

УДК 550.37: 622.33

С. М. Простов, А. В. Покатилов, И. В. Щербаков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ВЛАГОНАСЫЩЕННЫХ ГЛИНИСТЫХ ГРУНТОВ

Электрохимическое осушение и закрепление (ЭХЗ) укрепляющими растворами обводненных неустойчивых грунтов¹ представляют собой комплекс электрохимических, химических, термических процессов, основными временными стадиями которых являются следующие:

- насыщение массива укрепляющим химическим раствором при одновременном удалении из пор естественной влаги при наложении внешнего электрического поля;

- образование новых химических соединений за счет взаимодействия активного электролита с минералами грунта и растворения металла электродов;

- преобразование агрегатного состояния обработанного массива (газ-жидкость-гель-твердое соединение) на основе связывания поровой влаги и увеличения сцепления между частицами породы с образованием монолитного агрегата.

Уже на первой стадии воздействия на массив, включающей подачу через электроды химического раствора, пропускание электрического тока, откачуку сдренированной влаги, одновременно происходит целый ряд электрохимических и гидродинамических явлений (электроосмос, электрофорез, напорная фильтрация, адсорбция, седиментация и др.), наибольшее значение из которых имеет электроосмотическое движение ионов минерализованного раствора в пористой среде под действием электрического поля.

В работе [1] введено понятие электроосмотической фильтрации, происходящей за счет одновременного действия гидравлического напора и электрического тока. На основе принципа независимости действия гидромеханических и электрических сил, описываемых соответственно законами Дарси и электроосмоса, получено уравнение

$$V = -k_\phi \operatorname{grad} h - k_\varphi \operatorname{grad} \varphi$$

$$= -k_\phi \operatorname{grad}(h + k\varphi), \quad (1)$$

где V – эффективная скорость электроосмотической фильтрации, м/с; k_ϕ – коэффициент фильтрации, м/с; h – напор, обусловленный технологическими операциями ЭХЗ, не связанными непосредственно с электрообработкой (нагнетание активной жидкости, откачка поровой влаги, температурные градиенты), м; k_φ – коэффициент электроосмоса, м²/В·с; φ – потенциал электрического поля, В; $k = k_\varphi/k_\phi$ – коэффициент электроосмотической активности, м/В.

Предполагая, что при обработке массива методом ЭХЗ деформации скелета породы пренебрежимо малы ($\operatorname{div} V = 0$), среда электрически однородна ($\operatorname{div} E = 0$), выражение (1) преобразуется в уравнение Лапласа

$$\Delta(h + k\varphi) = 0. \quad (2)$$

Подчиненность рассматриваемых электроосмотических процессов уравнению (2) позволяет применять для их моделирования метод электрогидродинамических аналогий.

Сложность решения уравнения (1) в общей постановке приводит к изысканию более доступных моделей процессов ЭХЗ. В частности, в работе [2] рассмотрено поступательное движение жидкости в единичном капилляре, который в соот-

ветствии с представлениями Гельмгольца аналогичен плоскому конденсатору. Полученное решение распространено на капиллярно-пористую среду в следующем виде:

$$V = \frac{\zeta \varepsilon S U}{4\pi\eta \ell} = \frac{\zeta \varepsilon \rho_{жc}}{4\pi\eta}, \quad (3)$$

где ζ – электрохимический ("дзета") потенциал, В; ε – абсолютная диэлектрическая проницаемость, Ф/м; S – суммарное сечение капилляров пористого тела, м²; U – падение напряжения на электродах-инъекторах, В; ℓ – расстояние между электродами-инъекторами, м; η – динамическая вязкость жидкости, Па·с; $\rho_{жc}$ – удельное электросопротивление жидкости, Ом·м.

Данная модель была использована при исследовании процессов электроосмотического водопонижения [2], а также при обосновании параметров низконапорного увлажнения малопроницаемых угольных пластов [3].

