

## ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

**УДК 519.21**

**А.С.Сорокин**

### **ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ ОЧИСТНОЙ ВЫЕМКИ УГЛЯ НА ШАХТАХ КУЗБАССА, РАЗРАБАТЫВАЮЩИХ КРУТЫЕ ПЛАСТЫ**

Описанные в [1,2] алгоритмы и созданная по ним программа могут быть применены для выбора оптимальных технологических схем, как на обычных шахтах, так и на шахтах с гидравлической добычей угля.

Для разработки крутых пластов при гидравлической добыче угля институтом ВНИИГидроуголь спроектированы 10 технологических схем, характеризующихся различными показателями производительности труда, нагрузки на забой, эксплуатационных потерь, надежности, газообильности и т.д. [3,4].

Алгоритмы и программы оптимизации шахтных технологических систем с учетом факторов надежности и метановзрывоопасности применены для технологических схем, составленных ВНИИГидроуглем. С целью более эффективной отработки пластов крутого падения и, в частности, пластов с горно-геологическими нарушениями, внедрения более прогрессивных способов проведения подготовительных и нарезных выработок, увеличения коэффициента машинного времени забойного оборудования и сокращения потерь угля в недрах, что, в конечном итоге, обеспечивает значительное улучшение технико-экономических показателей работы гидрошахт.

Исходными данными для оптимизации технологических схем послужили рекомендации лаборатории систем разработки пластов крутого падения и отдела технолого-экономических исследований ВНИИГидроугля с учетом накопленного гидрошахтами опыта, а также анализа применяемых технологических схем очистной выемки на гидрошахтах Кузбасса.

Условно технологические схемы выемки угля на пластах крутого падения были разбиты на 3 группы.

К первой группе технологий очистной выемки отнесена пододэтажная гидроотбойка:

- под гибким перекрытием, монтируемым в одной плоскости (для пластов мощностью 3.54 - 8 м);

- под гибким перекрытием, монтируемым в одной плоскости (для пластов мощностью более 8 м);

- под гибким перекрытием, монтируемым в двух плоскостях;

- без гибкого перекрытия;

- под гибким перекрытием, монтируемым в каждом подэтаже.

Из этих пяти схем необходимо выбрать наилучшую.

Обозначим  $y_i$  вероятность выбора  $i$ -той технологии

$$0 \leq y_i \leq 1, \quad i=1 \dots 5 \quad (1)$$

Учитывая, что каждая из рассматриваемых технологий выемки характеризуется надежностью (коэффициентом надежности), и используя теорему о полной вероятности, получаем, что вероятность работы системы должна быть не ниже заданного уровня

$$\sum_{i=1}^5 K_i^T y_i \geq K^T, \quad (2)$$

или

$$0.8 y_1 + 0.8 y_2 + 0.8 y_3 + 0.8 y_4 + 0.8 y_5 \geq 0.8. \quad (2')$$

Аналогично, применяя теорему о полной вероятности, для газообильности имеем:

$$\sum_{i=1}^5 g_i^0 y_i \leq g^0, \quad (3)$$

или

$$20 y_1 + 20 y_2 + 20 y_3 + 20 y_4 + 20 y_5 \leq 20 \quad (3')$$

Для коэффициента извлечения  $K^u$  или для эксплуатационных потерь ( $1 - K^u$ ) получим

$$\sum_{i=1}^5 (1 - K_i^u) y_i \leq 1 - K^u, \quad (4)$$

или

$$0.2 y_1 + 0.2 y_2 + 0.17 y_3 + 0.3 y_4 + 0.2 y_5 \leq 0.2. \quad (4')$$

Задача I. Определить оптимальную технологию очистной выемки угля на пластах крутого падения для данной группы технологических схем, дающей максимальную производительность труда (минимальную трудоемкость).

$$\sum_{i=1}^5 \frac{y_i}{\Pi_i^T} \rightarrow \min \quad (5)$$

или

$$\frac{y_1}{27.3} + \frac{y_2}{29.6} + \frac{y_3}{24.3} + \frac{y_4}{29.2} + \frac{y_5}{16.2} \rightarrow \min \quad (5')$$

при условии, что суточная добыча будет не ниже заданного уровня

$$\sum_{i=1}^5 A_i y_i \geq A \quad (6)$$

или

$$710 y_1 + 830 y_2 + 800 y_3 + 730 y_4 + 600 y_5 \geq 800. \quad (6')$$

Итак, имеем задачу целочисленного линейного программирования с целевой функцией (5') и ограничениями (1), (2'), (.3'), (4'), (6').

