

процесса накопления элементарных повреждений, полученного моделированием при помощи вероятностного клеточного автомата, позволяет сделать следующие выводы.

1. Наблюдаемый для потока импульсов ЭМИ переход корреляционной функции в область отрицательных значений может

интерпретироваться как предвестник интенсификации процесса образования микротрешин.

2. Наблюдаемый для потока импульсов ЭМИ излом на зависимости статистики нормированного размаха может интерпретироваться как переход системы на стадию непосредствен-

но предшествующую разрушению, длительность которой не превышает 40% от времени, предшествующего переходу.

Авторы благодарят профессора Д. В. Алексеева за обсуждение работы и ценные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев Д.В., Егоров П.В. Персистентность накопления трещин при нагружении горных пород и концентрационный критерий разрушения // Докл. АН.– 1993. – т.333.– № 6.– с.
2. Алексеев Д.В., Егоров П.В., Иванов В.В. и др. Херстовская статистика временной зависимости электромагнитной эмиссии при нагружении горных пород // ФТПРПИ. – 1993.– № 5. – с.45 – 49.
3. Алексеев Д.В., Егоров П.В., Мальшин А.А. Статистические свойства электромагнитного излучения при разрушении горных пород // Вестн. КузГТУ. – 2005. – № 1. – с. 23 – 28.
4. Алексеев Д.В., Казунина Г.А. Моделирование кинетики накопления повреждений вероятностным клеточным автоматом // ФТТ.– 2006.– т. 48. – № 2.– с.255 – 261.
5. Алексеев Д.В., Казунина Г.А. Кинетика кластеров элементарных повреждений в нагруженных материалах: моделирование вероятностным клеточным автоматом // ФТПРПИ. – 2006.– № 1. – с.49 – 60.
6. Алексеев Д. В. Компьютерное моделирование физических задач в Microsoft Visual Basic. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2004.-514 С.
7. Егоров П.В., Иванов В.В., Колпакова Л.А. О некоторых закономерностях импульсного электромагнитного излучения щелочно- галоидных кристаллов и горных пород автоматом // ФТПРПИ. – 1988.– № 1. – с.67 – 70.
8. Берк К., Кэйри П. Анализ данных с помощью Microsoft Excel. – М.: Вильямс, 2005.– 300с.
9. Федер Е. Фракталы. – М.: Мир, 1990. – 260 с.
10. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. М.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 527 с.

□ Авторы статьи:

Казунина Галина Алексеевна – канд. физ.-мат. наук , доц. каф. высшей математики	Мальшин Анатолий Александрович – канд. техн. наук , доц. каф. физики
--	--

УДК 622.833.5

В.М. Волков, А.Е. Клыков

ВЛИЯНИЕ БОКОВОГО РАСПОРА МАССИВА НА СМЕЩЕНИЯ В ВЫРАБОТКЕ

При расчете смещений в выработке необходимо принимать во внимание начальное напряженное состояние массива в месте её расположения. Если нет результатов замеров напряжений в нетронутом массиве, то в случае одиночной выработки это напряженное состояние следует принимать гидростатическим, как наиболее вероятным, с составляющими $q = \gamma H$, равными давлению пород на глубине H расположения выработки. Однако такое состояние может измениться под влиянием опорного давления очистной выработки. При коэффициенте концентрации опорного давления $k_{od} = 1.2$ дополнительная вертикальная составляющая массива $\Delta q = 0.2q$. Прирост этой со-

ставляющей сопровождается приростом упругого бокового отпора, зависящего от коэффициента Пуассона μ пород. При $\mu = 0.25$ прирост горизонтальной составляющей равен $0.2q \cdot \mu / (1 - \mu) = 0.0667q$. В итоге вертикальная составляющая массива окажется равной $1.2q$, горизонтальная – $1.0667q$, а коэффициент бокового распора $n = 1.0667 / 1.4 = 0.89$.

Необходимо выяснить, насколько существенно влияние неравнокомпонентного поля напряжений на смещения в выработке.

На вертикальной оси выработки круглого сечения радиусом R в поле напряжений с верти-

кальной q и горизонтальной pq составляющими в силу совпадения геометрической и силовой симметрий радиальное σ_r и тангенциальное σ_θ напряжения являются главными. Поэтому уравнение равновесия элементарного объема на этой оси в зоне неупругих деформаций (ЗНД) кровли такое же, как и для осесимметричной задачи:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \gamma = 0, \quad (1)$$

где γ – объемный вес пород.

