УДК: 622.831.322

А. А. Фофанов, В. В. Дырдин

К ВОПРОСУ О ЧАСТОТАХ КОЛЕБАНИЙ ПОРОД ОСНОВНОЙ КРОВЛИ ПРИ ВТОРИЧНЫХ ОБРУШЕНИЯХ

При разработке пластов с труднообрушаемой кровлей наблюдаются динамические и газодинамические явления, связанные с вторичными обрушениями основной кровли. Зависания пород труднообрушаемой кровли и последующие обрушения вызывают сильные динамические пригрузки краевой части пласта и переход ее в состояние предельного равновесия. Обрушения пород основной кровли сопровождаются колебаниями, которые влияют на «гистерезис» сорбции метана впереди забоя, вызывают частичные разрушения кровли и пласта, а также могут вызывать процессы диссоциации твердых растворов природного газа в виде кристаллогидратов, влияющих на выбросоопасность краевых зон. В этой связи расчет частоты и амплитуды колебаний при вторичных обрушениях основной кровли является актуальной задачей.

Непосредственное решение данной задачи не представляется возможным, поэтому наиболее приемлемым здесь является математическое моделирование на основе теории подобия, включающей подобие геометрических размеров, физических параметров, а также критериев подобия Фурье, Био и др.

В качестве математической модели будем рассматривать консольную балку, длиной l, деформированную под действием распределенной нагрузки. При этом начальная деформация ее свободного конца зависит от мощности пород основной кровли, длины зависающей консоли, плотности пород, залегающих в кровле [2]. При образовании в кровле секущих трещин под действием растягивающих напряжений происходит обрушение части балки, вызывающее последующие колебания ее оставшейся части. В работе [5] представлены результаты изменения состояния массива в рамках аналогичной приближенной теоретической модели деформаций. В этой модели поведение пород кровли при обрушении аппроксимировалось затухающими колебаниями упругой балки с защемленным концом. Коэффициент затуханий для кровли с определенными параметрами находился путем подбора.

Рассмотрим динамическую задачу поперечных колебаний балки при обрушении консоли, и будем рассматривать в первом приближении только свободные колебания, то есть когда возмущающая сила отсутствует рис.1.

Будем рассматривать консольную балку постоянного сечения, совершающую в вертикальной плоскости свободные изгибные колебания.

Прогиб балки является непрерывной функцией $U=U(x,t)$ координаты x и времени t. При изучении динамического прогиба балки будем рассматривать в качестве распределенной нагрузки, изгибающей балку, силы инерции на единицу длины:

$$F_{ин} = -m\frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2}, \qquad (1)$$

где $m=Q/(gl)$ –погонная масса балки, Q – сила тяжести балки, l – ее длина, g– ускорение свободного падения.

Вторая производная функции прогиба связана с изгибающим моментом и изгибной жесткостью балки соотношением [3]:

$$\frac{d^2U(x,t)}{dx^2} = \frac{M}{EI_z}, \qquad (2)$$

Учитывая соотношение[3]:

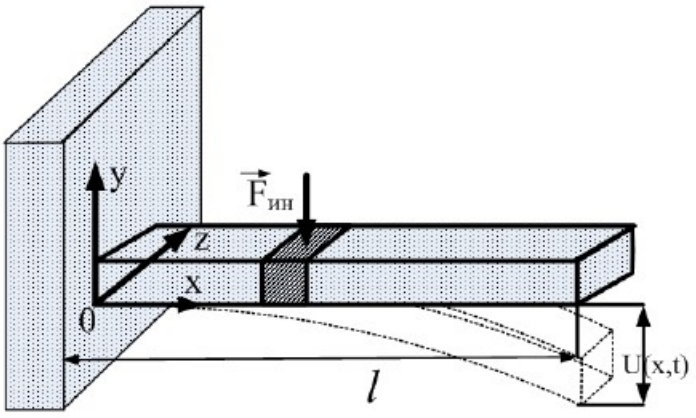

Рис.1. Схема к выводу уравнения колебаний балки

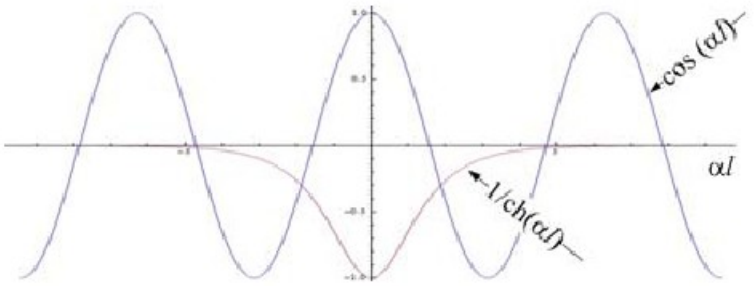

Рис.2 Графическое решение уравнения 7

$$\frac{d^2M}{dx^2} = F_{ин}, \qquad (3)$$

где M – изгибающий момент, относительно оси 0Z, получим:

$$\frac{d^4U(x,t)}{dx^4} = \frac{F_{ин}}{MI_z}. \qquad (4)$$

Подставив в качестве распределенной нагрузки на балку выражение для силы инерции $F_{ин}$, получим:

$$\frac{\partial^4U(x,t)}{\partial x^4} = -\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{EI_z}}\frac{\partial^2U(x,t)}{\partial t^2}. \qquad (5)$$

