

## СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

**УДК 624.012.45**

**В.А.Тесля**

### **ПОКРЫТИЕ ЗДАНИЙ КРУГОВОЙ ТРАНСЛЯЦИОННОЙ ОБОЛОЧКОЙ**

**Выбор тонкостенного пространственного покрытия** производится в зависимости от назначения здания, сооружения, его архитектурной компоновки, размеров, а также от способов возведения. В монолитных покрытиях, которые в настоящее время стали широко применяться, предусматривается возможность применения простой передвижной или переставной многократно используемой опалубки. Поэтому применение шаровой поверхности, когда кривизна постоянная величина, имеет свои преимущества перед другими применяемыми поверхностями. При этом такой вид тонкостенного пространственного покрытия удовлетворяет требованиям прочности, устойчивости, трещиностойкости согласно требованиям норм по условиям эксплуатаций.

Предлагаемый тип тонкостенного пространственного покрытия относится к классу оболочек поверхностей переноса, когда главные кривые – направляющая и образующая являются частью дуги окружности при одинаковых или разных радиусах.

Оболочка представляет собой покрытие положительной гауссовой кривизны на квадратном плане при одинаковых радиусах кривизны соот-

ветственно по осям ОХ и ОУ, (рис. 1). Конструкция покрытия состоит из ребристой тонкостенной железобетонной плиты, изогнутой в двух направлениях и диафрагм виде арок, располагаемых по контуру, связанных с оболочкой монолитно. В целом покрытие опирается по углам на опоры, которым примыкают диагональные несущие ребра. Предлагаемый тип пространственного, покрытия имеет преимущества по сравнению с массивными типовыми решениями. В подтверждение этого рассматриваются основные расчеты по определению усилий в оболочке используя новую, разработанную автором, методику расчета. Предлагается применение арок для диафрагмы покрытия с учетом возможного снижения их напряженного состояния. Даются рекомендации по армированию основных элементов оболочки, приводится экономическое обоснование применения нового типа покрытия. Нагрузка принята максимально допустимая, что позволяет избежать заниженных значений усилий

**Определение напряженного состояния оболочки** при действии максимальной нагрузки в 600 кгс/м<sup>2</sup> (5,856 кПа) выполним принимая силовую функцию

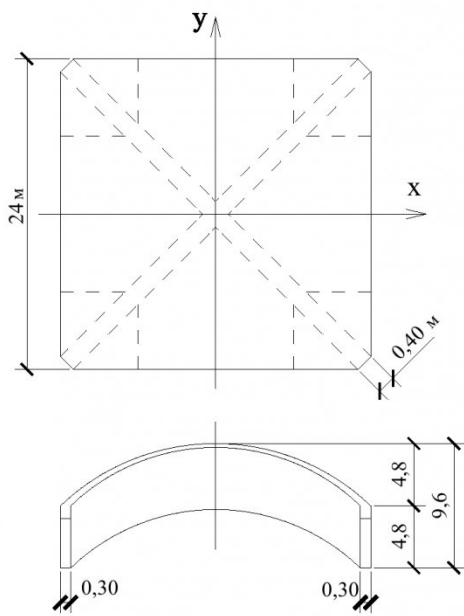
$$\varphi_{(x,y)} = (A+Bx^2+Cy^2)(x^2-a^2)(y^2-b^2)$$

при значениях  $A=-0.3gR/a^2$  и  $B=C=-0.47gR/a^4$  как для квадратной оболочки в плане. Используя метод коллокаций в системе относительных координат при  $\alpha=x/a$  и  $\beta=y/b$  с учетом того, что усилия

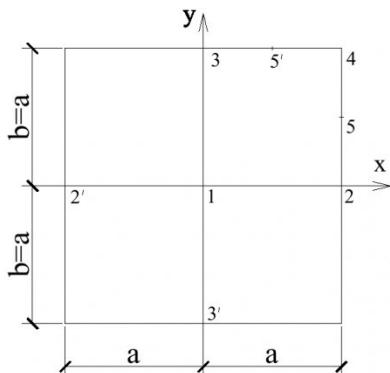
$$N_x = \frac{\partial^2 \varphi_{(x,y)}}{\partial y^2}, \quad N_y = \frac{\partial^2 \varphi_{(x,y)}}{\partial x^2} \quad \text{и} \quad N_{xy} = -\frac{\partial^2 \varphi_{(x,y)}}{\partial x \partial y},$$

определим  $N_x$ ,  $N_y$  и  $N_{xy}$  для характерных точек оболочки (рис.2) по формулам [1].

