

Рис.1. Типы внешней нагрузки

Г.А. Казунина

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИКИ НАКОПЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ВНЕШНЕЙ НАГРУЗКИ

В работах [1 – 2] предложен метод исследования кинетики накопления элементарных повреждений в нагруженных материалах при помощи вероятностного клеточного автомата, реализованного на основе описанных в [3] объектных моделей алгоритмов роста кластеров Хаммерсли – Лиса – Александровица и многократной маркировки кластеров Хошена – Копельмана. Построенное программное решение позволяет моделировать кинетику накопления элементарных повреждений для различных режимов нагружения материала. Так в работах [1,2,4, 5] был подробно рассмотрен режим однородного нагружения материала, описывающий эволюцию кластерной структуры при переходе к разрушению.

В настоящей работе исследуется кинетика накопления

повреждений в режиме периодического нагружения материала. Изменение механических напряжений в ходе моделирования достигается включением временной зависимости средних напряжений  $\sigma(\bar{x}, t)$  в формулу для вероятности образования нового элементарного повреждения

$$P_{occ}(\bar{x}, t) = p_{occ}(T) \exp(\gamma \sigma(\bar{x}, t) / kT),$$

где сомножитель

$$p_{occ}(T) = p_0 e^{-U/kT}$$

определяется энергетическим барьером.

Рассматриваются следующие конкретные виды изменения внешнего напряжения от минимального  $\sigma_{min}$  до максимального  $\sigma_{max}$  значения (рис.1):

✓ симметричный знакопеременный режим нагружения,

характеризуемый чередованием растягивающей и сжимающей нагрузки:  $\sigma(t) = \sigma_0 \sin \frac{\pi t}{m}$ . В этом режиме рост числа элементарных повреждений происходит только при растягивающем напряжении (рис.1.1);

✓ пульсационный знакопостоянный режим нагружения, определяемый нулевым сжимающим напряжением

$$\sigma(t) = \sigma_0 (1 + \sin \frac{\pi t}{m})$$

(рис.1.2);

✓ асимметричный знакопостоянный режим нагружения, который характеризуется ненулевым минимальным значением растягивающего напряжения

$$\sigma(t) = \sigma_0 (\sigma_1 + \sin \frac{\pi t}{m})$$

(рис.1.3).

Такая задача представляет интерес, например, при исследовании роста усталостных трещин в нагруженных мате-

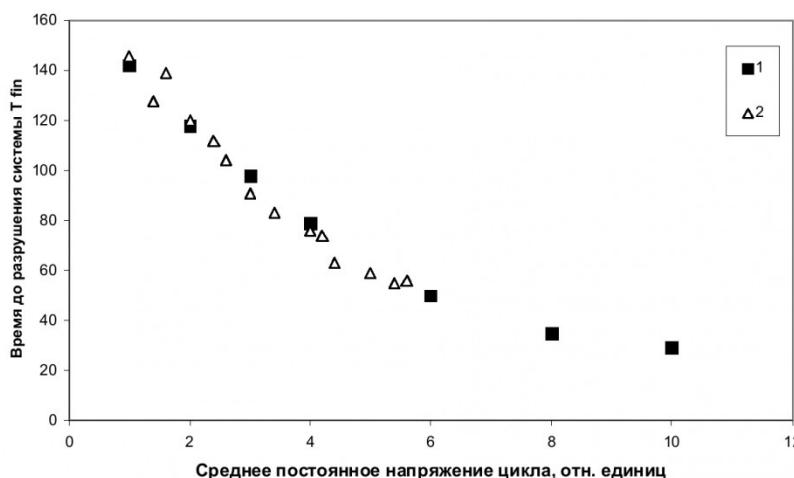


Рис.3. Зависимость времени до разрушения системы от среднего постоянного напряжения цикла для знакопостоянных режимов нагружения пульсационного (1) и асимметричного (2)

риалах [6].

Моделирование эволюции кластерной структуры элементарных повреждений вероятностным клеточным автоматом проводилось на решетке размером  $256 \times 256$ , а полученные выходные данные усреднялись по 10 реализациям моделируемого случайного процесса. Отдельная реализация случайного процесса эволюции ансамбля элементарных повреждений генерировалась при помощи дискретных временных шагов (циклов), в ходе которых по выбранному набору вероятностных правил происходили переходы клеток решетки в поврежденное состояние. Конеч-

ной стадией эволюции кластерной структуры элементарных повреждений была конфигурация, в которой образуется кластер, соединяющий противоположные стороны решетки. Образование такого соединяющего кластера и интерпретировалось как разрушение блока, а число циклов, необходимое для образования соединяющего кластера, отождествлялось со временем разрушения  $T_{fin}$ . Выходные данные моделирования представлялись в виде временных рядов «число элементарных повреждений» и «число кластеров элементарных повреждений», которые использовались для вычисления различных ха-

рактеристик этих случайных процессов, в том числе корреляционных функций.

