

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 622.45

Д.Ю. Палеев

СЕТЕВАЯ ЗАДАЧА ПРОВЕТРИВАНИЯ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК И ВЫРАБОТАННОГО ПРОСТРАНСТВА ШАХТЫ

Введение. Выработанные пространства выемочных участков формируются из обрушенных пород основной и непосредственной кровли и их можно представить в виде полости, нижняя часть которой заполнена мелким уплотненным материалом, а верхняя - отдельными крупными кусками с большими пустотами между ними. Вдоль оконтуривающих выработанное пространство целиков существуют крупные связные пустоты (остатки подготовительных выработок и пространства под опирающимися на целики плитами кровли). В верхней части выработанного пространства могут существовать системы связных крупных пустот - "купола". Поэтому выработанное пространство, с точки зрения фильтрации, можно рассматривать как пористую среду высокой проницаемости, имеющую чётко выраженную анизотропию.

Вне зависимости от технологии горных работ и схемы проветривания выемочного участка, выработанные пространства находятся под воздействием различных перепадов давлений и в них возникают области интенсивных аэродинамических течений, которые меняются в процессе ведения горных работ. В результате корректный расчёт воздухораспределения невозможен без вовлечения выработанного пространства в общую схему расчёта. Для этого имеет смысл преобразовать уравнения, описывающие пространственную фильтрацию в выработанном пространстве, к виду удобному для их решения с

применением алгоритма, по которому рассчитывается вентиляционная сеть.

Математическая модель фильтрации в выработанном пространстве. Фильтрационное движение газа в выработанных пространствах угольных шахт относится к пространственному типу течений и при строгом подходе должно описываться системой трёхмерных уравнений газовой динамики с соответствующими граничными условиями, учитывающими довольно сложную структуру и конфигурацию зоны обрушения. Корректный вид уравнений фильтрации, записанных в декартовой системе координат, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = - \left[\frac{\mu}{k} + \frac{\rho}{l} |\mathbf{U}| \right] \cdot u_x, \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = - \left[\frac{\mu}{k} + \frac{\rho}{l} |\mathbf{U}| \right] \cdot u_y, \quad (2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = - \left[\frac{\mu}{k} + \frac{\rho}{l} |\mathbf{U}| \right] \cdot u_z, \quad (3)$$

где P – давление газа, Па; ρ – плотность газа, кг/м³; u_x , u_y , u_z – проекции вектора фильтрационной скорости \mathbf{U} на оси

декартовой системы координат, м/с; μ – коэффициент динамической вязкости газа, Па·с; k – коэффициент проницаемости пород, м²; l – коэффициент макроршероховатости, м.

Уравнения (1)-(3) записаны с использованием двучленного закона сопротивления, который при малых скоростях фильтрации вырождается в закон Дарси.

Построение разностной сетки. Разобьём всю расчётную область выработанного пространства на определённое количество непересекающихся объёмов следующим образом. Боковые грани области в направлении оси x являются плоскостями. Расположим между ними вдоль оси OX (N_i-1) точку и проведём через них плоскости $X(y,z)=C_i$, $i=1, \dots, N_i-1$, $C_i=const$. Аналогично между плоскостями очистного забоя и разрезной печи расположим вдоль оси OY (N_j-1) точку и проведём через них плоскости $Y(x, z)=C_j$, $j=1, \dots, N_j-1$, $C_j=const$, а между плоскостью почвы пласта и произвольной поверхностью свода обрушения расположим вдоль оси OZ (N_k-1) точку и проведём через них плоскости

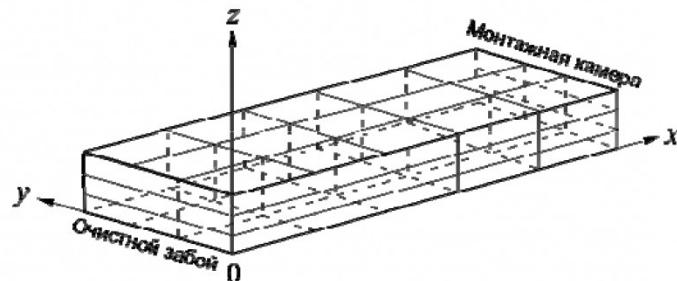


Рис. 1. Трёхмерная разностная сетка в расчётной области выработанного пространства в привязке к базовой декартовой системе координат

$Z(x, y) = C_k, k=1, \dots, N_k-1, C_k = const$. Точки могут располагаться на осях x, y, z со сгущениями к стенкам или к любым другим объектам, расположенным в выработанном пространстве, вблизи которых необходимо рассчитать более детальную картину течения. В результате формируется трёхмерная сетка, состоящая из $N_i \times N_j \times N_k$ элементарных объёмов (рис. 1).

