

ГЕОМЕХАНИКА

УДК 622.241.54

Н. В. Черданцев, В.Т. Преслер, В.Ю. Изаксон

КЛАССИФИКАЦИЯ ВЫРЕЗОВ ПО СТЕПЕНИ ИХ ВЛИЯНИЯ НА ОКРУЖАЮЩИЙ МАССИВ

Разработка месторождений полезных ископаемых, в частности угля, горючих сланцев производится в массивах осадочных горных пород. При этом сооружается большое количество вырезов – горных выработок и их систем различных форм поперечных сечений. Такие массивы, как среды, имеющие упорядоченные поверхности ослабления, разрушаются в окрестностях вырезов, прежде всего, по этим поверхностям, образуя зоны нарушения сплошности, в которых условие прочности формулируется согласно теории прочности Мора-Кузнецова следующим образом [1]

$$\tau_n \leq \sigma_n n + K, \quad (1)$$

где n и K – соответственно коэффициенты внутреннего трения и сцепления поверхностей ослабления, а τ_n и σ_n – соответственно касательное и нормальное напряжения по поверхности ослабления, которые определяются с учётом всех компонентов тензора напряжений σ_{qm} , действующих в окрестности выреза

$$\sigma_v = \sigma_{qm} l_q l_m, \quad \tau_v = \sqrt{p_v^2 - \sigma_v^2},$$

$$p_v^2 = \sum_{q=2}^3 (\sigma_{qm} l_m)^2 + (\sigma_{11} l_1)^2,$$

где l_q, l_m – направляющие косинусы углов нормали к поверхности ослабления с координатными осями x_1, x_2, x_3 , p_v – полное напряжение по поверхности ослабления.

Задачи о рациональных формах поперечных сечений вырезов с точки зрения меньших значений концентраций напряжений в их окрестностях решались, например, в [2, 3]. Однако для полной оценки состояния породного массива необходимо ещё определить области разрушения или зоны нарушения сплошности. В зависимости от механических характеристик среды и форм поперечных сечений вырезов зоны нарушения сплошности могут значительно отличаться друг от друга.

Задача о напряжённом состоянии в окрестности выреза в геомеханике формулируется следующим образом: на бесконечности действуют вертикальные напряжения $\sigma_{33}^\infty = \gamma H$ и горизонтальные $\sigma_{22}^\infty = \sigma_{11}^\infty = \lambda \gamma H$, где λ – коэффициент

бокового давления, γ – объёмный вес породы, H – глубина заложения выреза. Требуется найти напряжённое состояние в любой точке массива вокруг выреза (рис. 1).

Породы в окрестности протяжённого выреза находятся в условиях плоского деформированного состояния и поэтому такая задача может быть решена либо аналитическими методами теории упругости, либо численными. Аналитические методы базируются на применении функций комплексного переменного и использования отображающей функции, вид которой для рассматриваемого выреза иногда оказывается достаточно сложным. Поэтому для некоторых типов вырезов необходимо решать задачу о получении отображающей функции, что лишает аналитический метод универсальности. Для решения поставленной задачи авторы использовали метод граничных интегральных уравнений, который успешно применялся при решении ряда задач [4, 5]. Этот метод даёт непрерывное поле напряжений, что важно для формулирования условий прочности по Мору – Кузнецкову в массиве с регулярными поверхностями ослабления.

Сущность данного метода в следующем. К контуру выреза прикладывается компенсирующая (фиктивная) нагрузка, напряжения от которой определяются путём интегрирования решения Кельвина о силе в бесконечном пространстве в преде-