При решении на ЭВМ этой задачи с помощью алгоритмов и программ "Оптимизации шахтных технологических систем с учетом критериев надежности и метановзрывоопасности" был получен оптимальный вектор решений (0,1,0,0,0).

Это значит, что для первой группы технологий очистной выемки рекомендуется подэтажная гидроотбойка под гибким перекрытием, монтируемым в одной плоскости.

Применение подэтажной гидроотбойки под гибким перекрытием, монтируемым в одной плоскости, дает наибольшую производительность труда (29.6 т/вых.).

В табл. 1 показаны значения, полученные при решении задач линейного программирования по приведенным выше исходным данным.

На рис. 1 представлена зависимость вероятности выбора технологии от нижнего уровня суточной добычи (т/сутки).

Таблица 1

Нижний уровень суточной добычи, т/сут	Производительность труда, т/вых	Вероятность выбора технологии
830	1/0.0337838	1.000000
825	1/0.0335803	0.99396
820	1/0.0333768	0.987952
810	1/0.0329697	0.975904
800	1/0.0325627	0.963855
790	1/0.0321556	0.951807
780	1/0.0317486	0.939759
770	1/0.0313416	0.927711
750	1/0.0305275	0.903614
700	1/0.0284923	0.843373
650	1/0.0264572	0.783133
600	1/0.0244422	0.722892
500	1/0.0203517	0.60241
400	1/0.0162813	0.481928
300	1/0.012211	0.361446
200	1/0.00814067	0.240964
100	1/0.00407034	0.120482
50	1/0.00203517	0.060241
25	1/0.00101758	0.0301205
10	1/0.000407034	0.0120482
1	1/0.000040703	0.0012048

Аналитически эта зависимость изображается линейной моделью.

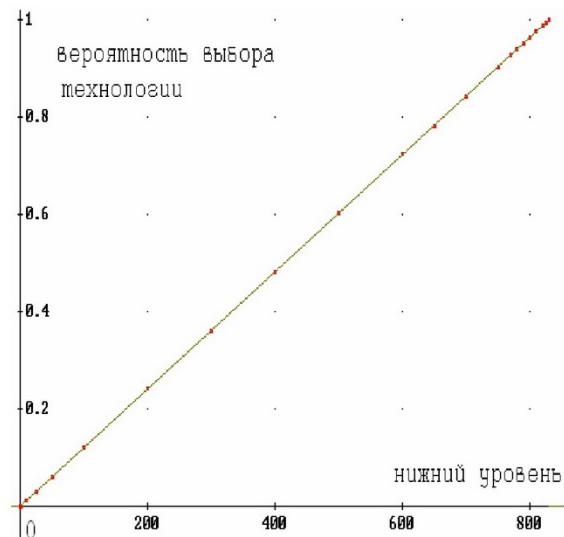


Рис. 1. Зависимость вероятности выбора технологии от нижнего уровня суточной добычи.

Таким образом, математическая модель зависимости вероятности выбора технологии от нижнего уровня суточной добычи будет иметь следующий вид:

$$P(A_{\text{нижний}}) = 0.0012 A_{\text{нижний}}$$

Задача 2. Определить технологию очистной выемки угля для данной группы технологических схем на пластах крутого падения, при которой была бы максимальная суточная добыча угля с учетом ограничений на производительность труда, надежность, газообильность и пр.

$$710 y_1 + 830 y_2 + 800 y_3 + 730 y_4 + 600 y_5 \rightarrow \max \quad (7)$$

при условии, что производительность труда будет не ниже заданного уровня.

$$\sum_{i=1}^5 \Pi_i^T y_i \geq \Pi^T \quad (8)$$

или

$$27.3y_1 + 29.6y_2 + 24.3y_3 + 29.2y_4 + 16.2y_5 \geq 28. \quad (8')$$

Получаем задачу целочисленного линейного программирования с целевой функцией (7) и ограничениями (1), (2'), (.3'), (4'), (8').

Теми же алгоритмами и программами, что и для первой задачи, получим вектор решений (0,1,0,0,0) - для первой группы технологий очистной выемки рекомендуется подэтажная гидроотбойка под гибким перекрытием, монтируемым в одной плоскости, дающая наибольшую суточную добычу угля (830 т/сут.).