Здесь учтено, что функция смещения зависит от двух переменных, поэтому полные производные заменены на частные.

Погонную массу балки выразим через плотность и площадь $m = \rho S$ и тогда дифференциальное уравнение поперечных колебаний консольной балки для одномерного случая примет вид [1]:

$$\frac{\partial^2}{\partial \mathrm{x}^2}\left(\mathrm{EJ_z}\frac{\partial^2\mathrm{U(x,t)}}{\partial x^2}\right) + \rho\mathrm{S}\frac{\partial^2\mathrm{U(x,t)}}{\partial \mathrm{t}^2} = 0, \qquad (6)$$

где произведение EI_z называют изгибной жесткостью балки; E- модуль Юнга пород кровли; I_z- момент инерции площади сечения относительно 0Z, который аналогичен массовому моменту инерции пластинки с единичной массовой плотностью; S – площадь сечения балки; ρ - ее плотность.

Уравнение (1) решаем методом разделения

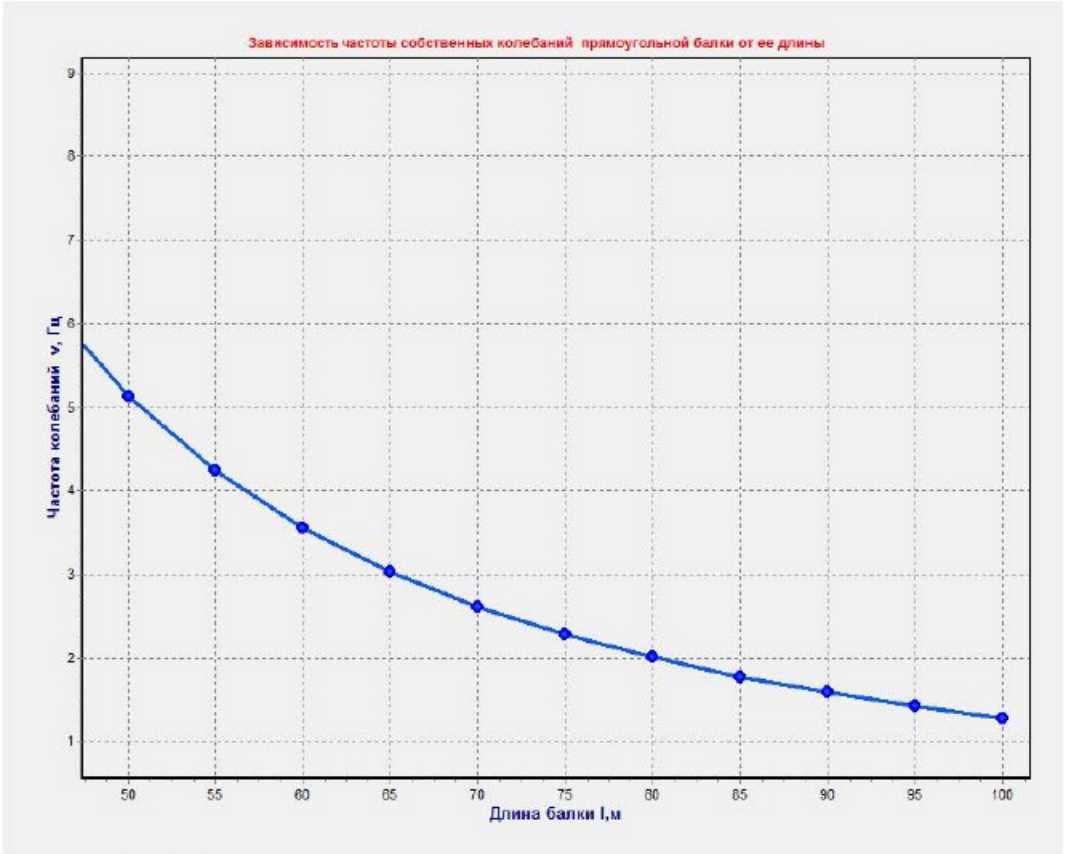

Рис.3 Зависимость частоты поперечных колебаний балки от ее длины. Для первого корня уравнения (7)