Соединив центры элементарных объёмов, получим вторую,ложенную внутрь первой, трёхмерную разностную сетку. Отрезки прямых, соединяющие центры элементарных объёмов, будем интерпретировать как ветви, а точки их пересечения – как узлы вложенной разностной сетки.

Пронумеруем все ветви и узлы вложенной разностной сетки. Поставив в соответствие каждой ветви с номером k упорядоченную пару узлов: начальный узел ветви i и конечный узел j , мы зададим ориентацию каждой ветви. Список элементарных кодов i, j, k всех ветвей будет полностью определять топологию сети. Придадим дополнительно каждой ветви признак x_i , где $i = 1, 2, 3$ – номер оси декартовой системы координат, которой параллельна данная ветвь. В результате вложенную разностную сетку, построенную в расчётной области выработанного пространства, можно рассматривать как ориентированный связный граф, ветви которого в отличие от ветвей графа вентиляционной сети шахты несут дополнительную информацию об их ориентации относительно координатных осей. Объединив полученный граф с графиком вентиляционной сети, мы получим обобщённый моделирующий график, геометрически полностью отображающий топологическую структуру вентиляционной сети шахты и сети, построенной в расчётной области выработанного пространства.

Однако расчётную область

выработанного пространства не всегда можно представить в виде прямоугольного параллелепипеда, изображённого на рис. 1, с построением в ней *регулярной разностной сетки*. Чаще всего расчётная область имеет нерегулярную (выпукловогнутую) поверхность верхней грани, что создаёт трудности при реализации на ней граничных условий в декартовой системе координат. В этом случае можно построить *согласованную сетку*, которая образована узлами обычной прямоугольной неравномерной сетки с узлами, лежащими на поверхности верхней грани. Пример согласованной разностной сетки для одной из плоскостей $Y(x, z) = C_j$ приведён на рис. 2.а.

Если построить согласованную разностную сетку не удаёт-

ется, что движение газовоздушной смеси в расчётной области выработанного пространства должно идти только по ветвям вложенной разностной сетки и описываться одномерными уравнениями. Однако это противоречит истинной картине пространственного фильтрационного течения, описываемого уравнениями (1)-(3). Вектор скорости U в любой точке такого течения может быть ориентирован в пространстве самым произвольным образом, и не совпадать с направлением ветвей разностной сетки. Для снятия этого противоречия необходимо сохранить принятую модель фильтрационного течения и разработать алгоритм расчёта уравнений (1)-(3), адаптированный к алгоритму расчёта вентиляционной сети традиционными

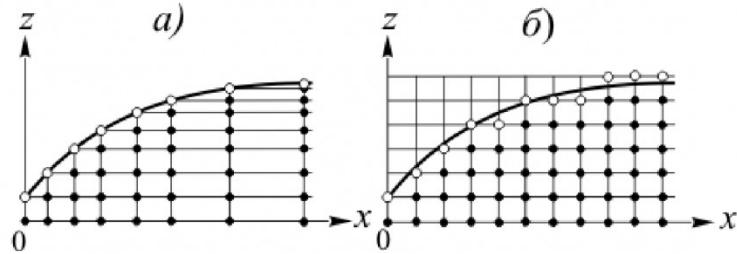


Рис. 2. Примеры построения нерегулярных разностных сеток: а – согласованная сетка; б – сетка, аппроксимирующая границу

ся, то проблему нерегулярности расчётной области можно решить на основе другого подхода. Для этого можно использовать в расчётной области выработанного пространства обычную прямоугольную сетку, а граничные узлы перенести в ближайшие к верхней грани узлы разностной сетки (рис. 2.б). Фактически здесь происходит переход от решения задачи фильтрации в одной расчётной области, к её решению в другой области, граница которой согласована с разностной сеткой (аппроксимация границы).

Методология вентиляционных расчётов требует, чтобы ветви вложенной разностной сетки (графа) являлись аналогами горных выработок и в них определялись расходы Q и депрессии h (перепады давлений ΔP между узлами). Это означа-

ет, что методами с использованием теории графов.