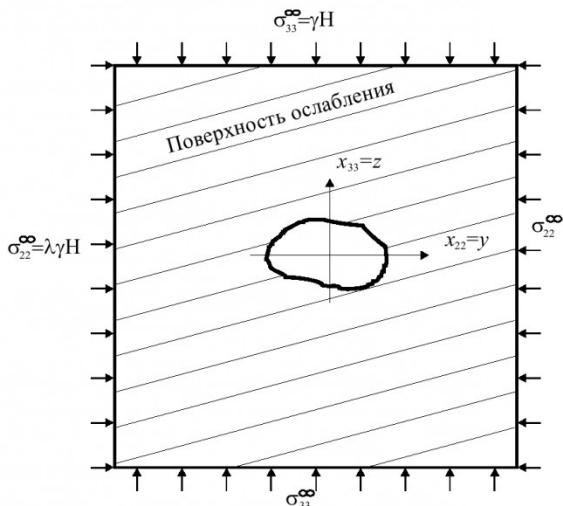


Рис. 1. Расчётная схема задачи

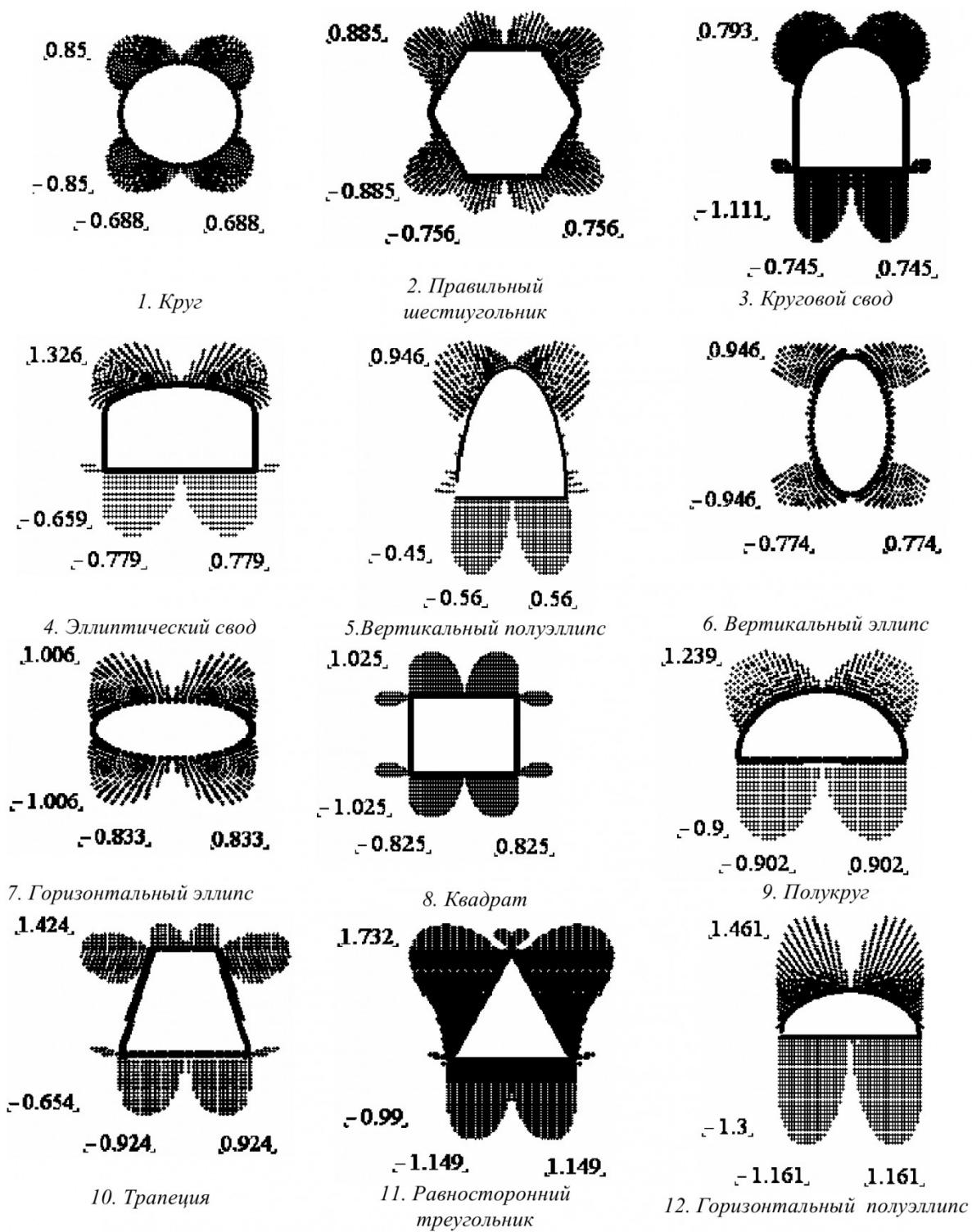


Рис. 2. Зоны нарушения сплошности в окрестностях рассматриваемых вырезов

лах контура выреза.