На границе ЗНД с упругой зоной реализуется предельное состояние, при котором связь между главными напряжениями для прямолинейной огибающей кругов Мора с углом внутреннего трения ρ следующая:

$$\sigma_\theta = c\sigma_r + \sigma_{cyc}, \quad (2)$$

где σ_{cyc} – прочность пород на одноосное сжатие, $c = (1 + \sin\rho)/(1 - \sin\rho)$.

Задача определения напряжений со стороны упругой зоны в граничной точке на вертикальной оси может быть решена методом Колосова-Мусхелишвили [1]. Если предположить, что очертание ЗНД близко к окружности радиуса R_p , а радиальное напряжение на границе равно $\sigma_r(R_p)$, то из этого решения

$$\sigma_\theta(R_p) = q(3n - 1) - \sigma_r(R_p). \quad (3)$$

Из совместного решения (2) и (3)

$$\begin{aligned} \sigma_r(R_p) &= \frac{q(3n - 1) - \sigma_{cyc}}{1 + c}; \\ \sigma_\theta(R_p) &= \frac{cq(3n - 1) + \sigma_{cyc}}{1 + c}. \end{aligned} \quad (4)$$

На основании экспериментальных данных в работе [2] предложено характеризовать связь между главными напряжениями в ЗНД линейной:

$$\sigma_\theta = k\sigma_r + \sigma_o, \quad (5)$$

где k – характеристика состояния массива, σ_o – остаточная прочность пород при одноосном сжатии.

Эта связь выполняется и на границе ЗНД, поэтому из (4) и (5) следует

$$k = \frac{cq(3n - 1) + \sigma_{cyc} - \sigma_o(1 + c)}{q(3n - 1) - \sigma_{cyc}}. \quad (6)$$

Принимая на контуре выработки радиальное напряжение равным сопротивлению крепи p и решая (1) с учетом (5), получим

$$\sigma_r = -\frac{\sigma_o}{k-1} + \left(\frac{\sigma_o}{k-1} + p\right)r^{k-1} + \gamma R \frac{r - r^{k-1}}{k-2}. \quad (7)$$

Здесь и далее напряжения выражаются в долях от максимальной составляющей массива q , а координаты – в долях от радиуса R выработки. Между ЗНД и крепью выработки может сформироваться пространство, заполненное разрушенными породами, и тогда на границу ЗНД со стороны этих пород будет передаваться некоторое давление p' , которое надо принимать в расчет в формуле (7) вместо p . При этом параметр γR , имею-

щий размерность давления и выраженный в долях от q , необходимо умножить на радиус R' границы закрепленного пространства, заполненного породами.

Из совместного решения (3) и (5)

$$\begin{aligned} \sigma_r(R_p) &= \frac{q(3n - 1) - \sigma_o}{1 + k}; \\ \sigma_\theta(R_p) &= \frac{kq(3n - 1) + \sigma_o}{1 + k}. \end{aligned} \quad (8)$$

Определим $\sigma_r(R_p)$ из (7) и с использованием первого выражения из (8) получим уравнение для определения расстояния R_p граничной точки ЗНД от центра выработки:

$$\begin{aligned} R_p^{k-1} \left(\frac{\sigma_o}{k-1} + p - \frac{\gamma R}{k-2} \right) + R_p \frac{\gamma R}{k-2} \\ - \frac{2\sigma_o + q(3n - 1)(k - 1)}{k^2 - 1} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Корень этого уравнения при использовании Mathcad можно определить с помощью функции *root* при начальном значении $r = 2$.

Напряженное состояние почвы выработки можно найти аналогично, взяв противоположный знак перед γ .