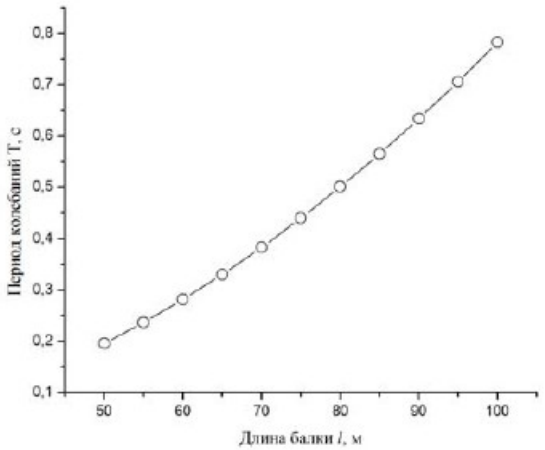

Рис.4 Зависимость периода затухающих колебаний от длины балки

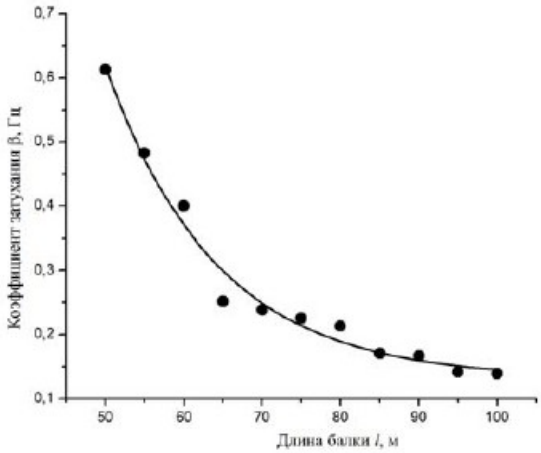

Рис.5 Зависимость коэффициента затухания от длины балки

переменных. Решение данного уравнения, приведенное в [1, 3, 4], дает характеристическое уравнение частот:

$$\cos\alpha l \, \mathrm{ch}\,\alpha l = -1 \qquad (7)$$

Графическое решение уравнения (7) приведено на рис.2, откуда следует что, первые шесть корней решения имеют значения:

$(\alpha l)_1$=1.875; $(\alpha l)_2$=4.694; $(\alpha l)_3$=7.855;
$(\alpha l)_4$=10.996; $(\alpha l)_5$=14.137; $(\alpha l)_6$=17.279.

Полученные корни характеристического уравнения (7) используем для расчета частот собственных колебаний. Частоты собственных колебаний рассчитываем по выражению[1,3]:

$$\nu = \frac{(\alpha l)^2}{2\pi l^2}\sqrt{\frac{EJ_z}{\rho S}}. \qquad (8)$$

Величина момента инерции сечения балки определялась по формуле: $J_z = \frac{b^3 h}{12}$, где b – мощность балки; h – ее ширина.

Для определения собственных частот колебаний консольной балки была разработана программа расчета на ПЭВМ. При подстановке следующих параметров консоли [2]: E=7·10^{10} Па, ρ= 2500 кг/м^3, b= 15м, h= 10м по формуле (8) были получены величины частот поперечных колебаний для различных значений длины балки и значения момента инерции поперечного сечения балки J_z=4218,75 м^4. В качестве примера на рис.3 представлены результаты расчета частоты колебаний балки.

Из полученных зависимостей видно, что с увеличение длины балки до ста метров частота поперечных колебаний не превышает 2 Гц. Наименьшая частота колебаний получается при подстановке первого корня уравнения (7). Остальные корни уравнения (7) дают значения частот далекие от реально возможных.

Рассмотренная выше модель поведения балки является идеализированной. На практике поведение консольной балки после выведения ее из положения равновесия путем облома части консоли представляется в виде затухающих колебаний, описываемых уравнением:

$$U(x,t) = U_0 e^{-\beta t} cos(\omega t), \qquad (9)$$

где U_0 – начальное смещения балки из положения равновесия, β – коэффициент затухания колебаний, ω – циклическая частота затухающих колебаний, определяемая соотношением:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \qquad (10)$$

где ω_0 – собственная частота колебаний балки.

Численный расчет периода затухающих колебаний и коэффициента затухания проводился «табличным методом определения корней» [6]. Результаты расчетов представлены на рис.4 и рис.5.