В результате условия на контуре приводятся к интегральному уравнению [4]

$$\frac{1}{2}a_q(Q_O) - \int_L \Gamma_{qm}(Q_O, M_O) a_m(M_O) dL_{M_O} \quad (2)$$

$$= n_q(Q_O) \sigma_{qm}^{\infty} - F_q(Q_O)$$

где $\Gamma_{qm}(Q_O, M_O)$ - тензор влияния [4]:

$$\Gamma_{qm} = \frac{1}{4\pi(1-\nu)r^2} \times \left\{ \begin{aligned} & (1-2\nu)(x_q n_m - x_m n_q) + \\ & + \left[(1-2\nu)\delta_{qm} + 2\frac{x_q x_m}{r^2} \right] \frac{x_t n_t}{r} \end{aligned} \right\}.$$

Здесь ν - коэффициент Пуассона, индексы q ,

$m, t = 2, 3$ - номера координатных осей ($x=x_1, y=x_2, z=x_3$), Q_0 и M_0 – соответственно точки на контуре исследуемого выреза, r - расстояние между точками Q_0 и M_0 , δ_{qm} - символ Кронекера ($\delta_{qm}=1$ при $q=m$, $\delta_{qm}=0$ при $q \neq m$), σ_{qq}^{∞} - тензор напряжений на бесконечности, L – длина контура выреза, n_q, n_m - направляющие косинусы нормалей к контуру выреза в точках $Q_0, M_0, F_q(Q_0)$ – вектор реакции крепи, если она установлена.

Уравнение (2) решается численно. Сначала контур выреза заменяется конечным числом N линейных элементов, а интеграл заменяется суммой [4, 5]. Затем производится интегрирование по каждому элементу, при этом считается, что в его пределах интенсивности a и F постоянны. В результате этой процедуры интегральное уравнение (2) приводится к следующим N векторным уравнениям:

$$\frac{1}{2} a_{q.i}^* - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \Gamma_{qm.ij} a_{m.j}^* \Delta L_i = n_{q.i} t_{qm.i}^{\infty} - F_{q.i}^*, \quad (3)$$

где i номер точки на контуре выреза, в которой формулируется граничное условие, j - номер текущей точки на контуре, а суммирование произ-

водится по всем точкам контура за исключением $j = i$. В уравнении (3) (также и дальнейшем) индексы тензоров и векторов отделены точками от индексов точек контура.

После решения уравнений (3) относительно $a_{q,j}$ тензор напряжений σ_{qm} в любой точке k расчётной области массива, построенной вокруг выреза в виде сетки, определяется на основе принципа суперпозиции:

$$\sigma_{qm.k}^* = \sigma_{qmt.ij} a_{t.j}^* + \sigma_{qq.k}^{\infty}.$$

Здесь σ_{qmt} - тензор напряжений от единичной нагрузки (тензор Кельвина), определяемый как [4, 5]

$$\sigma_{qmt}^* = \frac{1}{4\pi(1-\nu)r^2} \times \left[(1-2\nu)(\delta_{mt}x_q + \delta_{qt}x_m - \delta_{qm}x_t) + \frac{2x_q x_m x_t}{r^2} \right].$$

Разрушенные области или зоны нарушения сплошности вокруг выреза находятся как совокупность точек, в которых произошло разрушение по поверхностям ослабления пород по критерию прочности (1). Степень нарушенности массива в окрестности выреза определяется коэффициентом нарушенности: отношением площади зоны нарушения сплошности к площади поперечного сечения выреза.