На границе упругой зоны с ЗНД на горизонтальной оси

$$\sigma_\theta(R_p) = q(3 - n) - \sigma_r(R_p). \quad (10)$$

С другой стороны, здесь реализуется предельное состояние (2). Отсюда

$$\begin{aligned} \sigma_r(R_p) &= \frac{q(3 - n) - \sigma_{cyc}}{1 + c}; \\ \sigma_\theta(R_p) &= \frac{cq(3 - n) + \sigma_{cyc}}{1 + c}. \end{aligned} \quad (11)$$

Принимая во внимание линейную связь (5) между главными напряжениями в ЗНД и учитывая (11), для горизонтальной оси получим

$$k = \frac{cq(3 - n) + \sigma_{cyc} - \sigma_o(1 + c)}{q(3 - n) - \sigma_{cyc}}. \quad (12)$$

Составляющая γ в проекции на горизонтальную ось равна нулю и для этой оси выпадает из уравнения (2), поэтому решением этого уравнения будет выражение (7) без последнего слагаемого.

Исходя из тех же рассуждений, что и для вертикальной оси, получим расстояние до крайней точки ЗНД по горизонтали:

$$R_p = \left[\frac{q(3 - n)(k - 1) + 2\sigma_o}{\sigma_o(k + 1) + p(k^2 - 1)} \right]^{\frac{1}{k-1}}. \quad (13)$$

Приведенные формулы характеризуют напряженное состояние пород на вертикальной и горизонтальной осях ЗНД вокруг выработки.

Перемещение $u_y(R_p)$ крайней точки упругой зоны радиусом R_p вызывает перемещение $u_y(R)$ точки на контуре выработки. Эта взаимосвязь сводится к следующему:

$$u_y(R)R = u_y(R_p)R_p . \quad (14)$$

Смещения точек на границе упругой зоны связаны с дополнительными напряжениями, которые на вертикальной оси равны $\sigma_\theta(Rp)\cdot nq$ и $\sigma_r(Rp)\cdot q$, а на горизонтальной - $\sigma_\theta(Rp)\cdot q$ и $\sigma_r(Rp)\cdot nq$. Из геометрического уравнения $\varepsilon_\theta = u(R_p)/R_p$ в этих точках и воспрещенной деформации в направлении продольной оси выработки для вертикальной оси с учетом (14) получим

$$\begin{aligned} u_y(R) = & \frac{1}{E} \{ (1 - \mu^2) [\sigma_\theta(R_p) - nq] - \\ & - (\mu + \mu^2) [\sigma_r(R_p) - q] \} \frac{R_p^2}{R} . \end{aligned} \quad (15)$$

Аналогичная формула может быть получена для граничной точки на горизонтальной оси выработки.

Крепь выработок непосредственно после её установки зачастую лишь предупреждает вывалы породы из кровли и не препятствует дилатансионным проявлениям. Это связано с оставлением свободного закрепленного пространства Δ , при котором радиус выработки в проходке $R_n = 1 + \Delta$. При этом прочность обнаженных пород в результате воздействия агрессивной среды с течением времени снижается, состояние их приближается к руинному, а остаточная прочность – к нулю. До появления контакта между крепью и породами отпора со стороны крепи нет и приkontурная зона находится в ненапряженном состоянии. Возникающий отпор оказывает давление на породы, равное со- противлению крепи p , в результате чего напряжение в этой зоне

$$\sigma_r = \frac{p}{r^{c-1}/c}; \quad \sigma_\theta = \frac{\sigma_r}{c} . \quad (16)$$

К моменту появления контакта с крепью вокруг выработки сформируется определенная зона разрушения [3]. Координата её крайней точки

$$R' = R_n \sqrt{1 + 2 \frac{\Delta}{R_n \varepsilon_v^o}} , \quad (17)$$

где ε_v^o – дилатансия пород при одноосном сжатии.

Радиальное давление на границе этой зоны $p' = p/(R')^{(c-1)/c}$. За этой зоной находится зона за- предельного состояния (ЗЗС) с координатами от R' до R_p . При переходе в это состояние происходит дилатансия пород, вследствие чего возникает смещение границы радиусом R' в сторону выработки, которое в долях от этого радиуса составит

$$u'_\partial = \varepsilon_v^o \int_1^{R_p} \frac{\sigma_r(R_p) - \sigma_r}{\sigma_r(R_p) + \sigma_r} r dr . \quad (18)$$

Это перемещение связано со смещением u_∂ контура выработки аналогично (14). Поскольку изначально линейные размеры выражены в долях

от R , необходимо в этой формуле принять $R = 1$, а затем, переходя к размеру смещения, умножить полученное смещение на заданное значение радиуса выработки. И тогда

$$u_\partial = u'_\partial (R')^2 R . \quad (19)$$

Рассмотрим применение полученных формул для определения смещения кровли выработки при следующих условиях.

