 \right], \end{aligned}$$

$$\bar{J}_{x1}^{(5)} = \frac{m_5}{m_{mp}} \left[\left(\frac{R_5}{R} \right)^2 + \left(\zeta + \frac{\delta_4 + R_5}{R} \right)^2 \right], \quad (23)$$

$$\bar{J}_{x1}^{(6)} = \frac{n_6 m_6}{m_{mp}} \left[\frac{1}{12} \left(\frac{h_6}{R} \right)^2 + \left(\zeta + \frac{h_6}{2R} \right)^2 + \frac{\bar{d}^2}{4} \right]$$

$$\bar{J}_{x1}^{(7)} = \frac{2m_7}{m_{mp}} \left[\left(\zeta + \frac{h_6}{2R} \right)^2 + \left(\zeta + \frac{h_6}{R} \right)^2 + \frac{\bar{d}^2}{2} \right]$$

в которых моменты инерции также отнесены к величине $m_{mp} R^2$.

Момент инерции ПДУ представляет собой сумму моментов инерции $\bar{J}_{x1}^{(1)}, \bar{J}_{x1}^{(2)}, \dots, \bar{J}_{x1}^{(7)}$, т.е.

$$\bar{J}_{x1} = \bar{J}_{x1}^{(1)} + \bar{J}_{x1}^{(2)} + \dots + \bar{J}_{x1}^{(7)} \quad (24)$$

Анализируя формулы (21) – (23), мы видим, что они содержат массу трубы-поплавка, которую, более удобно выразить через плотность материала трубы и ее геометрические параметры

$$m_{mp} = V_{mp} \rho_{mp} = S_{mp} L \rho_{mp} = 2\pi R \delta_{mp} L \rho_{mp},$$

где V_{mp} – объем трубы-поплавка; δ_{mp} – ее толщина; ρ_{mp} – плотность материала трубы-поплавка.

Подставляя значения M_{44} и J_{x1} , найденные соответственно по формулам (19) и (24), в формулу (7), получаем

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R} \cdot \frac{j \cdot \bar{A}_1^{(1)} \cdot \bar{h}_0}{2\pi \cdot \bar{\delta}_{mp} \cdot \bar{\rho}_{mp} \cdot \bar{J}_{x1} + M_{44}}}, \quad (25)$$

$$\text{где } \bar{h}_0 = h_0 / R; \bar{\delta}_{mp} = \delta_{mp} / R;$$

$$\bar{\rho}_{mp} = \rho_{mp} / \rho.$$

На рис. 4 представлены графики зависимости собственной частоты ω боковой качки понтона от величины радиуса R трубы-поплавка при различных значениях d .

Анализируя графики, мы видим, что на доста-

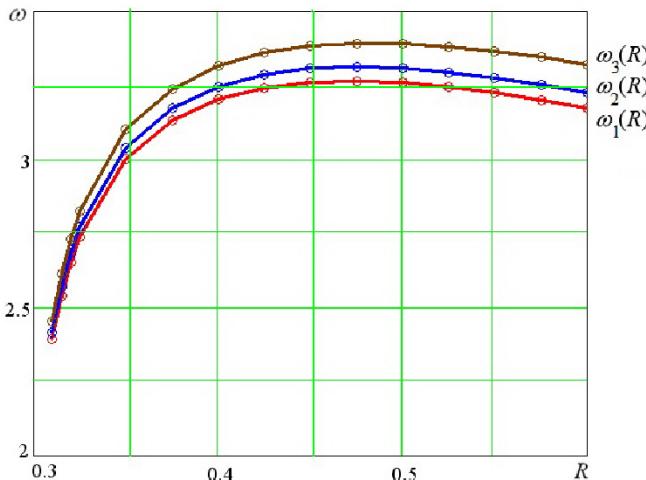


Рис. 4. Зависимость собственной частоты ω боковой качки понтона от радиуса R трубы-поплавка для ряда значений d

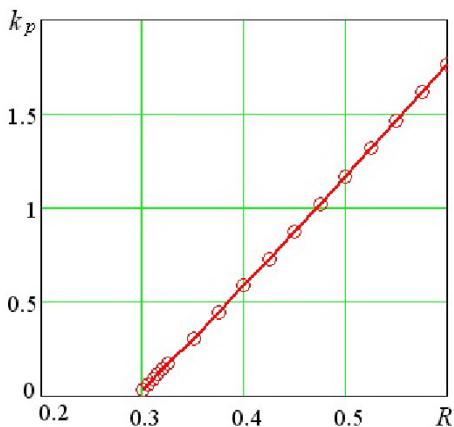


Рис. 5. Зависимость коэффициента запаса плавучести k_p от радиуса поплавка R

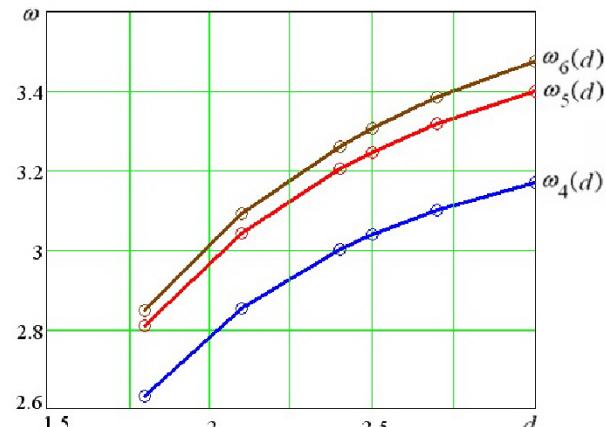


Рис. 6. Зависимость собственной частоты ω боковой качки понтона от расстояния d между поплавками для ряда значений R .