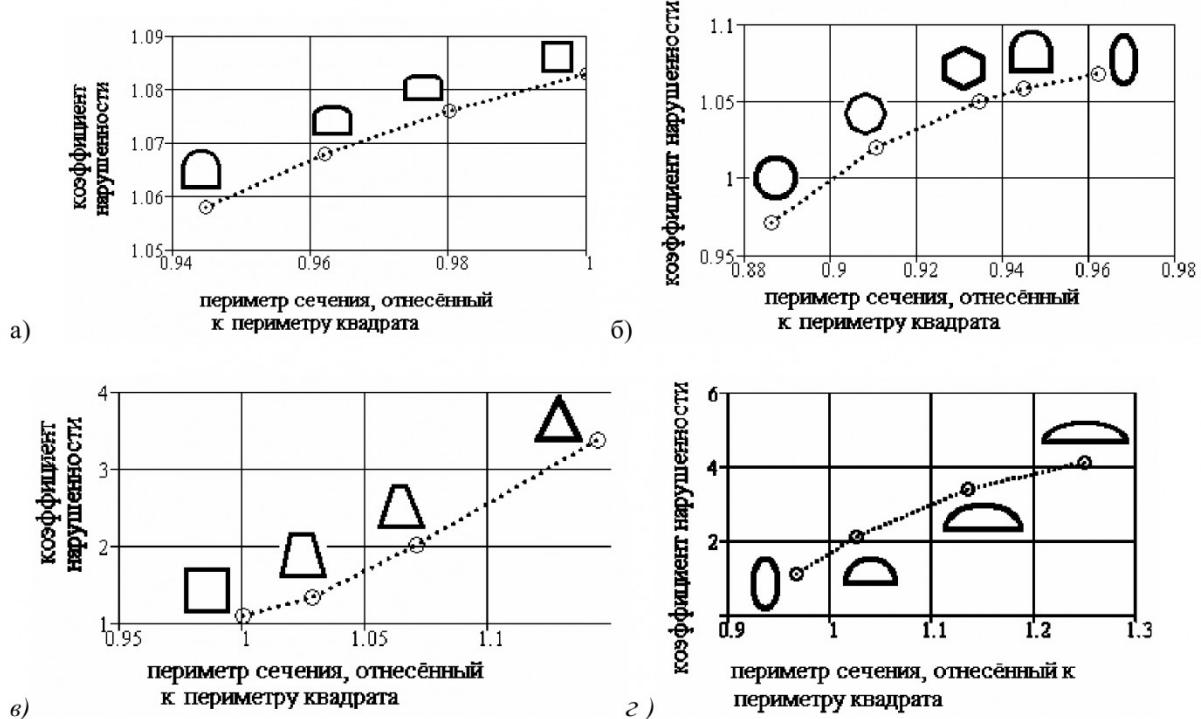


Рис. 4. Графики изменения коэффициентов нарушенности в зависимости от изменения периметров вырезов при некоторых вариантах (комбинациях) перехода одного выреза к другому

Проведён вычислительный эксперимент на ряде вырезов единичных поперечных сечений (площади поперечных сечений равны 1). Параметры среды следующие: поле напряжений гидростатическое ($\lambda=1$), поверхности ослабления горизонтальные, коэффициент сцепления принят $K=0$, угол внутреннего трения $\varphi=20^\circ$.

На рис.2 приведены зоны нарушения сплошности для вырезов с двенадцатью формами поперечных сечений в виде типичных геометрических фигур, расположенных в порядке возрастания их периметров (P):

$$1) \text{ круг} - r = 1 / \sqrt{\pi}, P = 2\pi r = 2\sqrt{\pi};$$

$$2) \text{ правильный шестиугольник со стороной } b = \frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{2}{2+\sqrt{7}}}, P=6b;$$

$$3) \text{ круговой свод} - \text{радиус полукруга свода} r = b = \sqrt{\frac{2}{4+\pi}}, P = \pi r + 4b = (\pi + 4)r, b - \text{высота его прямолинейной части};$$

4) горизонтальный эллиптический свод ($a/b=2, h=a$) $b = 1 / \sqrt{2+\pi/2}, P=4b+P^e/2$, где a и b горизонтальная и вертикальная полуоси эллиптической части свода, h – высота вертикальной прямолинейной части, P^e – периметр эллипса, вычисляемый через эллиптический интеграл;

5) вертикальный полуэллипс ($b/a=2$), $b = 2 / \sqrt{\pi}, P = P^e / 2 + b$, где a и b – горизонтальная и вертикальная полуоси эллипса;

6) вертикальный эллипс ($b/a=2$) – $b = \sqrt{2/\pi}$;

7) горизонтальный эллипс ($a/b=2$) – $b = 1 / \sqrt{2\pi}$;

8) квадрат – $b=1, P=4$;

9) полукруг радиуса $r = \sqrt{2/\pi}, P=(\pi+2)r$;

10) равнобедренная трапеция ($a/b=2, h=a$), $a = 2 / \sqrt{3}, P = \frac{3+\sqrt{17}}{2} \cdot a$, где a, b, h – нижнее и верхнее основания трапеции и её высота;

11) равносторонний треугольник – $b = 2 / \sqrt[4]{3}, P=3b$;

12) горизонтальный полуэллипс ($a/b = 2$), $a = 2 / \sqrt{\pi}, P = P^e / 2 + 2a$.