Преобразование уравнений фильтрации. Преобразуем уравнения фильтрации (1)-(3), предварительно введя понятие фильтрационной скорости в обрушенной среде выработанного пространства.

Положим, что все ветви разностных сеток пересекаются между собой под прямыми углами и ориентированы относительно декартовой системы координат так, как показано на рис. 1. Будем полагать, что разностные сетки построены так, что их элементарные объёмы заполнены кусками обрушенной среды со средним размером частиц

$$d \ll \min\{\Delta'_x, \Delta'_y, \Delta'_z\}, \quad (4)$$

$$d \ll \min\{\Delta''_x, \Delta''_y, \Delta''_z\}, \quad (5)$$

где $\Delta'_x, \Delta'_y, \Delta'_z$ - шаги первой разностной сетки вдоль соответствующей оси координат, м; $\Delta''_x, \Delta''_y, \Delta''_z$ - шаги второй (вложенной) разностной сетки вдоль соответствующей оси координат, м. Выделим в фильтрационном потоке струйку тока, которая имеет размеры, значительно превышающие размеры частиц среды. Предположим, что струйка тока проходит через произвольно выбранный элементарный объём вложенной разностной сетки. Причём, в пределах элементарного объёма поперечное сечение струйки тока и её направление остаются постоянными. Тогда начало вектора средней фильтрационной скорости потока U вдоль такой струйки тока можно поместить в узел элементарного объёма вместе с началом декартовой системы координат (рис. 3). Положим, что вектор фильтрационной скорости в пределах элементарного объёма не изменяется как по величине, так и по направлению. Вектор U можно разложить вдоль осей координат на три составляющих вектора, каждый из которых рассматривается как некоторый фиктивный вектор средней фильтрационной скорости потока. Величины этих скоростей будут удовлетворять соотношению

$$|U| = \sqrt{u_x''^2 + u_y''^2 + u_z''^2}. \quad (6)$$

где u_x'', u_y'', u_z'' - проекции вектора скорости на ветви вложенной разностной сетки, м/с.

Тогда реальная струйка тока распадается на три фиктивные, каждая из которых направлена вдоль соответствующей ветви вложенной разностной сетки.

Примем, что каждая из этих струек тока ограничена поверхностями элементарного объёма первой разностной сетки, через который проходит рассматриваемая ветвь вложенной разностной сетки.

В результате объёмный фильтрационный расход возду-

ха вдоль выбранной ветви равен произведению средней скорости потока вдоль этой ветви на площадь поперечного сечения элементарного объёма

$$\begin{aligned} Q_x'' &= u_x'' \cdot S_x', \\ Q_y'' &= u_y'' \cdot S_y', \\ Q_z'' &= u_z'' \cdot S_z', \end{aligned} \quad (7)$$

где S_x', S_y', S_z' - площади поперечных сечений элементарных объёмов первой разностной сетки, перпендикулярных соответствующей ветви вложенной разностной сетки, м².

Преобразуем уравнения фильтрации (1)-(3) к конечно-разностному виду, заменив проекции вектора скорости на объёмные расходы, используя (7):

$$h_x'' = -[r_x'' + R_x|U|] \cdot Q_x'', \quad (8)$$

$$h_y'' = -[r_y'' + R_y|U|] \cdot Q_y'', \quad (9)$$

$$h_z'' = -[r_z'' + R_z|U|] \cdot Q_z'', \quad (10)$$

где h_x'', h_y'', h_z'' - изменения давления на шаге вложенной разностной сетки (депрессия), Па.

Величины r и R выражаются через характеристики выработанного пространства и физические свойства газовоздушной смеси:

$$\begin{aligned} r_x'' &= \frac{\mu}{k_x''} \cdot \frac{\Delta_x''}{S_x'}, \\ r_y'' &= \frac{\mu}{k_y''} \cdot \frac{\Delta_y''}{S_y'}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$r_z'' = \frac{\mu}{k_z''} \cdot \frac{\Delta_z''}{S_z'},$$

$$R_x'' = \frac{\rho}{l} \cdot \frac{\Delta_x''}{S_x'},$$

$$R_y'' = \frac{\rho}{l} \cdot \frac{\Delta_y''}{S_y'}, \quad (12)$$

$$R_z'' = \frac{\rho}{l} \cdot \frac{\Delta_z''}{S_z'},$$

где k_x'', k_y'', k_z'' - коэффициенты проницаемости выработанного пространства вдоль соответствующей ветви вложенной разностной сетки м².

