

оптимальной технологической схемы на ЭВМ. При постановке задачи учтен фактор метановзрывоопасности, оказывающий существенное влияние на выбор оптимальной технологической схемы.

2. На основе анализа различных методов математического программирования для решения задач оптимизации выбран метод линейного целочисленного программирования - метод вектора спада, отличающийся большей быстротой сходимости по сравнению с другими методами. [5].

3. Создана программа оптимизации технологических схем с учетом фактора метановзрывоопасности на языке Лисп для ЭВМ в математическом пакете DERIVE6.10.

4. В результате решения задач оптимизации были установлены оптимальные варианты применения технологии очистной выемки для каждой группы горно-геологических условий, в которых работают шахты Кузбасса, отрабатывающие крутые пласти. Для мощных пластов целесообразно применение схемы с подэтажной гидроотбойкой с гибким перекрытием, монтируемыми в одной

плоскости. Для пластов средней мощности рекомендуется применение схем с комбинированной выемкой длинными столбами по восстанию и за кладкой выработанного пространства. Для тонких пластов рационально применение схем очистной выемки длинными столбами по простианию с выемкой угля полосами по падению комплексом КМД-2У.

5. Использование приведенного в работе метода оптимизации позволяет на научной основе выбирать наиболее рациональный вариант системы разработки или технологической схемы по различным критериям и ограничивающим показателям, что дает возможность получить значительный экономический эффект.

6. В результате оптимизации технологических схем с помощью ЭВМ и созданной программы установлено, что наиболее экономичной и одновременно отвечающей условиям безопасности (метановзрывоопасность меньше допустимого уровня) является щитовая система разработки с применением импульсного щита.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сорокин А.С. Применение методов теории вероятностей к исследованию некоторых процессов производства. // 4-ая междунар. конф. «Кибернетика и технологии XXI века». Воронеж, 2003, с.312-323.
2. Сорокин А.С. Математическое моделирование метановзрывоопасности шахтных технологических систем// Вестн. КузГТУ, №2, 2007, с. 3-15.
3. Временные инструкции и технологические схемы очистной выемки угля на пластах крутого падения гидрошахт Кузбасса// ВНИИГидроуголь. Новокузнецк, 1973. 44с.
4. Временные инструкции и технологические схемы очистной выемки угля на пластах пологого и наклонного падения гидрошахт Кузбасса// ВНИИГидроуголь. Новокузнецк, 1973. 50 с.
5. Лю Б. Теория и практика неопределенного программирования. - М.: Бином. 2005. 416с.

Автор статьи:

Сорокин  
Андрей Семенович  
- канд. физ.-мат. наук, доцент,  
ст.н.с. ( филиал КузГТУ,  
г. Новокузнецк )

УДК 519. 17

**А.В. Бирюков, П.А. Бирюков**

## РАДУЖНЫЕ ГРАФЫ

В связном графе расстояние  $d(x,y)$  между вершинами  $x$  и  $y$  есть длина кратчайшей цепи, соединяющей эти вершины. Окрестность вершины  $x$  содержит эту вершину и все смежные с ней вершины. Регулярный граф степени  $k$  называется радужным [2] (или калейдоскопическим [1]), если существует  $(k+1)$ -раскраска его вершин, в которой цвета всех вершин в окрестности любой вершины различны, т. е. для любых вершин  $x$  и  $y$

одинакового цвета выполняется условие  $d(x,y) > 2$  (такую раскраску будем называть радужной). Из этого условия следует, что окрестности всех вершин данного цвета образуют разбиение множества вершин графа. Таким образом, если радужный граф имеет порядок  $n$  и степень  $k$ , то  $n$  делится на  $k+1$  и число вершин любого цвета равно  $n / (k+1)$ . Примерами радужных графов являются циклы  $C_n$  (где  $n$  делится на 3) и полные графы  $K_n$ .

для всех  $n$ .

Радужные графы применяются в криптографии и в экстремальной комбинаторике [2]. . Наибольший интерес представляют транзитивные радужные графы. Граф называется транзитивным, если его группа автоморфизмов действует транзитивно на множество вершин. Некоторые классы транзитивных радужных графов изучались в работе [1] . Далее мы рассмотрим несколько конструкций, порождающих бесконечные серии транзитивных радужных графов.