На рис.3 приведены графики изменения коэффициента нарушенности в зависимости от периметра выреза, приведённого к периметру квадрата. Хорошо видно, что фигуры по степени нарушенности располагаются на четырёх уровнях. Первый уровень (I) со слабой степенью нарушенности массива в окрестности вырезов формируют фигуры в форме круга, шестиугольника, прямо-

угольно – сводчатого сечения (с круговым и эллиптическими сводами), вертикального эллипса, квадрата (коэффициент нарушенности около единицы). Второй уровень (II) со средней степенью нарушенности массива образует трапеция и вертикальный полуэллипс – коэффициент нарушенности 1,33. На третий уровень (III) с сильной нарушенностью массива располагаются горизонтальный эллипс с и полукруг – коэффициенты на-

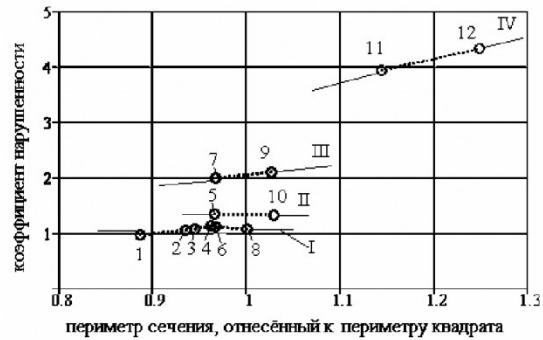


Рис. 3. Классификация вырезов по коэффициентам нарушенности

рушенности около двух единиц. Четвёртый уровень (IV) с аномально высокой нарушенностью представляют равносторонний треугольник и горизонтальный полуэллипс коэффициенты нарушенности около 4 единиц. В то время как периметры фигур уровня I отличаются от периметров фигур уровня IV в среднем в 1,28 раза коэффициент нарушенности отличается уже в 4 раза. Периметры фигур уровней II и III в среднем совпадают, но коэффициент нарушенности вырезов уровня III превосходит коэффициент нарушенности вырезов уровня II в среднем в 1,5 раза. Следует отметить кратность возрастания коэффициента нарушенности от уровня I к уровням III и IV – 2 и 4 раза.

На рис. 4 построены графики зависимостей коэффициентов нарушенности от значений периметров вырезов, отличающиеся плавностью коэффициентов при переходе от одного выреза к другому.

Анализ этих результатов позволяет сделать следующие выводы.

1. Понятия “зона нарушения сплошности” и “коэффициент нарушенности” достаточно полно характеризуют степень разрушения массива с поверхностями ослабления.

2. Довольно широкое многообразие вырезов с различными формами поперечных сечений может быть классифицировано на четыре уровня (категории) по степени нарушенности массива в их окрестностях: от слабо нарушенного массива до аномально высокой степени нарушенности.

3. Наименьшее значение коэффициента нарушенности, равное 0,971, относится к вырезу с круглым поперечным сечением, а наибольший коэффициент нарушенности, равный 4,095, вокруг выреза в форме полуэллипса с горизонтально рас-