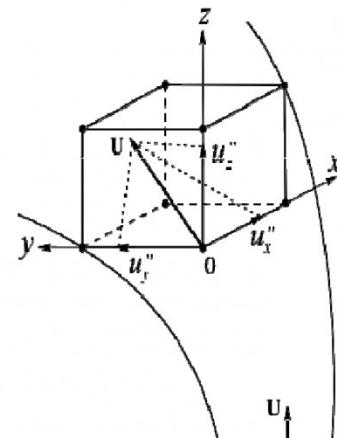


Рис. 3. Струйка тока и элементарный объём вложенной разностной сетки

Поскольку вложенная разностная сетка рассматривается как ориентированный связный граф, каждая ветвь которого имеет признак соответствующей оси координат, то каждое из уравнений (8)-(10) можно рассматривать применительно к ветвям графа, ориентированным вдоль соответствующих осей координат. Применительно к i -й ветви графа, уравнения (8)-(10) сводятся к виду:

$$h_i = -[r_i + R_i|U|] \cdot Q_i. \quad (13)$$

Математическая модель сети. Рассматривая выработанное пространство как часть вентиляционной сети шахты, можем записать

$$\sum_{j=1}^{m-1} sign \vec{Q}_i Q_i = 0, \quad i \in A, \quad (14)$$

$$\sum_j^{n-m+1} sign \vec{H}_i h_i - H_j = 0, \quad (15)$$

$$i \in C_e \vee C_{en},$$

$$h_i = R_{ei} Q_i^2, \quad i \in C_e \quad (16)$$

$$h_i = -[r_i + R_i|U|] \cdot Q_i, \quad i \in C_{en}, \quad (17)$$

$$|U| = \sqrt{u_x''^2 + u_y''^2 + u_z''^2}, \quad (18)$$

$$Q_k = Q_k^*, \quad k \in B, \quad (19)$$

где Q_i - расход воздуха в i -й ветви, м³/с; Q_k^* - заданный расход воздуха в k -й ветви, м³/с; h_i - депрессия i -й ветви, Па; H_j -

алгебраическая сумма депрессий, развиваемых источниками тяги в j -м цикле, Па; R_{ei} – аэродинамическое сопротивление i -й ветви (горной выработки), $\text{Н}\cdot\text{с}^2/\text{м}^8$; r_i – аэродинамическое сопротивление при ламинарном режиме фильтрации, $\text{н}\cdot\text{с}^5$; R_i – аэродинамическое сопротивление при турбулентном режиме фильтрации, $\text{Н}\cdot\text{с}^2/\text{м}^6$; U – вектор скорости фильтрационного потока в узле; u_x, u_y, u_z – проекции вектора фильтрационной скорости на оси декартовой системы координат, м/с; A – множество ветвей сети; C_e, C_{en} – соответственно множество ветвей сети горных выработок и выработанного пространства с неизвестным расходом воздуха; B – множество ветвей с заданным расходом воздуха; m – число

узлов и n – число ветвей сети. Уравнение (14) является математическим выражением первого закона сетей или закона сохранения потоков для узла сети. Уравнение (15) выражает второй закон сетей, или закон сохранения энергии в сети, называемый также законом однозначности напоров. Согласно этому закону алгебраическая сумма депрессий всех ветвей замкнутого контура, не содержащего источника энергии, равна нулю. Если в контуре имеется один или несколько источников энергии (вентилятор, естественная тяга и т.д.), каждый с депрессией H , то суммарная потеря энергии в контуре будет равна энергии, поступающей от этих источников.

Если ветвь в контуре явля-

ется ветвью (выработкой) вентиляционной сети шахты, то h_i вычисляется по соотношению (16), представляющему собой квадратичный закон сопротивления для горной выработки. Если же ветвь в контуре является ветвью выработанного пространства, то h_i вычисляется по соотношению (17), являющемуся двучленным законом фильтрации для обрушенной среды выработанного пространства.

Соотношение (18) представляет собой модуль вектора фильтрационной скорости, выраженный через проекции вектора на оси декартовой системы координат.

Предлагаемая математическая модель включает в себя следующие объекты.