В работе [4] рассмотрены электрохимические эффекты при плоскорадиальном напорном течении тампонажного раствора по плоским трещинам, нормальным к оси нагнетательной скважины. Установлена взаимосвязь между функцией радиальной составляющей напряженности фильтрационного электрического поля и градиентом давления P , описываемая уравнением

$$E(r) = \frac{2\zeta \varepsilon \rho_{жc} k_\Pi}{\delta^2 \mu} \frac{dP}{dr}, \quad (4)$$

где k_Π – коэффициент трещинной проницаемости, м²; δ – раскрытие трещины, м.

Проведенные расчеты позволили обосновать способы

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ по проекту №05-05-64100

контроля в реальном масштабе времени изменения давления нагнетания и скорости фильтрации по длине потока по параметрам (потенциалу ϕ и напряженности E) нестационарного фильтрационного электрического поля.

Расчет электроосмотической фильтрации двух жидкостей (крепителя и грунтовой воды) рассмотрен в [5].

Решена одномерная задача горизонтальной инъекции крепителя в водонасыщенный грунт, происходящей из-за разности гидравлических напоров и электроосмоса. При этом приняты постоянными градиенты напора и электрического потенциала.

В частности, установлены соотношения параметров μ и $\rho_{ж}$ растворов, при которых наблюдается отставание области крепителя от фронта фильтрации воды с образованием зон разряжения. Получены уравнения для расчета продолжительности инъекции на трех стадиях: при уменьшении давления P от начального до минимального (критического) P_k ; при постоянном давлении P_k в плоскости

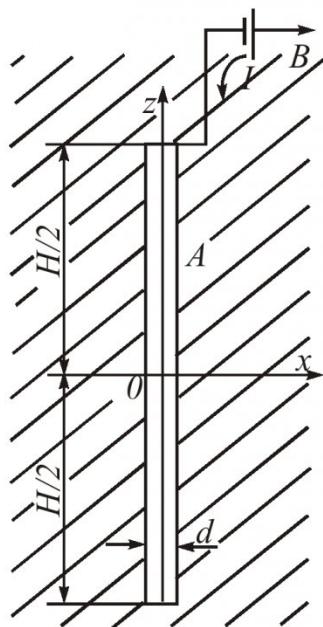


Рис. 1. Расчетная схема для одиночного заглубленного электрод-инъектора

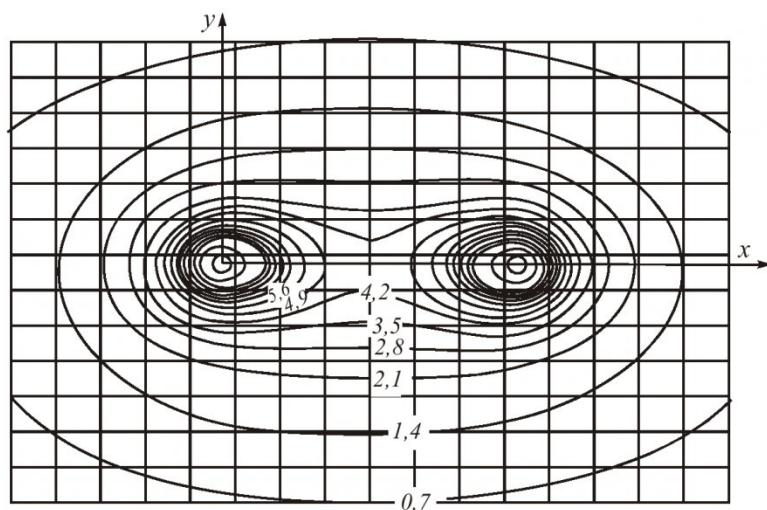


Рис. 2. Изолинии относительной скорости фильтрации V/k_s (в B/m) в горизонтальной плоскости

раздела; при увеличении P от P_k до пластового давления P_∞ .