$$\begin{aligned} N_x &= \frac{\partial^2 \varphi_{(x,y)}}{\partial y^2} = \\ &= gR(\alpha^2 - 1)[-0,6 - 0,094\alpha^2 - 0,094(6\beta^2 - 1)]; \\ N_y &= \frac{\partial^2 \varphi_{(x,y)}}{\partial x^2} = \\ &= gR(\beta^2 - 1)[-0,6 - 0,094(6\alpha^2 - 1) - 0,094\beta^2]. \end{aligned}$$



*Рис.1. Круговая трансляционная оболочка на переноса*



№ № точек	$\alpha$	$\beta$
1	0	0
2	1	0
2'	-1	0
3	0	1
3'	0	-1
4	1	1
5	1	0,5
5'	0,5	1

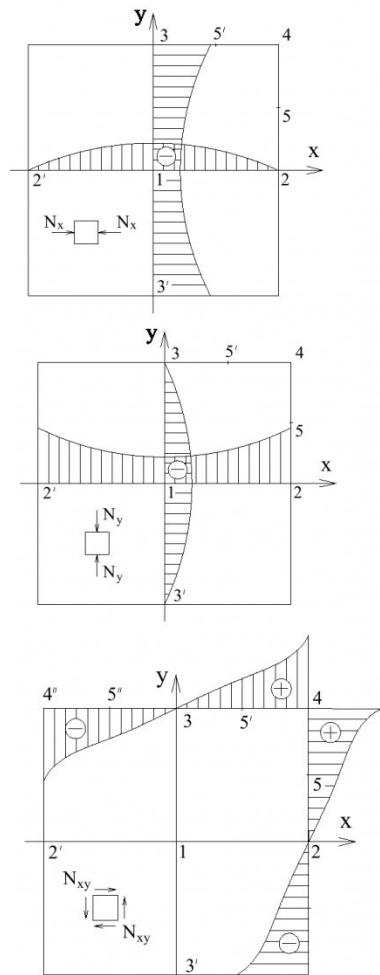
Рис.2. Относительные координаты точек оболочки

$$N_{xy} = \frac{\partial^2 \varphi(x,y)}{\partial x \partial y} = \\ = (-1)gR\alpha\beta \left[ -1,2 - 0,188(2\alpha^2 - 1) - 0,188(2\beta^2 - 1) \right]$$

Значение усилий и их эпюры приведены на рис.3.

**Определение основных размеров толщины оболочки** выполним при условии применения класса бетона по прочности на сжатие В35, имеющего расчетное сопротивление на сжатие  $R_b = 178$  кгс/см<sup>2</sup>, на осевое растяжение  $R_{bt} = 11,7$  кгс/см<sup>2</sup> при

модуле упругости  $E_c = 352 \cdot 10^3$  кгс/см<sup>2</sup> (значения при  $\gamma_b = 0,9$ ) [2]. Размер толщины оболочки определяется из условия прочности сечения на действие сдвиговых усилий по формуле  $N_{xy} \leq \varphi_{b3} R_{bt} b h_0$ , при  $\varphi_{b3} = 0,6$  и  $b = 100$  см. В этом случае толщина оболочки в точке 4 при  $N_{xy} = 16453$  кгс/м  $\delta = h_0 + 2,5 = 26$  см, в точках 5,5'  $\delta = 11$  см. Из условий сжатия  $N_x = N_y = R_b \delta b$  для средней части (точка 1) толщина ввиду незначительного усилия  $N_x = N_y = 5283$  кгс/м составляет



№ № точек	$N_x$ кгс/м
1	-5283
2	0
2'	0
3	-11171
3'	-11171

№ № точек	$N_y$ кгс/м
1	-5283
2	-11171
2'	-11171
3	0
3'	0

№ № точек	$N_{xy}$ кгс/м
2	0
5	+6755
4	+16453
5'	+6755
3	0
5''	-6755
4'	-16453
4''	-16453

Рис.3. Эпюры усилий  $N_x$ ,  $N_y$  и  $N_{xy}$

Таблица 1

№№ точек	Усилия кгс/м			Главные усилия кгс/м	
	N <sub>x</sub>	N <sub>y</sub>	N <sub>xy</sub>	Сжатия N <sub>mc</sub>	Растяжения N <sub>mt</sub>
1	5283	5283	0	5283	-
6	5373	5373	1050	6423 4322	- -
7	4635	4635	5360	9995	726
4	0	0	16453	16453	16453

0,30 см, по контуру 0,63 см. Принять такие размеры невозможно, согласно требованиям норм [3] при монолитном исполнении толщина оболочки принимается не менее 5 см. Таким образом, толщина в направлении ОХ и ОУ изменяется от 5 до 11 см, в направлении диагонали от точки 1 до точки 4 – соответственно от 25 до 50 см, по размерам диагонального ребра.