При моделировании были использованы следующие значения вероятностей, определяющих процесс образования элементарных повреждений: вероятность образования нового элементарного повреждения  $p_{occ}=0.0005$ , вероятность прорастания периметров кластеров повреждений  $p_{spr}=0.2$ , вероятность слияния кластеров, сблизившихся на критическое расстояние  $p_{mer}=0.2$ , параметр роста вероятности прорастания по периметру кластера повреждений в зависимости от его размера  $\gamma\sigma_{av}/kT=0.1$ .

Установлено, что время до разрушения системы  $T_{fin}$  для симметричного знакопеременного режима нагружения (среднее постоянное напряжение равно нулю) убывает с ростом амплитуды колебаний по линейному закону (рис.2). Для пульсационного и асимметричного знакопостоянных режимов нагружения время до разрушения системы определяется, главным образом, средним постоянным напряжением цикла нагружения

$$\sigma_m = (\sigma_{max} + \sigma_{min})/2,$$

убывая с его ростом (рис.3).

Зависимость времени до разрушения системы  $T_{fin}$  от частоты периодической нагрузки выражена менее явна. Но для всех видов нагружения с уменьшением частоты колебаний нагрузки в 4 раза время до разрушения системы уменьшается примерно на 15 – 20 % (рис.4). В то же время частота колебаний внешней нагрузки существенно влияет на формирование кинетических кривых числа вновь возникающих элементарных повреждений и числа кластеров элементарных повреждений. При этом число вновь возникающих элементарных повреждений непосредственно следует за колебаниями

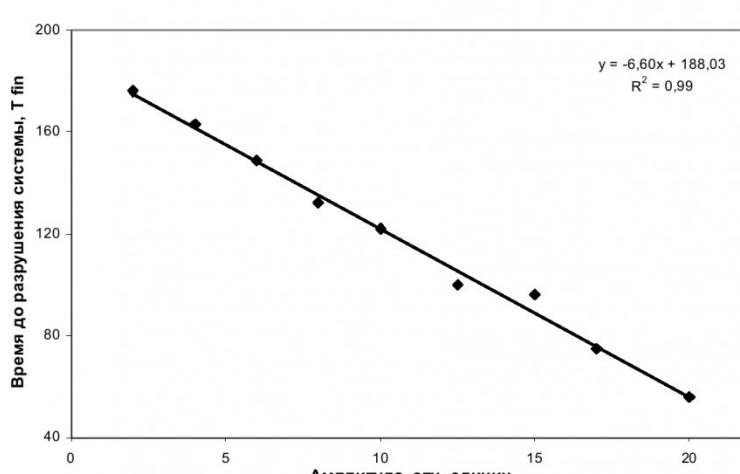
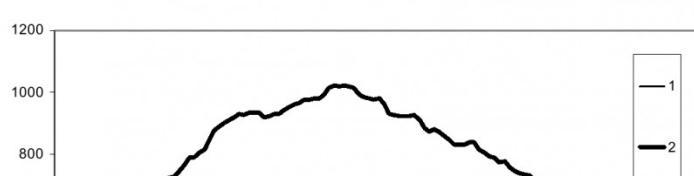


Рис.2. Зависимость времени до разрушения системы от амплитуды для симметричного знакопеременного режима нагружения



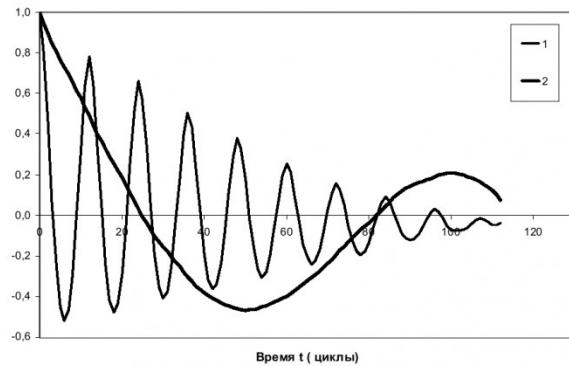


Рис.5. Корреляционные функции временных рядов «число элементарных повреждений» (1) и «число кластеров элементарных повреждений»(2) с частотой  $\omega$  (внизу) и частотой  $2\omega$  (вверху) для симметричного знакопеременного режима нагружения.