Основным недостатком ранее проведенных аналитических

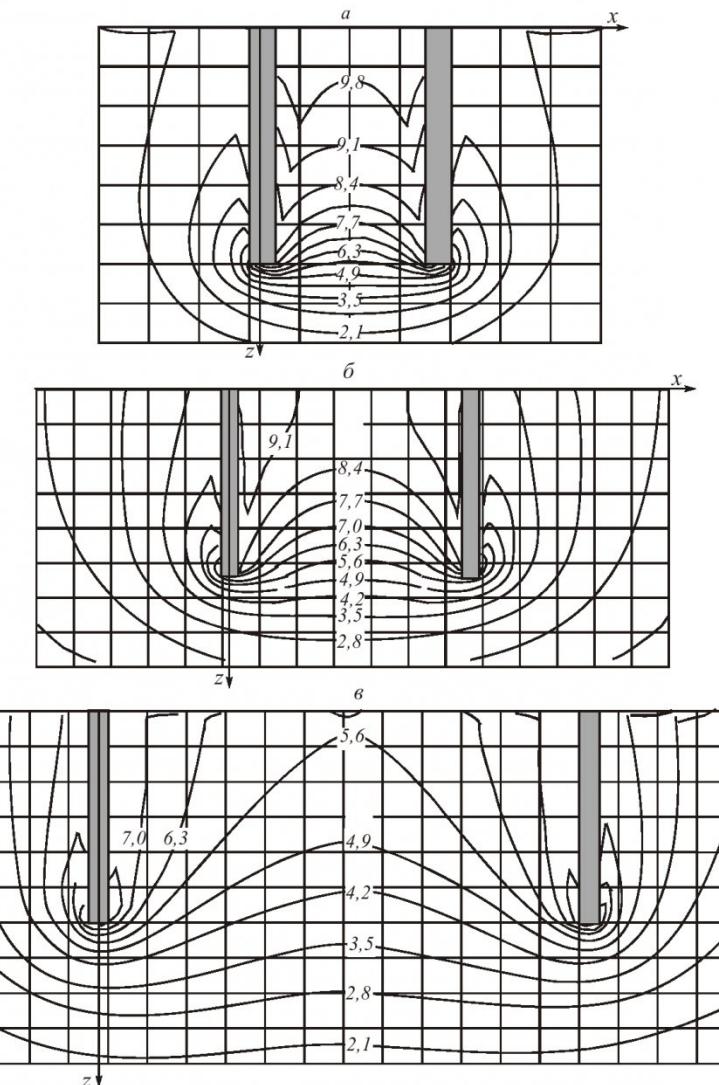


Рис. 3. Изолинии относительной скорости фильтрации V/k_s (в B/m) при $H/L = 2$ (а), $H/L = 1$ (б), $H/L = 0,5$ (в) в плоскости на основной оси установки

исследований является неучет неоднородности электрического поля в межэлектродном пространстве, что существенно снижает точность расчетов. Вместе с тем, применение приближенных аналитических решений теории электроразведки, а также компьютерного моделирования позволяет в значительной мере преодолеть данную проблему.

Примером подобного подхода является приведенный в [6] расчет электрического поля установок ЭХЗ при рядовом и кольцевом расположении электродов-инъекторов. Использование программ библиотеки MATLAB, реализующих метод конечных элементов, позволило установить безопасные по шаговому напряжению размеры зон обработки с учетом влияния полости борта карьера и вертикального ствола.

Рассмотрим решение уравнения (1) при $\text{grad } h = 0$, т.е. на начальной стадии замещения крепителем влагонасыщающей жидкости. В случае заглубленных электродов-инъекторов влиянием земной поверхности можно пренебречь. В плоскости оси инъектора расчетная схема имеет вид, данный на рис. 1.

Считая свойства массива и жидкости постоянными, уравнение электроосмотической фильтрации можно представить в виде:

$$V(x, z) = -\frac{m \zeta \epsilon}{4\pi \mu} \text{grad } \phi(x; z) = k_3 E(x; z), \quad (5)$$

где m – пористость; x, z – координаты.