Выработка площадью сечения $S = 13.85 \text{ м}^2$ закреплена арочной крепью. Сопротивление крепи $p = 50 \text{ кПа}$, закрепное пространство размером $\Delta = 0.2 \text{ м}$ забучивается боковыми породами при коэффициенте заполнения $K = 0.9$.

Вертикальная составляющая массива $q = 25 \text{ МПа}$, коэффициент бокового распора $n = 0.9$, прочность пород на сжатие $\sigma_{сж} = 20 \text{ МПа}$, остаточная прочность на сжатие $\sigma_o = 2 \text{ МПа}$, угол внутреннего трения $\rho = 30^\circ$, $c = (1 + \sin\rho)/(1 - \sin\rho) = 3$, дилатансия пород при одноосном сжатии $\varepsilon_v^o = 0.1$, модуль упругости $E = 10^4 \text{ МПа}$, коэффициент Пуассона $\mu = 0.25$, объемный вес $\gamma = 25 \text{ кН/м}^3$, следовательно, $\gamma R = 0.0525 \text{ МПа}$.

Радиус равновеликой выработки кругового очертания $R = \sqrt{S/\pi} = 2.1 \text{ м}$.

При решении задачи выражаем параметры, имеющие размерность давления, в долях от вертикальной составляющей массива, а линейные размеры – в долях от радиуса выработки.

Для определения размера начальной разрушенной зоны (17) нужно ввести перемещение пород до контакта с крепью, равное $(1 - K)\Delta$.

Предлагается следующее решение в Mathcad.

$$\begin{aligned} q &:= 1 \quad p := 0.002 \quad \sigma_{сж} := 0.8 \quad \sigma_0 := 0.08 \\ E &:= 400 \quad \mu := 0.25 \quad c := 3 \quad \Delta := 0.095 \\ K &:= 0.9 \quad \varepsilon_0 := 0.1 \quad n := 0.9 \quad R := 2.1 \\ \gamma R &:= 0.0021 \quad R_n := 1 + \Delta \end{aligned}$$

$$R' := R_n \sqrt{1 + 2 \frac{(1-K)\times\Delta}{R_n \times \varepsilon_0}} \quad p' := p \div (R')^{\frac{c-1}{c}}$$

$$\sigma_0 := p' \div c$$

$$R' = 1.186 \quad p' = 1.785 \times 10^{-3} \quad \sigma_\theta = 5.949 \times 10^{-4}$$

$$\sigma_{Rp} := \frac{q \times (3n - 1) - \sigma_{сж}}{1 + c}$$

$$\sigma_{\theta Rp} := \frac{c \times q \times (3n - 1) + \sigma_{сж}}{1 + c}$$

$$\sigma_{\theta Rp} = 0.225 \quad \sigma_{\theta Rp} = 1.475$$

$$k := \frac{c \times q \times (3n - 1) + \sigma_{сж} - \sigma_0 \times (1 + c)}{q \times (3n - 1) - \sigma_{сж}} \quad k = 6.2$$

$$\sigma(r) := \frac{-\sigma_0}{k-1} + \left(p' + \frac{\sigma_0}{k-1} \right) (r)^{k-1}$$

$$+ \gamma R \times R' \times \frac{r - (r)^{k-1}}{k-2}$$

$$\sigma_\theta(r) := k \times \sigma(r) + \sigma_0$$

n	Кровля		Бок		Почва $\sigma_0 = 0.08$		Почва $\sigma_0 = 0$	
	R _p , м	u, м	R _p , м	u, м	R _p , м	u, м	R _p , м	u, м
0.8	3.602	0.094	5.022	0.25	3.075	0.071	4.838	0.315
0.9	4.163	0.15	4.849	0.228	3.544	0.112	6.408	0.575
1.0	4.711	0.212	4.674	0.207	3.999	0.155	8.045	0.909
1.1	5.238	0.278	4.497	0.187	4.436	0.202	9.724	1.317
1.2	5.755	0.35	4.318	0.167	4.864	0.252	11.42	1.799

Здесь r' выражено в долях от R' .