внешней нагрузки. Это в случае колебаний нагрузки с более высокой частотой приводит лишь к незначительным возмущениям кинетической кривой накопления числа кластеров элементарных повреждений, наблюдаемой ранее для различных сценариев моделирования [1,2], когда начальное накопление кластеров по квадратичному закону до  $T_{fin}$   $T/T_{fin} \leq 0.45$  переходит в линейное убывание числа кластеров, начиная с  $T/T_{fin} \geq 0.55$  (рис.4, сверху).

Однако, по мере понижения частоты внешней нагрузки возмущения кинетической кривой накопления кластеров элементарных повреждений становятся более выраженными. На кинетической кривой появляются участки – плато, где число кластеров остается постоянным или изменяется очень слабо. При этом участки четко соответствуют тем временным интервалам, для которых число вновь возникающих элементар-

ных повреждений минимально (рис.4 , внизу).

Получаемые в ходе моделирования временные автокорреляционные функции, характеризующие связь между значениями случайной величины во временном ряду, разделенными  $\tau$  циклами, вычислялись как [5]

$$K(\tau) = \frac{\sum_{i=0}^N (x(i+\tau) - \bar{x})(x(i) - \bar{x})}{\sum_{i=0}^N (x(i) - \bar{x})^2},$$

где  $x(i)$  – значение рассматриваемой случайной величины в  $i$ -м цикле.

Установлено, что вид корреляционных функций временного ряда «число кластеров элементарных повреждений» аналогичен тому, что наблюдался ранее для однородного статического, внутреннего динамического сценариев моделирования [2]: начальный участок

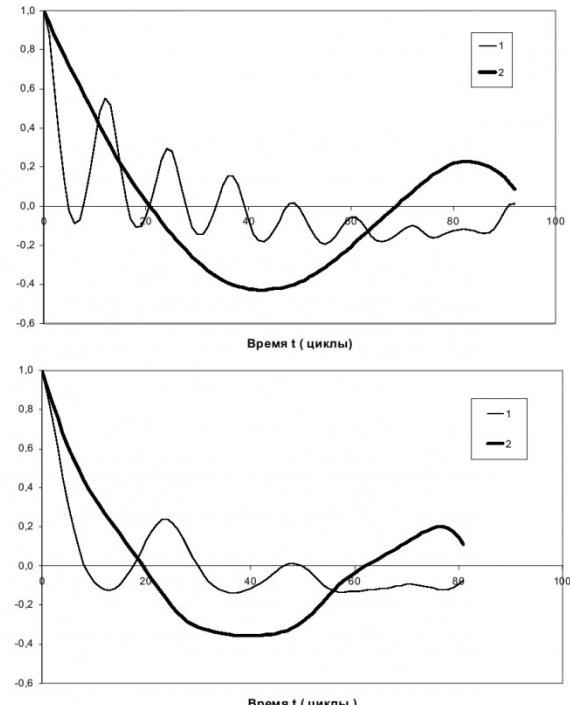


Рис.6. Корреляционные функции временных рядов «число элементарных повреждений» (1) и «число кластеров элементарных повреждений»(2) с частотой  $\omega$  (внизу) и частотой  $2\omega$  (вверху) для пульсационного знакопостоянного режима нагружения

положительной корреляции сменяется участком отрицательной корреляции, который на временах  $T/T_{fin} \approx 0.7$  вновь сменяется участком положительной корреляции. Это полностью соответствует кинетической кривой числа кластеров: накопление – переходная зона – спад.

В отличие от корреляционной функции числа кластеров поведение корреляционной функции для временного ряда «число вновь образовавшихся элементарных повреждений» существенно зависит от вида внешней периодической нагрузки и частоты внешней нагрузки. На рис. 5 – 7 показано сравнение корреляционных функций временных рядов «число вновь образовавшихся элементарных повреждений» и «число кластеров элементарных повреждений» для разных видов и частот внешней нагрузки.