Воспользуемся решением задачи для потенциала цилиндрического заземления, приведенным в [7] для $x \gg d/2$:

$$\phi(x; z) = \frac{\rho I}{4\pi H} \times \ln \frac{z + \frac{H}{2} + \sqrt{x^2 + \left(z + \frac{H}{2}\right)^2}}{z - \frac{H}{2} + \sqrt{x^2 + \left(z - \frac{H}{2}\right)^2}}, \quad (6)$$

где ρ – удельное электросопро-

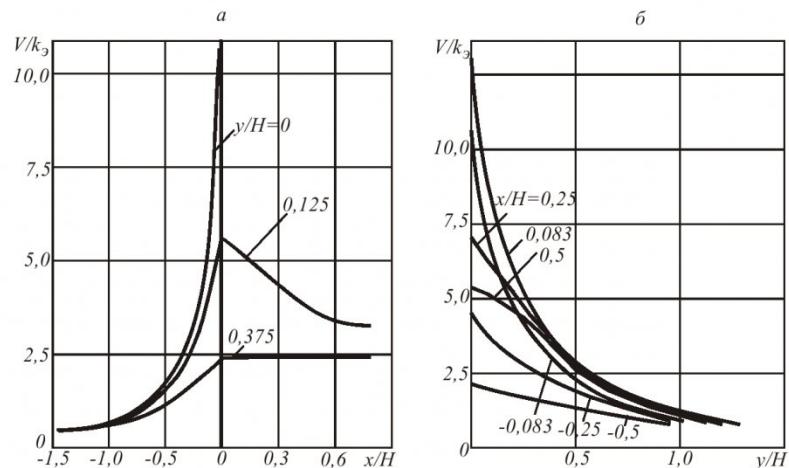


Рис. 4. Графики $V/k_3 (x/H)$ (а) и $V/k_3 (y/H)$ (б) в горизонтальной плоскости

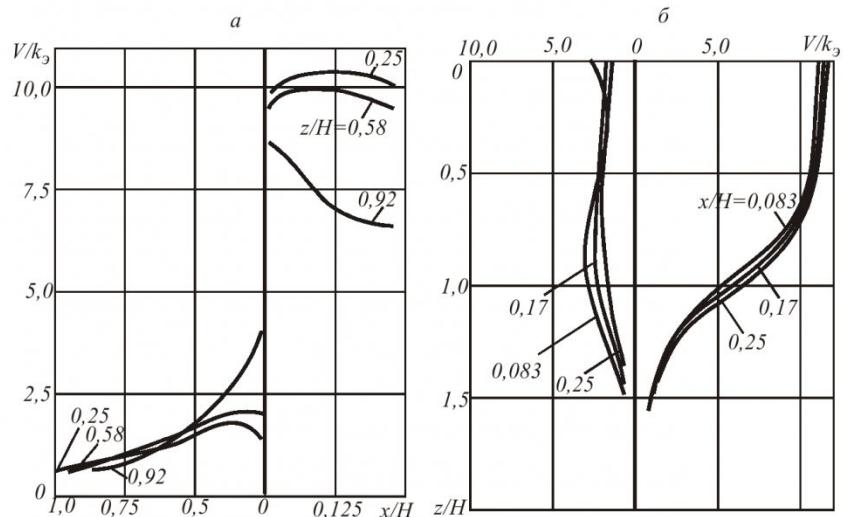


Рис. 5. Графики $V/k_3 (x/H)$ (а) и $V/k_3 (z/H)$ (б) в вертикальной плоскости при $H/L = 2$