Ко второй группе технологий очистной выемки отнесены:

- наклонные слои с выемкой полосами по простиранию с закладкой выработанного пространства;

- механиогидравлическая выемка длинными столбами по восстанию с полной закладкой выработанного пространства;

- подэтажная гидроотбошка в восходящем порядке с гидрозакладкой выработанного пространства.

Ограничения на вероятность выбора технологии:

$$0 \leq y_i \leq 1, \quad i=1 \div 3; \quad (9)$$

на надежность

$$0.75y_1 + 0.85y_2 + 0.83y_3 \geq 0.8; \quad (10)$$

на газообильность

$$20y_1 + 20y_2 + 20y_3 \leq 20; \quad (11)$$

на эксплуатационные потери

$$0.12y_1 + 0.08y_2 + 0.1y_3 \leq 0.1. \quad (12)$$

Задача 3. Определить оптимальную технологию очистной выемки угля в данной группе технологических схем на пластах крутого падения, дающей максимальную производительность труда (минимальную трудоемкость).

$$\sum_{i=1}^3 \frac{y_i}{\Pi_i^T} \rightarrow \min \quad (13)$$

или

$$\frac{y_1}{10} + \frac{y_2}{22.6} + \frac{y_3}{21.4} \rightarrow \min \quad (13')$$

при условии, что суточная добыча будет не ниже заданного уровня

$$270y_1 + 1200y_2 + 450y_3 \geq 1000. \quad (14)$$

В этой задаче целочисленного программирования с целевой функцией (13) и ограничениями (9) - (12), (14) с помощью ЭВМ получен оптимальный вектор решений (0,1,0). Это значит, что для второй группы технологий очистной выемки на пластах крутого падения рекомендуется механогидравлическая выемка длинными столбами по восстанию с полной закладкой выработанного пространства, дающая наибольшую производительность труда (22.6 т/вых.).

Задача 4. Необходимо выбрать из рассматриваемой группы схем технологию очистной выемки угля на пластах крутого падения, дающую максимальную суточную добычу угля при выполнении ограничений на производительность труда, надежность и т.д.

$$270y_1 + 1200y_2 + 450y_3 \rightarrow \max \quad (15)$$

при условии, что производительность труда будет не ниже заданного уровня

$$10y_1 + 22.6y_2 + 21.4y_3 \geq 20. \quad (16)$$

Для этой задачи целочисленного программирования с целевой функцией (15) и ограничениями (9) - (12) и (16), оптимальный вектор решений - (0,1,0), что для данной группы технологий очистной выемки на пластах крутого падения рекомендуется механогидравлическая выемка длинными столбами по восстанию с полной закладкой выработанного пространства, дающая наибольшую суточную добычу угля (1200 т/сут.).

К третьей группе технологий очистной выемки отнесены:

- длинные столбы по простирианию с выемкой угля полосами по падению агрегатом АГС-П;

- длинные столбы по простирианию с выемкой угля полосами по падению комплексом КМД-2У.

Ограничения на вероятность выбора технологии:

$$0 \leq y_i \leq 1, \quad i=1 \div 2; \quad (17)$$

на надежность

$$0.75y_1 + 0.76y_2 \geq 0.75; \quad (18)$$

на газообильность

$$20y_1 + 20y_2 \leq 20; \quad (19)$$

на эксплуатационные потери

$$0.15y_1 + 0.15y_2 \leq 0.15. \quad (20)$$

Задача 5. Требуется найти такую технологию очистной выемки угля на пластах крутого падения для данной группы технологических схем, которая давала бы максимальную производительность труда (минимальную трудоемкость)

$$\frac{y_1}{25.3} + \frac{y_2}{36} \rightarrow \min \quad (21)$$

при условии, что суточная добыча будет не ниже заданного уровня

$$530y_1 + 650y_2 \geq 600. \quad (22)$$

В такой постановке задача целочисленного программирования с целевой функцией (21) и ограничениями (17) - (20) и (22), при решении на ЭВМ имеет оптимальных вектор (0, 1). Это значит, что наилучшей технологией очистной выемки для третьей группы технологий будут длинные столбы по простирианию с выемкой угля по падению комплексами КМД - 2У с максимальной производительностью труда (36 т/вых.).

Задача 6. Необходимо найти технологию очистной выемки угля на пластах крутого падения, для данной группы технологических схем, дающую максимальную суточную добычу угля при выполнении ограничений на производительность труда, на надежность, газообильность и пр.

$$530y_1 + 650y_2 \rightarrow \max \quad (23)$$

при условии, что производительность труда будет не ниже заданного уровня

$$25.3y_1 + 36y_2 \geq 30. \quad (24)$$

Для этой задачи с целевой функцией (23) и ограничениями (17) - (20) и (24) вектор решений (0, 1), то есть наилучшей технологией очистной выемки для третьей группы технологий будут длинные столбы по простирианию с выемкой угля по падению комплексами КМД - 2У с максимальной суточной добычей (650 т/сут.).