Как видно из приведенных рисунков, для симметричного

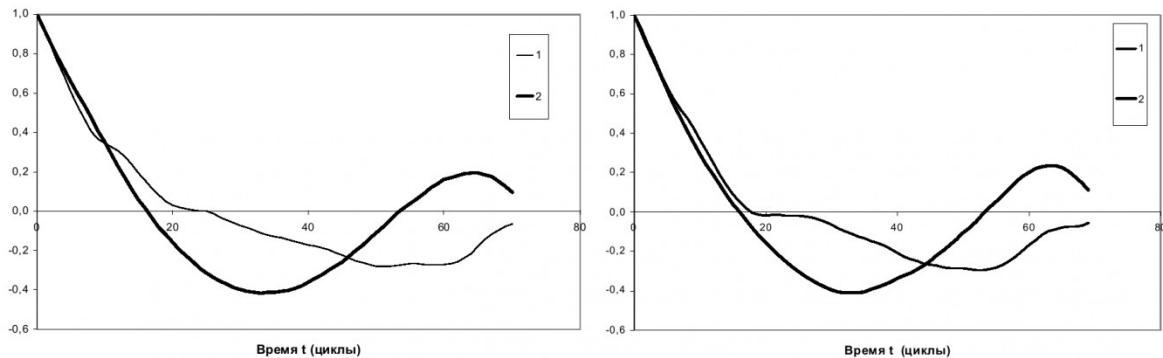


Рис. 7. Корреляционные функции временных рядов «число элементарных повреждений» (1) и «число кластеров элементарных повреждений» (2) с частотой  $\omega$  (слева) и частотой  $2\omega$  (справа) для асимметричного знакопостоянного режима нагружения

знакопеременного и пульсационного знакопостоянного режимов нагружения корреляционные функции временного ряда «число вновь возникающих элементарных повреждений» имеют явный периодический характер (рис.5, 6). При этом для симметричного знакопеременного режима корреляционная функция также является симметричной (рис.5), характерной для узкополосного случайного шума [8]. В случае пульсационного знакопостоянного режима, наряду с периодичностью, прослеживается некоторая асимметрия, появляется протяженный участок отрицательной корреляции (рис.6). В то же время для асимметричного знакопостоянного режима нагружения периодичность менее выражена, проявляется лишь в некоторой деформации корреляционной функции временного ряда «число элементарных повреждений» (рис.7).

Приведенное выше сравнительное описание корреляци-

онных функций случайных процессов «число кластеров элементарных повреждений» и «число элементарных повреждений» важно потому, что в экспериментах по исследованию кинетики накопления повреждений по импульсной эмиссии измеряются именно характеристики случайного процесса образования новых элементарных повреждений. Так, в экспериментах по импульсной электромагнитной эмиссии нагруженных материалов поток импульсов эмиссии характеризует число вновь возникающих микро-трещин и изменение размеров трещин, появившихся за предшествующее время. Поэтому корреляционная функция временного ряда «число элементарных повреждений» может быть получена из экспериментальных данных и сопоставлена с корреляционной функцией, полученной моделированием. Такое сопоставление дает информацию о характере случайных внешних воздействий, которым подвергает-

ся исследуемый материал, например, выявить периодические составляющие, ведущие к уменьшению времени до разрушения системы.

Заметим, что полученные в ходе моделирования корреляционные функции временного ряда «число элементарных повреждений» можно сравнить с поведением корреляционной функции для экспериментально наблюдаемого случайного процесса «поток импульсов эмиссии». Пример такого сравнения приведен в [9] для режима нагружения при постоянной скорости деформации, где получено хорошее согласие экспериментальных результатов с данными моделирования на качественном уровне. К сожалению, аналогичные экспериментальные данные для потока импульсов эмиссии в режиме циклического нагружения отсутствуют.

Автор благодарит профессора Д. В. Алексеева за обсуждение работы и ценные замечания.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев Д.В., Казунина Г.А. Моделирование кинетики накопления повреждений вероятностным клеточным автоматом // ФТТ. – 2006. – т. 48. – № 2. – С.255 – 261.
2. Алексеев Д.В., Казунина Г.А. Кинетика кластеров элементарных повреждений в нагруженных материалах: моделирование вероятностным клеточным автоматом // ФТПРПИ. – 2006. – № 1. – С.49 – 60.
3. Алексеев Д. В. Компьютерное моделирование физических задач в Microsoft Visual Basic. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2004. -514 с.
4. Казунина Г. А., Баринова Л.В. Статистические распределения кластеров элементарных повреждений в нагруженных материалах // Вестн. Куз ГТУ, 2005, № 1. – С.23 – 28.
5. Казунина Г.А., Баринова Л.В. Статистические распределения кластеров элементарных повреждений в нагруженных материалах: моделирование вероятностным клеточным автоматом // ФТПРПИ. – 2005. № 2.-С.46 - 52.

6. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. -М.: Наука, 1974.- 640с.
7. Берк К., Кэйри П. Анализ данных с помощью Microsoft Excel. – М.: Вильямс, 2005.– 300с.
8. Бендал Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. – М.: Мир, 1989.– 540с.
9. Казунина Г.А., Мальшин А.А. Статистические характеристики импульсной электромагнитной эмиссии нагруженных материалов (горных пород) // Вестн. КузГТУ, 2006, №4. –С. 19-25 .

Автор статьи:

Казунина  
Галина Алексеевна  
– канд. физ.-мат. наук, доц.  
каф.высшей математики