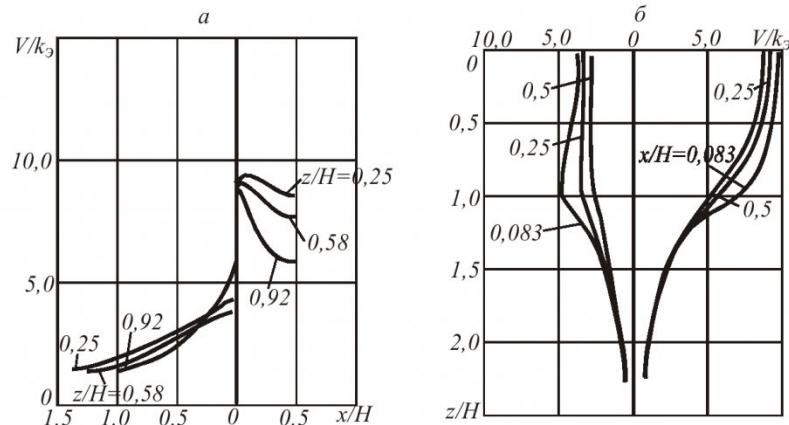


Рис. 6. Графики $V/k_3 (x/H)$ (а) и $V/k_3 (z/H)$ (б) в вертикальной плоскости при $H/L = 1$

тивление, Ом·м; I – ток обработки, А; H – длина электрода, м.

Подставляя (6) в (5) и используя обозначения:

$$\sqrt{x^2 + \left(z - \frac{H}{2}\right)^2} = R^-;$$

$$\sqrt{x^2 + \left(z + \frac{H}{2}\right)^2} = R^+,$$

получим следующее аналитическое выражение:

$$V(x; z) = \frac{m \zeta \varepsilon \rho I}{16 \pi^2 H \mu} \cdot \frac{z - \frac{H}{2} + R^-}{z + \frac{H}{2} + R^+} \times \\ x \left[\frac{z - \frac{H}{2} + R^-}{R^+} - \frac{z + \frac{H}{2} + R^+}{R^-} \right] \\ \left(z - \frac{H}{2} + R^- \right)^2 \quad (7)$$

Ввиду того, что анализ полученных зависимостей даже с учетом сделанных допущений затруднен, целесообразно перейти к численному компьютерному моделированию. Проведены расчеты электроосмотических фильтрационных полей с помощью программ раздела PDE библиотеки MATLAB, реализующих метод конечных элементов для анализа электростатических полей [8]. Рассмотрена стационарная плоская задача расчета электрического поля пары электродов-инъекторов, установленных в однородном полупространстве (граница сред соответствовала $z = z_0$).

Математическая задача заключалась в решении уравнения Лапласа ($\Delta\varphi = 0$), при этом параметры массива $\rho_1 = 10$ Ом·м, $\varepsilon_1 = 40$ соответствовали реальным условиям, а для полости принимались следующими $\rho_2 \rightarrow \infty$, $\varepsilon_2 = 1$.

Условия на бесконечности и на границе сред принимались традиционными:

$$\varphi_1 \Big|_{x^2 + z^2 \rightarrow \infty} \rightarrow 0; \\ \varphi_1 \Big|_{z = z_0} = \varphi_2 \Big|_{z = z_0}; \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z = z_0} = 0.$$

Основным расчетным парам-

етром, следующим из (5), была относительная скорость фильтрации

$$\frac{V(x; y; z)}{k_\vartheta} = E(x; y; z).$$

Графики изолиний $V/k_\vartheta(x, y)$ при $U = \pm 100$ В в горизонтальной плоскости приведены на рис. 2, а $V/k_\vartheta(x, y)$ в вертикальной плоскости по основной оси установки при различных отношениях H/L глубины установки электродов-инъекторов к расстоянию между ними – на рис. 3.

Обработка результатов расчетов состояла в построении графиков изменения относительной скорости фильтрации V/k_ϑ в различных направлениях. Для оценки неравномерности

$$K_H = \frac{(V/k_\vartheta)_{max}}{(V/k_\vartheta)_{min}} \quad (8)$$

где $(V/k_\vartheta)_{max}$, $(V/k_\vartheta)_{min}$ – соответственно, максимальное и минимальное значения относительной скорости фильтрации в соответствующем направлении в пределах зоны обработки.

Графики изменения коэффициента неравномерности фильтрации K_H в вертикальных продольных, поперечных сечениях и по глубине массива приведены соответственно на рис. 8 и 9.

Анализ результатов компьютерного моделирования позволяет сделать следующие выводы.