1. Ветви вентиляционной сети, в том числе ветви, примы-

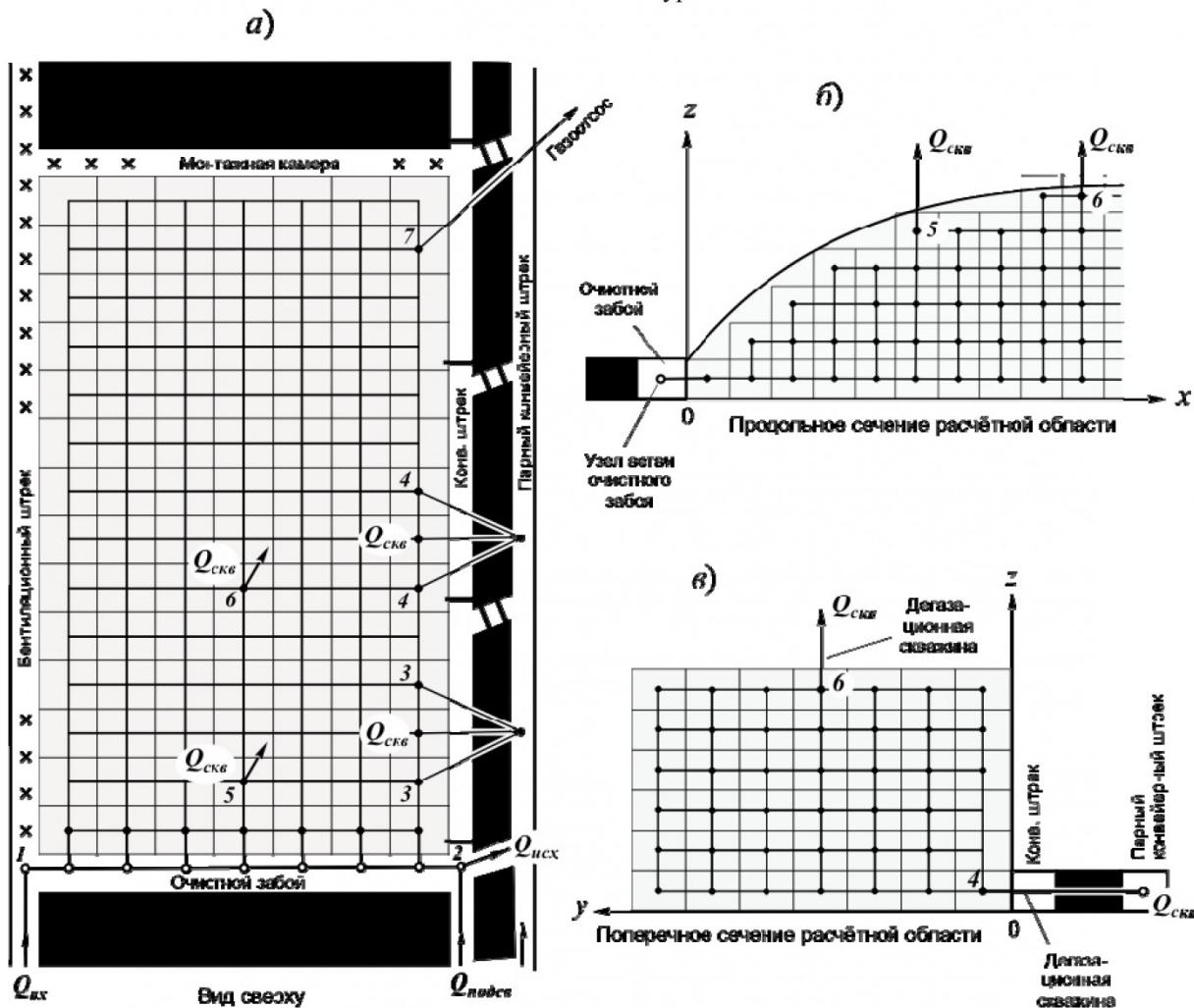


Рис. 4. Расчётная схема выработанного пространства:

а) вид сверху; б) вертикальное продольное сечение через дегазационные скважины 5, 6; в) вертикальное поперечное сечение через дегазационные скважины 4, 6

кающие к выработанному пространству.

2. Ветви, моделирующие выработанное пространство.