Полученные результаты показывают, что с увеличением длины консольной балки значение периода колебаний растет, а коэффициент затухания при этом уменьшается. Для балки длиной 75 м, мощностью 15 м и модулем упругости пород E=7*10^{10}Па значение периода колебаний составило 0.44с, а частота составила 2,27Гц, затухание колебаний (отклонение от равновесного положения не превышает 5%) происходит за 3.54с. На рис.5 построена аппроксимирующая экспоненциальная кривая. Практически все значения коэффициентов затухания укладываются на аппроксимирующую кривую с небольшим отклонением от нее. Полученные расчетные данные хорошо согласуются с результатами, представленными в работе [5], в которой решение уравнения затухающих колебаний было получено с использованием метода «функций Грина», а коэффициент затухания подбирался с учетом, что при обрушении кровли реализуется режим сильно затухающих колебаний и, полученное значение периода колебаний кровли находится в интервале 0.44÷0.52 с, а частота колебаний не превышает 2.5

Гц для балки с теми же параметрами, что и в нашем расчете.

Разработанная программа расчета частот колебаний балки дает возможность оценить дополнительные пригрузки на угольный пласт со стороны вышележащих пород при различных длинах зависающей консоли в момент ее облома, а так же выбрать рекомендации по подбору крепи с целью повышения ее несущей способности с учетом возникающих при этом перегрузок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Работнов Ю.Н.* Сопротивление материалов – М.: Физматгиз.,1962.
2. *Штумпф Г.Г., Рыжков Ю.А., Шаламанов В.А., Петров А.И.* Физико-технические свойства горных пород и углей кузнецкого бассейна. – М.: Недра, 1994.
3. *Вольмир А.С., Григорьев Ю.П., Станкевич А.И.* Сопротивление материалов М: Дрофа., 2007.
4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. В 10-ти т. Т. VII. Теория упругости: Учебное пособие. – М: Наука. 1987.
5. *Дырдин В.В.* Влияние сдвижений прочных пород кровли в выработанном пространстве на геомеханическое состояние угольного пласта // Дырдин В.В., Шиканов А.И., Кроль Г.В., Алексеев Д.В, Тациенко В.П.// – Известия вузов. Горный журнал. 1990 г. – С.23-25.
6. *Мудров А.Е.* Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль . – Томск МП: Раско, 1992.

□ Авторы статьи:

Фофанов
Андрей Алексеевич,
ассистент каф. физики КузГТУ.
E-mail: thunder55@mail.ru

Дырдин
Валерий Васильевич,
докт.техн.наук, профессор,
зав. каф. физики КузГТУ.
Тел. (384-2) 58-30-80

УДК 622:51.001.57

В. В. Дырдин, Т. Л. Ким, С. А. Шепелева

ВЛИЯНИЕ ТВЕРДЫХ РАСТВОРОВ ПРИРОДНОГО ГАЗА НА ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ВПЕРЕДИ ЗАБОЯ ПОДГОТОВИТЕЛЬНОЙ ВЫРАБОТКИ

Впереди забоя подготовительных выработок, проводимым по угольным пластам, склонным или опасным по внезапным выбросам угля и газа, коэффициент концентрации напряжений в зоне опорного давления, как следует из экспериментальных результатов, не достигает значений, превышающих 1 [1]. Это объясняется принципиально другим характером нагружения краевой части по сравнению с очистной выработкой, где коэффициент концентрации напряжений в статике в точке максимума опорного давления может составлять 1,2 – 1,6 и выше. А при динамических обрушениях его величина много больше 1 [1]. Вместе с тем в ряде случаев подготовительная выработка может попадать в зону повышенного горного давления (ЗПГД). Коэффициент концентрации напряжений в локальных точках также может быть много больше 1. Это может быть также связано с влиянием взрывных работ или под влиянием опорного давления соседних выемочных участков.

В угольных пластах в зависимости от термодинамических условий природный газ может находиться в различных состояниях: свободном, сорбированном и твердом по типу газовых гидратов. Твердые растворы могут существовать при определенных температурах и давлениях. Фазовый переход газа из твердой фазы в свободную возможен при условии, что фазовые параметры больше или меньше равновесных. Пусть в начальный момент времени газовое давление в угольном пласте 2,0 МПа (например, пласт «Владимировский» ш. «Северная»).

При резком возрастании напряжений в тонком слое угля ΔX впереди забоя подготовительной выработки под действием нормальных и тангенциальных напряжений, направленных в сторону выработки, образуются трещины в плоскости, ортогональной оси выработки, то есть параллельно поверхности забоя. Согласно представлениям проф. Мурашева В.И. это возможно, когда подготовительная выработка резко внедряется из зоны крепких углей в зону нарушенных углей.

Повышенные механические напряжения сопровождаются уменьшением объема порового пространства и, как следствие, повышением газового давления (рис. 1, участок *ab*). Вследствие интенсивного трещинообразования в плоскости, ортогональной оси выработки, происходит раскрытие трещин и снижение давления газа в данной зоне (рис. 1, участок *bc*).