1. В горизонтальной плоскости ширина зоны неравно-

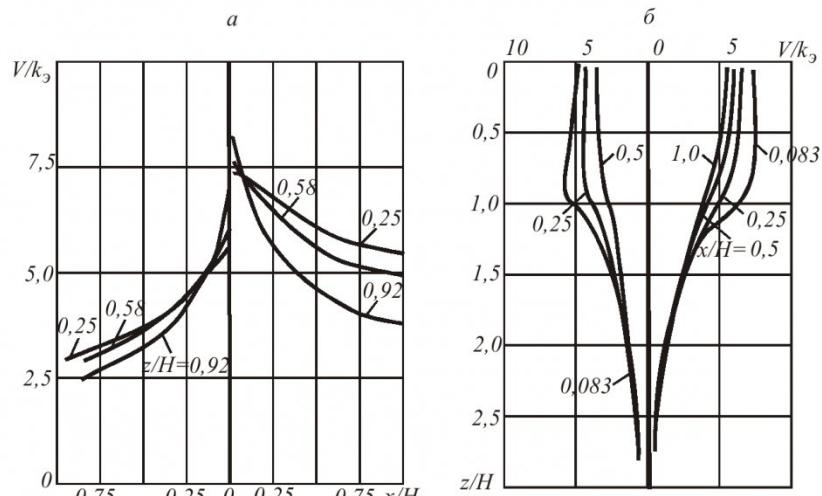


Рис. 7. Графики $V/k_\vartheta(x/H)$ (а) и $V/k_\vartheta(z/H)$ (б) в вертикальной плоскости при $H/L = 0,5$

электроосмотической фильтрации, обусловленной неоднородностью электрического поля, создаваемого электродами-инъекторами, были построены графики изменения параметра V/k_ϑ на различных расстояниях от основного электрода в горизонтальных, продольных и поперечных вертикальных плоскостях. Эти графики представлены на рис. 4–7.

В качестве интегральной характеристики неравномерности фильтрации предложено использовать коэффициент

мерной фильтрации, в пределах которой изменение V/k_ϑ параллельно основной оси x превышает 5%, составляет $\Delta y = 0,375L$ (L – расстояние между электродами-инъекторами).

В вертикальной плоскости глубина зоны неравномерной фильтрации в пределах которой изменение V/k_ϑ параллельно основной оси x превышает 20% составляет $\Delta z = (0,7–0,9)H$ (H – глубина электродов-инъекторов), причем меньшее значение Δz соответствует большим отношениям H/L .

2. В пределах зоны обработ-

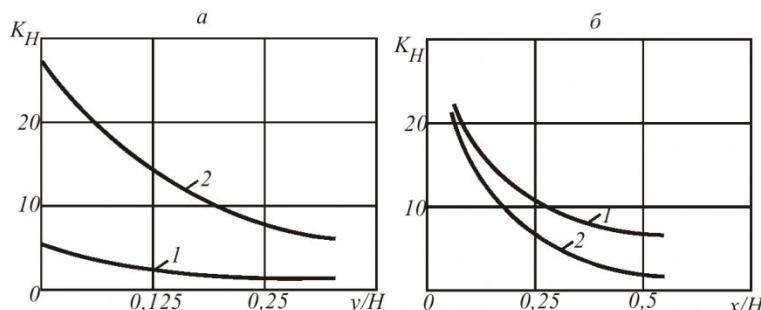


Рис. 8. Изменение коэффициента неравномерности фильтрации K_H в вертикальных продольных (а) и поперечных (б) сечениях:
1 – в межэлектродном пространстве; 2 – обратном направлении