точно узком интервале $R \in [0.3\text{м}; 0.35\text{м}]$ происходит резкое увеличение собственных частот боковой качки. Однако при $R > 0.35\text{м}$ кривые выполняются, приобретают экстремальные значения и далее медленно снижаются, оставаясь практически эквидистантными и всюду выпуклыми.

Описанное различие в поведении зависимостей $\omega_i(R)$ на различных участках изменения R состоит в следующем. С ростом R практически линейно увеличивается и коэффициент запаса плавучести k_p (рис. 5), что ведет к росту величины ζ (см. формулу (5)) и, как следствие, к росту метацентрической высоты h_0 , момента инерции J_{x1} ПВУ и присоединенной массы M_{44} , но рост величины h_0 существенно превосходит рост в совокупности величин J_{x1} и M_{44} .

При $R > 0.35$ м, наоборот, с ростом R , приращение величин J_{x1} и M_{44} более существенно, чем приращение высоты h_0 .

При дальнейшем увеличении радиуса ($R > 0.5$ м) зависимости $\omega_i(R)$ превращаются в наклон-

ные прямые с отрицательными угловыми коэффициентами. Причем, чем меньше расстояние d между поплавками, тем ниже собственные частоты качки. Но при этом кривая $\omega_1(R)$, соответствующая расстоянию $d = 2.4$ м, имеет четко выраженный экстремум в точке $R = 0.475$ м, в то время как экстремум кривой $\omega_2(R)$ ($d = 2.5$ м) выражен менее отчетливо. А у зависимости $\omega_3(R)$ ($d = 2.7$ м) экстремум едва различим, и является точкой разделяющей кривую и прямую ее части.

Напротив, графики зависимостей $\omega_4(d)$, $\omega_5(d)$, $\omega_6(d)$ (рис. 6), соответствующие значениям $R = 0.35$, 0.4 и 0.45 м, монотонно возрастают и не обнаруживают на рассматриваемом интервале $d \in [1.8\text{м}; 3\text{м}]$ локальных экстремумов собственных частот. Еще одно отличие, по сравнению с графиками на рис. 4, заключается в том, что чем больше R , тем быстрее растут собственные частоты при увеличении d .

Выводы.

1. На основе решения задачи Коши, описы-

вающей боковую качку понтонов, выявлена форма качки в виде гармонических колебаний и получена формула для вычисления собственной частоты качки.

2. Установлено, что присоединенная масса жидкости понтонов, совершающего боковую качку, представляет собой момент инерции относительно продольной оси массы жидкости в объеме, равном объему подводной части понтона.

3. Показано, что момент инерции, являющийся присоединенной массой жидкости, выражается суммой двух кратных интегралов, которые сведены к квадратурам, и в преобразованном виде

представляют собой аналитическое выражение.

4. Обнаружены следующие закономерности собственных частот боковой качки понтонов:

а) на интервале $R \in [0.3; 0.35]$ происходит резкое увеличение собственных частот и плавное их уменьшение при $R > 0.5$ м;

б) собственная частота достигает максимума на интервале $R \in [0.35; 0.5]$;

в) увеличение расстояния между крайними трубами-поплавками приводит к монотонному росту собственных частот понтонов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черданцев, С. В. Теоретические основы расчета понтонов, используемых на угольных разрезах // ФТПРПИ. – 2013, № 1. – С. 61 – 69.
1. Кучер, Н. А. Условия безопасного применения плавучих водоотливных установок / С. В. Черданцев, С. И. Протасов, С. Н. Подображин, В. В. Билибин // Безопасность труда в промышленности. – 2003, – № 1. – С. 12 – 14.
3. Черданцев, С. В. Формы движения понтонов в зумпфе угольного разреза / С. В. Черданцев, Н. В. Черданцев // Вест. ВостНИИ. – 2013, № 1,2. – С. 45 – 54.
4. Ремез, Ю. В. Качка корабля. – Л. : Судостроение, 1983. – 328 с.
5. Благовещенский, С. Н. Справочник по статике и динамике корабля. В двух томах. Том 2. Динамика корабля / С. Н. Благовещенский, А. Н. Холодилин. – Л.: Судостроение, 1976. – 176 с.
6. Черданцев, С. В. Уравнения движения понтонов в зумпфах угольных разрезов // Вестник КузГТУ. – 2013, – № 1. – С. 7 – 10.
7. Смирнов, В. И. Курс высшей математики, т. 2. – М.: Наука, 1974. – 656 с.
8. Степанов, В. В. Курс дифференциальных уравнений.–М.: Физматгиз, 1959.–468 с.
9. Кильчевский, Н. А. Курс теоретической механики, т. 2. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
10. Беляев, Н. М. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1965. – 856 с.
11. Коchin, Н. Е. Теоретическая гидромеханика, т. 1 / Н. Е. Кочин, И. А. Кибель, И. В. Розе. – М.: Физматгиз, 1963. – 584 с.

Авторы статьи

Черданцев

Сергей Васильевич,
доктор техн. наук, профессор
каф. математики КузГТУ
E-mail: svh01@yandex.ru

Черданцев

Николай Васильевич ,
доктор техн. наук, зав. лаб. гео-
механики угольных месторожде-
ний Института угля СО РАН.
E-mail: cherdant-
sevnv@icc.kemsc.ru