3. Ветви, моделирующие скважины и трубопроводы дегазационной системы, как элементы вентиляционной сети.

4. Вентиляторы главного проветривания, газоотсасывающие вентиляторы и вакуум-насосы системы дегазации. Режимы их работы задаются соответствующими аэродинамическими характеристиками.

Алгоритм расчёта. Разбиение расчётной области выработанного пространства на элементарные объёмы, введение понятия среднего фильтрационного расхода вдоль ветви разностной сетки и представление этой сетки в виде ориентированного связного графа позволяет записать дифференциальные уравнения фильтрации (1)-(3) через первый и второй законы сетей. Это даёт возможность применить к решению преобразованных уравнений (13) те же вычислительные методы, что и для расчёта проветривания горных выработок, и рассматривать математическую модель выработанного пространства как часть математической модели вентиляционной сети шахты (14)-(19).

На рис. 4 представлена пространственная расчетная схема модели выработанного пространства и показан принцип включения в нее технологических схем и объектов. Цифрами условно обозначены точки, к которым привязаны основные потоки воздуха (это ветви, моделирующие горные выработки или скважины). Так, точка 1 соответствует сопряжению воздухоподающей выработки с очистным забоем (Q_{ex}), точка 2 - сопряжению конвейерного штreta с очистным забоем.

□ Автор статьи:

Палеев

Дмитрий Юрьевич

- докт. техн. наук, вед. научн. сотр. Института угля и углехимии СО РАН

Точки 3 и 4 показывают устья скважин, пробуренных в выработанное пространство из соседних выработок, а точки 5, 6 – расположение вертикальных дегазационных скважин, пробуренных с поверхности. Метано-воздушная смесь может отводиться по газодренажному штреку или с помощью газоотсасывающего вентилятора. Тогда устье газоотсасывающей скважины включается в расчетную схему (точка 7).

Расчет фильтрационных потоков в выработанном пространстве может производиться двумя способами.

Расчёт сети, моделирующей только выработанное пространство. В этом случае решается задача распределения воздуха в сети, моделирующей выработанное пространство, выделенное из общешахтной сети. Задаются проектные или фактические значения расходов на поступающей Q_{ex} , на подсвежении $Q_{подсв}$, расходы газо-воздушной смеси по скважинам $Q_{скв}$ и по газодренажной выработке. При этом должно соблюдаться условие баланса расходов в соответствии с первым законом сетей

$$\begin{aligned} Q_{ex} + Q_{подсв} = \\ = Q_{исх} + \sum Q_{скв} + Q_{дрен} \end{aligned} \quad (20)$$

Недостатком такого расчёта является необходимость правильного задания всех фиксированных расходов, так как даже небольшие ошибки в их задании могут оказывать сильное влияние на рассчитываемые фильтрационные потоки.

Расчёт общешахтной сети. Общий случай, когда сеть, моделирующая выработанное пространство, включается в общешахтную вентиляционную сеть. В этом случае нет необходимости в задании расходов в ключевых точках выемочного участка. В результате получается пространственные поля фильтрационных утечек от линии очистного забоя до монтажной камеры.

В результате расчёта получаются те значения фильтрационных утечек в выработанном пространстве, которые формируются при сложном взаимодействии всех элементов систем вентиляции и дегазации.

Заключение. Предложен единый алгоритм расчёта воздухораспределения в вентиляционной сети горных выработок и пространственной фильтрации газа в выработанном пространстве. Фильтрация газа рассчитывается на основе классических уравнений газовой динамики на прямоугольной разностной сетке, которая рассматривается как ориентированный связный граф, ветви которого в отличие от ветвей графа вентиляционной сети несут дополнительную информацию об их ориентации относительно координатных осей.

При расчёте фильтрационных потоков учитывается совокупное влияние вентиляторов главного проветривания, вакуум-насосов, работающих на систему дегазационных трубопроводов, поверхностных газоотсасывающих вентиляторов, установленных на вертикальных скважинах и газодренажных систем. Абстрактное представление выработанного пространства в виде сети узлов и ветвей даёт возможность включать в эту сеть любые технологические решения и ситуации, связанные с управлением газовыделением, выбором способов, схем и режимов проветривания. В результате у горных инженеров появляется возможность рассчитывать на компьютере различные варианты проветривания выемочного участка и получать пространственные поля фильтрационных утечек от линии очистного забоя до монтажной камеры.