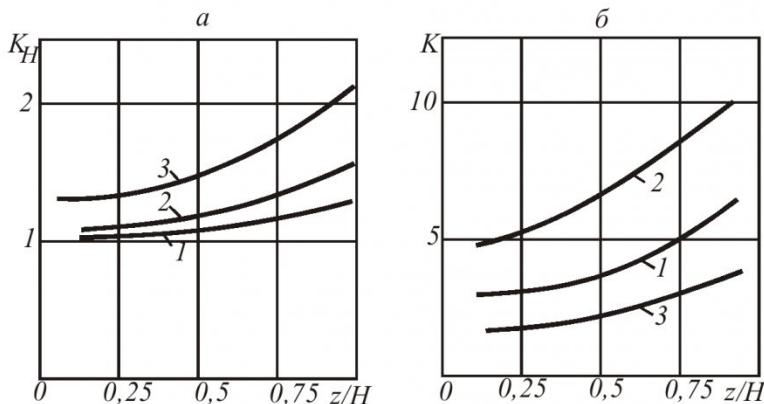


Рис. 9. Изменение коэффициента неравномерности фильтрации K_H по глубине z в межэлектродном пространстве (а) и в обратном направлении (б): 1 – $H/L = 2$; 2 – $H/L = 1$; 3 – $H/L = 0,5$

ки в межэлектродном пространстве относительная скорость фильтрации V/k_s достигает ус-

тановившегося значения в средней зоне при $x = L/2$, при этом в пределах $z/H < 0,7$ коэффи-

циент неоднородности фильтрации K_H не превышает 1,5.

3. В направлении, обратном основному, интенсивность движения жидкости в 2–10 раз ниже, причем это соотношение возрастает с увеличением отношения H/L . Установившаяся скорость V/k_s имеет место на отметке $x = -L/2$, диапазон изменения K_H в пределах этой зоны в продольном направлении составляет $K_H = 5–25$, что в 5–6 выше, чем в межэлектродном пространстве.

4. Для контроля процессов ЭХЗ целесообразно устанавливать датчики в пределах зоны с наибольшими градиентами V/k_s : по основной оси в межэлектродной зоне – на интервале $x/H = 0–0,5$ с шагом $(0,1–0,15)x/H$, по остальным направлениям – по радиальным осям на интервале $r/H = 0–0,3$ с тем же интервалом.

Оптимальная глубина установки датчиков $z/H = 0,4–0,5$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Ломизе, Г. М. Электроосмотическое водопонижение / Г. М. Ломизе, А. В. Нетушил. – Л. : Госэнергоиздат, 1958.– 176 с.
- Курденков, Л. И. К вопросу уплотнения водонасыщенных глинистых грунтов постоянным электрическим током // Закрепление грунтов.– 1957.– №31.– С 12–31.
- Елкин, И. С. Повышение эффективности низконапорного увлажнения угольных пластов / И. С. Елкин, В. В. Дырдин, В. Н. Михайлов.– Кемерово: Кузбассвязиздат, 2001.– 100 с.
- Хямяляйнен, В. А. Геоэлектрический контроль разрушения и инъекционного упрочнения горных пород / В. А. Хямяляйнен, С. М. Простов, П. С. Сыркин.– М.: Недра, 1996.– 288 с.
- Горбунов, Б. П. Теоретические исследования инъекции крепителя в водонасыщенные грунты / Б. П. Горбунов, В. К. Чувелев // Основания и фундаменты.– 1967.– № 57.– С. 181–192.
- Простов, С. М. Геоэлектрический контроль зон укрепления глинистых горных пород / С. М. Простов, В. А. Хямяляйнен, М. В. Гуцал, С. П. Бахаева; РАЕН.– Томск: Изд-во Том. ун-та, 2005. – 127 с.
- Дахнов, В. Н. Электрические и магнитные методы исследования скважин.– М.: Недра, 1981.– 344 с.
- Ануфриев, И. Е. Самоучитель MATLAB 5.3/6X.– СПб.: БХВ – Петербург, 2002.– 736 с.

□ Авторы статьи:

Простов
Сергей Михайлович
– докт. техн. наук, проф. каф. теоретической и геотехнической механики

Покатилов
Андрей Владимирович
– аспирант каф. теоретической и геотехнической механики

Щербаков
Иван Владимирович
– аспирант каф. теоретической и геотехнической механики