Транзитивные 3-связные планарные графы – это графы правильных и полуправильных выпуклых многогранников. Из графов пяти правильных многогранников радужными являются графы тетраэдра, куба и икосаэдра. Класс полуправильных многогранников содержит  $n$  - угольные призмы и антипризмы (для всех  $n \geq 3$  ) и тринадцать архimedовых многогранников. Граф  $n$  - угольной призмы является радужным тогда и только тогда, когда  $n$  делится на 4 [1] . Из архimedовых графов радужными являются графы усеченного тетраэдра, усеченного куба, икосододекаэдра и ромбоикосододекаэдра.

Пусть  $n, a_1, \dots, a_k$  - натуральные числа, где  $0 < a_1 < \dots < a_k \leq n/2$ . Циркулянт  $C_n(a_1, \dots, a_k)$  - это граф с вершинами  $0, 1, \dots, n-1$ , в котором вершины  $x$  и  $y$  смежны, если  $|x-y|=a$  или  $|x-y|=n-a$  для некоторого  $i \leq k$ . Связные кубические циркулянты имеют вид  $C_n(1, n/2)$  , где  $n$  четно. Они являются радужными при  $n=8m+4$  ,  $m \geq 0$ . Циркулянт  $C_n(1, 2, \dots, k)$  степени  $2k$  является радужным тогда и только тогда, когда  $n$  делится на  $2k+1$ . Цвет вершины  $x$  в радужной раскраске равен остатку от деления  $x$  на  $2k+1$ .

Граф называется антиподальным, если для любой его вершины  $x$  существует единственная вершина  $y$  такая, что расстояние между  $x$  и  $y$  равно диаметру графа. Любые две вершины, для которых выполняется это условие, будем также называть антиподальными. Пусть  $G$  - антиподальный граф степени  $k$  и порядка  $2k+2$  и пусть  $x_i, y_i$  ( $i=0, 1, \dots, k$ ) - пары антиподальных вершин. Раскрасим вершины  $x_i, y_i$  в цвет  $i$ . Если такая

раскраска является радужной, то граф  $G$  назовем антиподально радужным. Куб и икосаэдр – примеры транзитивных антиподально радужных графов.

Призма над графом  $G$  -это декартово произведение  $P(G)=G \times K_2$ . Призмы над транзитивными графами также транзитивны. В частности,  $P(C_n)$  - граф обычной  $n$  - угольной призмы, который является антиподально радужным тогда и только тогда, когда  $n$  делится на 4. Укажем еще три серии транзитивных антиподально радужных графов:

1. Призма  $P(K_{2n}-nK_2)$  над графом  $K_{2n}-nK_2$  который получается удалением 1 – фактора (т. е.  $n$  попарно несмежных ребер) из полного графа  $R_{2n}$  .

2. Граф  $K_{n,n}-nK_2$  полученный удаление 1 – фактора из полного двудольного графа  $K_{n,n}$  .

3. Циркулянт  $C_n(a_1, \dots, a_k)$  где  $n=4k+2$  .

Простейшим примером бесконечного транзитивного радужного графа является  $n$  - мерная решетка  $Z^n$  для любого  $n \geq 1$  . Вершины графа  $Z^n$  - это точки евклидова пространства  $R^n$  с целыми координатами; две вершины смежны, если расстояние между ними (в евклидовой метрике) равно 1. Полагая цвет вершины  $(x_1, \dots, x_n)$  равным остатку от деления целого числа  $x_1+2x_2+\dots+nx_n$  на  $2n+1$  получаем радужную раскраску.

Для любых натуральных чисел  $a_1 < \dots < a_k$  пусть  $C(a_1, \dots, a_k)$  - граф, вершинами которого являются все целые числа, причем вершины  $x$  и  $y$  смежны, если  $|x-y|=a$  для некоторого  $i \leq k$  . Этот граф является радужным тогда и только тогда, когда числа  $0, \pm a_1, \dots, \pm a_k$  образуют полную систему вычетов по модулю  $2k+1$  . Заметим, что граф  $C(a_1, \dots, a_k)$  является графом Кэли бесконечной циклической группы. В связи с этим возникает следующая интересная проблема: во всякой ли конечно порожденной группе существует такое конечное порождающее множество, для которого соответствующий граф Кэли является радужным?

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Protasova K.D. Kaleidoscopic graphs. Math. Stud. 2002,v. 18, p. 3-9.
2. Woldar. A.J. Rainbow graphs. In: Codes and Designs (ed. Arasu K.T. and Seress A,), de Gruyter, Berlin, 2002.

□ Авторы статьи:

Бирюков  
Альберт Васильевич  
- докт.техн. наук, проф., зав. каф.  
высшей математики

Бирюков  
Петр Альбертович  
- канд.физ.-мат.наук, доц.каф.  
алгебры и геометрии КемГУ