$$\begin{aligned} \sigma r(1) &= 1.785 \times 10^{-3} & \sigma \theta(1) &= 0.091 \\ F(r) &:= r^{k-1} \times \left(p' + \frac{\sigma_0}{k-1} - \frac{\gamma R \times R'}{k-2} \right) + \\ &r \times \frac{\gamma R \times R'}{k-2} - \frac{2 \times \sigma_0 + q \times (3n-1) \times (k-1)}{k^2 - 1} \\ r &:= 2 & r_0 &:= \text{root}(F(r), r) \\ r_0 &= 1.671 & \sigma(r_0) &= 0.225 \\ R_p &:= r_0 \times R' \times R & R_p &= 4.163 \\ u_y &:= \frac{1}{E} \left[(1 - \mu^2) (\sigma \theta R_p - n \times q) \right. \\ &\quad \left. - (\mu + \mu^2) (\sigma r R_p - q) \right] \times \frac{R_p^2}{R} \\ u_y &= 0.016 \\ u_d &:= \varepsilon_0 \times R'^2 \times R \int_1^{r_0} \frac{\sigma r R_p - \sigma r(r)}{\sigma r R_p + \sigma r(r)} \times r dr \end{aligned}$$

$$u_d = 0.134 \quad u := u_d + u_y \quad u = 0.15$$

Для данных условий размер ЗНД в кровле $R_p - R = 2.063$ м. Полное смещение кровли равно 0.15 м, а его упругая часть составляет около 10 %.

Набранное в Mathcad решение может быть использовано для других условий. Для этого достаточно заменить значения параметров первых двух строк в соответствии с этими условиями.

Для определения смещения почвы используется это же решение, при этом параметр γR принимается с отрицательным знаком.

Если почва не закреплена, то следует принять $p = 0$, $\Delta = 0$. Необходимо учитывать также, что при длительном сроке службы остаточная прочность пород почвы на контуре выработки снижается и может стать близкой к нулю, что может привести к «пучению» почвы. Чтобы оценить это явление, необходимо принять $\varepsilon_0 := 0$.

На горизонтальной оси на границе с упругой зоной выполняется условие (11). Кроме того, в проекции на горизонтальную ось составляющая объёмного веса $\gamma = 0$ и координата крайней точки ЗНД определяется непосредственным вычислением корня (13). Поэтому для определения смещения в боку выработки необходимо составить решение, аналогичное приведенному.

Рассмотренное решение позволяет оценить влияние коэффициента n бокового распора массива на смещения в выработке. Значения этого коэффициента ограничены некоторыми пределами (таблица).

Аппроксимация огибающей предельных кругов Мора прямой линией, как это принято в настоящей работе, допустима в области сжимающих напряжений, поэтому полученные формулы справедливы для $\sigma_r(R_p) > 0$ и из соответствующих формул (4) и (11) следует $(\sigma_{cyc} + 1)/3 < n < 3 - \sigma_{cyc}$. Кроме того, условия (3) и (10) для границы упругой зоны получены для кругового очертания этой границы, поэтому получающиеся координаты R_p крайних точек ЗНД в кровле, почве и боках не должны иметь большого различия, а это может наблюдаться при значениях n , близких к 1.

В таблице приведены результаты определения смещений в выработке в рассмотренных условиях. Из таблицы видно, что смещения кровли и почвы возрастают с увеличением бокового распора массива, а боков – уменьшаются. Это объясняется увеличением максимального в кровле и почве и минимального в боках напряжений.

Следует отметить, что влияние коэффициента бокового распора массива на смещения в выработке значительно. Изменение его величины от 0.8 до 1.2 приводит к изменению смещений в 4-6 раз.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М., 1966.
2. Волков В.М., Клыков А.Е., Широколов Г.В. Влияние прочностных свойств горных пород на устойчивость выработок. – В сб. «Научно-технические проблемы подземной разработки месторождений». – Кемерово: КузПИ, 1991.
3. Клыков А.Е. Влияние состояния закрепленного пространства на смещения контура выработки. – В сб. «Актуальные вопросы подземного и наземного строительства». - Кемерово: КузГТУ, 1997.

□ Авторы статьи:

Волков
Владимир Матвеевич
– канд. физ.-мат. наук, доцент каф.
прикладной математики

Клыков
Александр Ефимович
– канд. техн. наук, доцент каф. со-
противления материалов