Выбранные оптимальные технологические схемы рекомендованы к применению для горногеологических условий, аналогичных условиям шахты "Красногорская".

#### Выводы

1. Осуществлена математическая постановка задачи оптимизации технологических систем в виде задачи целочисленного линейного программирования, позволяющая реализовать отыскание

оптимальной технологической схемы на ЭВМ. При постановке задачи учтен фактор метановзрывоопасности, оказывающий существенное влияние на выбор оптимальной технологической схемы.

2. На основе анализа различных методов математического программирования для решения задач оптимизации выбран метод линейного целочисленного программирования - метод вектора спада, отличающийся большей быстротой сходимости по сравнению с другими методами. [5].

3. Создана программа оптимизации технологических схем с учетом фактора метановзрывоопасности на языке Лисп для ЭВМ в математическом пакете DERIVE6.10.

4. В результате решения задач оптимизации были установлены оптимальные варианты применения технологии очистной выемки для каждой группы горно-геологических условий, в которых работают шахты Кузбасса, отрабатывающие крутые пласти. Для мощных пластов целесообразно применение схемы с подэтажной гидроотбойкой с гибким перекрытием, монтируемыми в одной

плоскости. Для пластов средней мощности рекомендуется применение схем с комбинированной выемкой длинными столбами по восстанию и за кладкой выработанного пространства. Для тонких пластов рационально применение схем очистной выемки длинными столбами по простианию с выемкой угля полосами по падению комплексом КМД-2У.

5. Использование приведенного в работе метода оптимизации позволяет на научной основе выбирать наиболее рациональный вариант системы разработки или технологической схемы по различным критериям и ограничивающим показателям, что дает возможность получить значительный экономический эффект.

6. В результате оптимизации технологических схем с помощью ЭВМ и созданной программы установлено, что наиболее экономичной и одновременно отвечающей условиям безопасности (метановзрывоопасность меньше допустимого уровня) является щитовая система разработки с применением импульсного щита.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сорокин А.С. Применение методов теории вероятностей к исследованию некоторых процессов производства. // 4-ая междунар. конф. «Кибернетика и технологии XXI века». Воронеж, 2003, с.312-323.
2. Сорокин А.С. Математическое моделирование метановзрывоопасности шахтных технологических систем// Вестн. КузГТУ, №2, 2007, с. 3-15.
3. Временные инструкции и технологические схемы очистной выемки угля на пластах крутого падения гидрошахт Кузбасса// ВНИИГидроуголь. Новокузнецк, 1973. 44с.
4. Временные инструкции и технологические схемы очистной выемки угля на пластах пологого и наклонного падения гидрошахт Кузбасса// ВНИИГидроуголь. Новокузнецк, 1973. 50 с.
5. Лю Б. Теория и практика неопределенного программирования. - М.: Бином. 2005. 416с.

Автор статьи:

Сорокин  
Андрей Семенович  
- канд. физ.-мат. наук, доцент,  
ст.н.с. ( филиал КузГТУ,  
г. Новокузнецк )

**УДК 519. 17**

**А.В. Бирюков, П.А. Бирюков**

## РАДУЖНЫЕ ГРАФЫ

В связном графе расстояние  $d(x,y)$  между вершинами  $x$  и  $y$  есть длина кратчайшей цепи, соединяющей эти вершины. Окрестность вершины  $x$  содержит эту вершину и все смежные с ней вершины. Регулярный граф степени  $k$  называется радужным [2] (или калейдоскопическим [1]), если существует  $(k+1)$ -раскраска его вершин, в которой цвета всех вершин в окрестности любой вершины различны, т. е. для любых вершин  $x$  и  $y$

одинакового цвета выполняется условие  $d(x,y) > 2$  (такую раскраску будем называть радужной). Из этого условия следует, что окрестности всех вершин данного цвета образуют разбиение множества вершин графа. Таким образом, если радужный граф имеет порядок  $n$  и степень  $k$ , то  $n$  делится на  $k+1$  и число вершин любого цвета равно  $n / (k+1)$ . Примерами радужных графов являются циклы  $C_n$  (где  $n$  делится на 3) и полные графы  $K_n$ .