Так как материал оболочки испытывает сложное напряженное состояние, возникает необходимость в определении главных усилий сжатия и растяжения по диагонали. Значения N<sub>mc</sub> и N<sub>mt</sub> приведены в табл.1, эпюры которых изображены на рис.4.

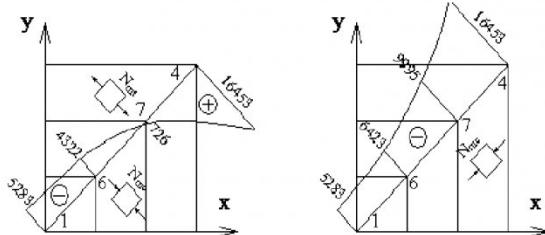


Рис.4. Эпюры главных усилий в оболочке

На эпюрах главных усилий сжатия N<sub>mc</sub> и растяжения N<sub>mt</sub> видно, что оболочка в основном испытывает усилия сжатия N<sub>mc</sub>. И только на немалом участке опорной части растяжение N<sub>mt</sub>. На этом участке необходимо устанавливать косую арматуру, которая и будет воспринимать усилия N<sub>mt</sub>.

Остается определить краевые изгибающиеся моменты по контуру оболочки. Если принять условие, что край оболочки не является абсолютно недеформированным, т. е. податливым по жесткости на кручение изгибающие краевые моменты можно определять по формуле 7.67 [4] при равных по величине радиусов M<sub>x</sub>=M<sub>y</sub>=0,289 gR e<sup>-φ</sup> sin φ. Здесь φ=x/s=y/s, где s - линейная упругая характеристика, т.е. характеристика податливости оболочки в направлении вертикальной оси Z. Местный изгибающий момент относится к полосе единичной ширины, при s=0,76√Rδ. Принимая усредненную толщину оболочки не более 10 см, значение линейной характеристики будет равно 1,0025 м. Максимальный изгибающий момент M<sub>max</sub>=0,0937 gRδ=97,82 кгс·м/м, на расстояние x=0,597√Rδ=0,788 м. Ввиду незначи-

тельный по величине момента потребуется конструктивное армирование оболочки согласно требований норм п.6.12[5] с установкой арматуры с шагом не более 200 мм. В этом случае площадь рабочей арматуры класса АIII составит 2,51 см<sup>2</sup> (по расчету 0,39 см<sup>2</sup>). Армирование выполняется на длину 3,15 м по дуге в сторону центра оболочки при x=Sπ, что составляет 0,12 длины дуги меридиана в обеих направлениях от контура оболочки.

**Расчет опорных частей и диафрагм оболочки.** При длине дуги меридиана 26,51 м, грузовая площадь будет равна поверхности оболочки 702,78 м<sup>2</sup> и при нагрузке в 600 кгс/м<sup>2</sup> опорные реакции будут равны 105,417 тн, что составит 52,708 тн на опорный узел каждой из арок.

Особенностью работы арок как диафрагм оболочки состоит в том, что арки загружаются треугольной нагрузкой, как это показано на рис.5. По величине опорной реакции R<sub>A</sub>=R<sub>B</sub>=52,708 тн, определяем максимальную интенсивность действующей нагрузки p<sub>max</sub>=8,7847 тн/м. Загружение треугольной нагрузкой приводит к неравномерному загружению арки изгибающим моментом и соответственно поперечной силой. Значение усилий M<sub>x</sub>, Q<sub>x</sub> и N<sub>x</sub> приведены в табл.2, а графическое изображение изменения усилий приведены на эпюрах (рис.6). Определение усилий выполнено по формулам:

$$M_x = R_A x_i - H y_i - 0,5 p_{xi} x^3 / 2 ;$$

$$Q_x = (R_A - p x^2 / \ell) \cos \varphi_i - H \sin \varphi_i ;$$

$$N_x = Q'_x \sin \varphi_i + H \cos \varphi_i ,$$

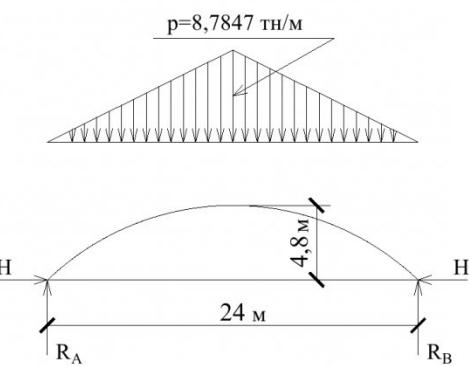
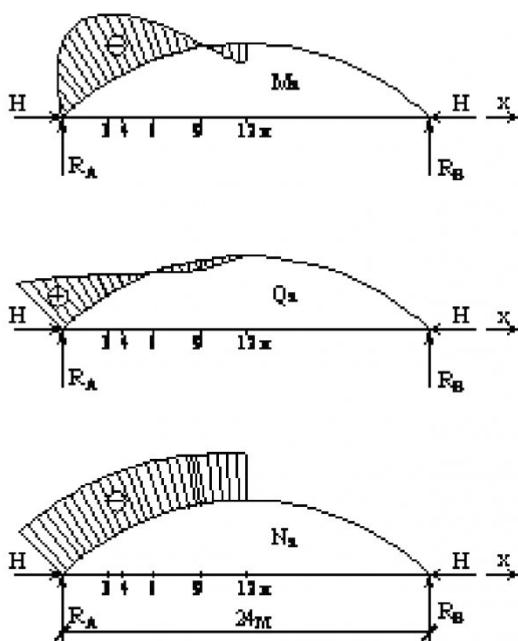


Рис.5 Расчетная схема арки

Рис.6. Эпюры усилий  $M_x$ ,  $Q_x$  и  $N_x$ 

при

$$Q'_x = \left( R_A - \rho x^2 / \ell \right) \cos \varphi_i .$$

Наиболее напряженное сечение арки находится на расстоянии 4 метров от опоры испытывающее действие изгибающего момента – 42,401тн·м и продольной силы в 94,041тн. В этом случае потребуется принять сечение арки не менее 30×100см и двухрядное армирование обеих зон сечение арматурой диаметром не менее 25мм., что не может быть принято по экономическим показа-

затиям. опорной реакции 105,476 тн только двумя арками, последние испытывают большие усилия изгибающих моментов и продольных сил, что потребует принятия больших размеров поперечного сечения при усиленном армировании. Избежать такого состояния можно путем дополнительного диагонального ребра, способного взять на себя третью часть опорной реакции. В этом случае расчетные усилия в арках соответственно уменьшаются, их значения приведены в табл.3.

Прочность нормального сечения арки будет обеспечена, если выполняется условие

$$Ne \leq R_b b h_0^2 \alpha_m + R_{sc} A'_s (h_0 - a')$$

п.3.20 [6]. Принимаем сечение 30х50 см и двурядное армирование в количестве 6Ø22АIII обеих – верхней и нижней зон сечения. В этом случае условная критическая сила  $N_{cr}$  будет равна 140,432 тн, а коэффициент  $\eta$  – учитывающий влияние прогиба на увеличение начального эксцентрикитета равен 1,81. Тогда значение  $Ne = 62,713(0,45 \cdot 1,81 + 0,21) = 64,249$  тн·м, при значении правой части 69,870 тн·м. Тем самым прочность сечения внецентренно сжатой арки будет обеспечена.

Расчет на действие поперечной силы производится при условии установки трех каркасов имеющих поперечные стержни диаметром 8 мм установленных с шагом 25 см. В этом случае сечение арки 30х50 см из бетона класса В35 способно воспринять поперечную силу в 29,22 тн, при фактической в 14,13 тн (табл. 3). Диагональное ребро при ширине не менее 30 см имеющего переменную высоту от 50 см в опорной части до 25 см в вершине оболочки, армируется также тремя изогнутыми каркасами как и арка. Длина каркасов определяется из условия несущей способности бетонного сечения ребра при отсутствии поперечной арматуры. Так как высота ребра не постоянная и поперечная сила изменяется по длине ребра, задача сводится к определению длины где рабочая высота сечения ребра  $h_0$  будет достаточной для восприятия поперечной силы равной  $\varphi_{b3} R_{bt} b h_0$ , которая будет иметь место на этом расстоянии. Решением определена длина в 10,67 м, где рабочая высота  $h_0=32$  см, а поперечная сила – 6729 кгс.