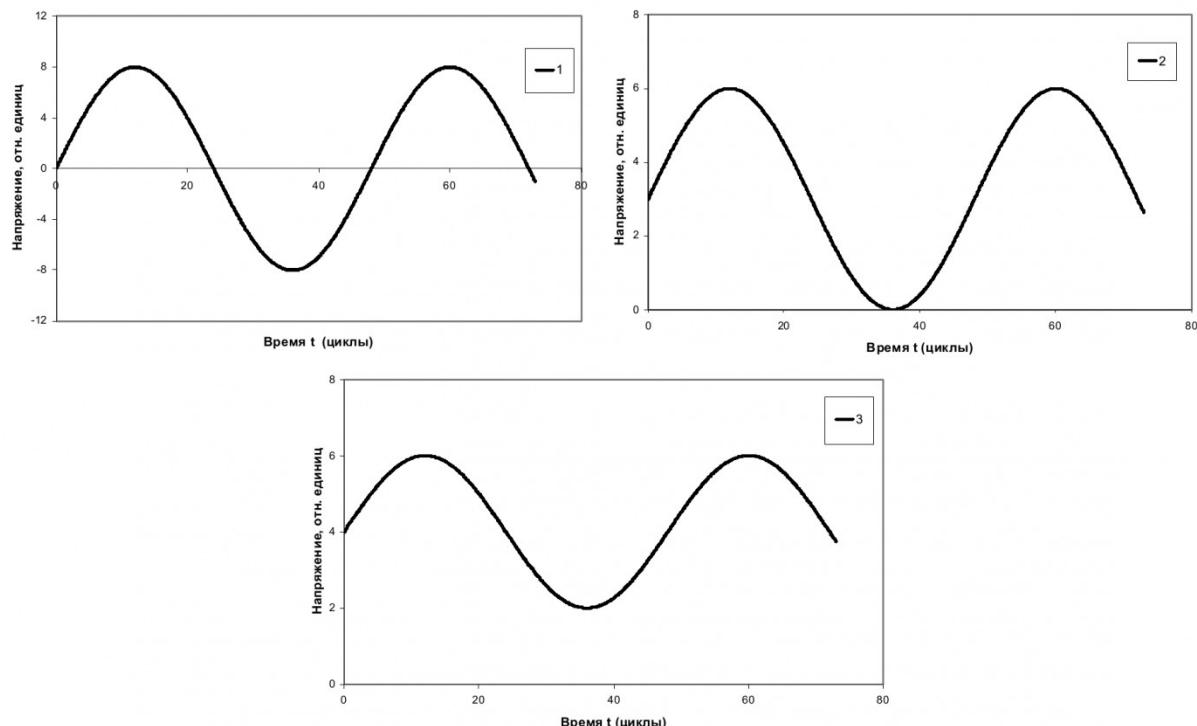


Рис.1. Типы внешней нагрузки

Г.А. Казунина

МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИКИ НАКОПЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ВНЕШНЕЙ НАГРУЗКИ

В работах [1 – 2] предложен метод исследования кинетики накопления элементарных повреждений в нагруженных материалах при помощи вероятностного клеточного автомата, реализованного на основе описанных в [3] объектных моделей алгоритмов роста кластеров Хаммерсли – Лиса – Александровица и многократной маркировки кластеров Хошена – Копельмана. Построенное программное решение позволяет моделировать кинетику накопления элементарных повреждений для различных режимов нагружения материала. Так в работах [1,2,4, 5] был подробно рассмотрен режим однородного нагружения материала, описывающий эволюцию кластерной структуры при переходе к разрушению.

В настоящей работе исследуется кинетика накопления

повреждений в режиме периодического нагружения материала. Изменение механических напряжений в ходе моделирования достигается включением временной зависимости средних напряжений $\sigma(\bar{x}, t)$ в формулу для вероятности образования нового элементарного повреждения

$$P_{occ}(\bar{x}, t) = p_{occ}(T) \exp(\gamma \sigma(\bar{x}, t) / kT),$$

где сомножитель

$$p_{occ}(T) = p_0 e^{-U/kT}$$

определяется энергетическим барьером.

Рассматриваются следующие конкретные виды изменения внешнего напряжения от минимального σ_{min} до максимального σ_{max} значения (рис.1):

✓ симметричный знакопеременный режим нагружения,

характеризуемый чередованием растягивающей и сжимающей нагрузки: $\sigma(t) = \sigma_0 \sin \frac{\pi t}{m}$. В этом режиме рост числа элементарных повреждений происходит только при растягивающем напряжении (рис.1.1);

✓ пульсационный знакопостоянный режим нагружения, определяемый нулевым сжимающим напряжением

$$\sigma(t) = \sigma_0 (1 + \sin \frac{\pi t}{m})$$

(рис.1.2);

✓ асимметричный знакопостоянный режим нагружения, который характеризуется ненулевым минимальным значением растягивающего напряжения

$$\sigma(t) = \sigma_0 (\sigma_1 + \sin \frac{\pi t}{m})$$

(рис.1.3).

Такая задача представляет интерес, например, при исследовании роста усталостных трещин в нагруженных мате-