**Проверку устойчивости арки** выполним определением критической продольной силы по формуле 16.24 [7]  $N_{cr} = [(\pi^2 / \alpha^2) - 1] E I / R^2$ . В нашем примере  $\alpha=0,76174$  радиан,  $R=1740$  см,  $E_b=352 \cdot 10^3$  кгс/см<sup>2</sup>, и при сечении арки 30х50 см  $I=312500$  см<sup>4</sup>. Величина критической силы в этом случае будет равна 580,97 тн, что более чем 8 раз

Таблица 2

$x_i$ м	$y_i$ м	$\varphi_i$	Усилия		
			$M_x$ тн·м	$Q_x$ тн	$N_x$ тн
0	0	43°40'	0	+21,195	98,318
3	2,289	35°30'	-41,776	+7,607	95,499
4	2,858	32°25'	-42,401	+4,427	94,071
6	3,733	25°30'	-30,425	-0,122	91,176
9	4,536	13°20'	-2,935	-2,892	87,570
12	4,800	0	+12,463	0	85,914

телям.

**Расчет опорной части оболочки** произведен при длине 40 см и ширине закладной детали 20 см. В этом случае напряжения смятия 131,77 кгс/см<sup>2</sup>, что значительно меньше  $R_b=178$  кгс/см<sup>2</sup> – требования норм удовлетворяются. При длине опорной части в 40 см, ширина сечения арки будет иметь размер 30 см, а высота сечения арки определяется из расчета прочности нормальных сечений.

Как отмечалось выше при условии восприятия

Таблица 3

$X$ м	0	3	4	6	9	12
$M_x$ тн·м	0	-27,850	-28,267	-20,283	-1,957	8,308
$Q_x$ тн	-14,130	-5,071	-2,951	+0,081	+1,928	0
$N_x$ тн	65,546	63,665	62,713	60,783	58,379	57,293

Таблица 4

N п/п	Наименование	Класс бетона	Расход материалов				Сравнение по рас- ходу	
			Бетон м <sup>3</sup>		Стали кг			
			всего	на 1 м <sup>2</sup>	всего	на 1 м <sup>2</sup>		
1.	Типовое решение с применением стропильных ферм и ребристых плит покрытия	B40*	70,54	0,122	10707	18,59	При применении оболочки – экономия по бетону в 1,52 раза, по стали в 1,55 раза	
2.	Покрытие виде трансляционной круговой оболочки	B35	46,50	0,08	6935	12,04		

\*Стоимость бетона класса В40 выше стоимости бетона класса В35 примерно на 18 %

больше максимальной величины продольной силы  $N_x \max = 65.546$  тм. Таким образом, устойчивость арки обеспечена.

**Экономические показатели рекомендуемой оболочки** по расходу основных материалов – бетона и арматурной стали в сравнении с типовым решением покрытия виде стропильных ферм пролетом 24 м и ребристых плит покрытия 6x12 м под нагрузку в 600 кгс/м<sup>2</sup> приведены в табл.4, где даны показатели удельного расхода материалов на 1 м<sup>2</sup> покрытия.

**Заключение.** Использование оболочек в строительстве при монолитном исполнении находит в настоящее время более широкое применение, так как создана теоретическая основа определения их несущей способности, разработаны методы расчета возникающих в них усилий и созданы технологические предпосылки улучшения технико-экономических показателей при их возведе-

нии. Предлагаемый новый тип тонкостенного покрытия зданий, при относительной простоте расчета и конструирования, показывает, что можно перекрывать большие площади при сравнительно небольшом расходе строительных материалов. Это достигается за счет пространственной системы конструкции обладающей большой несущей способностью.

Применение диафрагм в виде арок позволяет упростить решение опирания оболочки в монолитном исполнении. Армирование арки производится с учетом характерного изгибного состояния под действием треугольной нагрузки, которая имеет место при пространственной системе покрытия. В работе предлагается решение проблемы снижения напряженного состояния диафрагм путем дополнительного устройства диагональных ребер переменной толщины.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тесля В.А. Метод коллокаций в системе относительных координат при определении усилий в круговой трансляционной оболочке // Вестн. КузГТУ. 2001 №3. С.76-78.
2. Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелого бетона без предварительного напряжения арматуры. – М.: Центральный институт типового проектирования, 1989. – 190с.
3. Современные пространственные конструкции. Справочник. – М.: Высш. Шк., 1991. – 609 с.
4. Байков В.Н., Хампе Э., Рауэ Э. Проектирование железобетонных тонкостенных пространственных конструкций. – М.: Стройиздат, 1990. – 200с.
5. Руководство по проектированию железобетонных пространственных конструкций покрытий и перекрытий. – М.: Стройиздат, 1979. – 415с.
6. СНиП 2.03.01-84\* - Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: Госстрой СССР., 1996. – 76с.
7. Смирнов В.А., Иванов С.А. Строительная механика. – М.: Стройиздат, 1984. – 206с.

Автор статьи

Тесля

Виктор Андреевич

- доцент каф. строительных  
конструкций